0.0.1 Bilangan Ramsey Multipartit Ukuran

Burger dan Vuuren, 2004, memberikan konsep tentang bilangan Ramsey multipartit ukuran sebagai berikut. Misalkan j, l, n, s dan t adalah bilangan-bilangan asli dengan $n, s \geq 2$. Bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(K_{n\times t}$,$K_{s\times t})$ didefinisikan jika terdapat bilangan asli terkecil ξ sehingga jika semua sisi dari graf $K_{j\times\xi}$ diberi warna merah dan biru secara sebarang, maka $K_{j\times\xi}$ akan memuat subgraf $K_{n\times l}$ merah atau subgraf $K_{s\times t}$ biru.

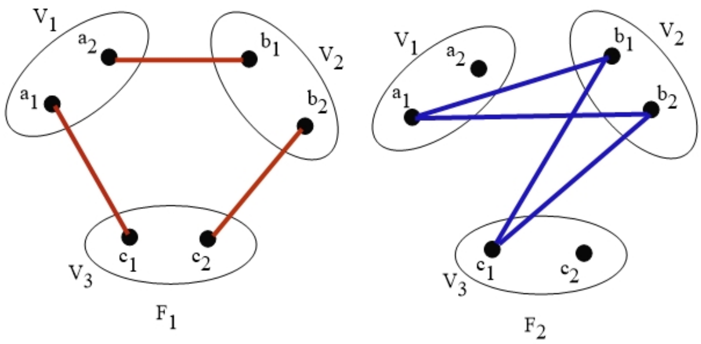
Pada tahun 2005, Syafrizal Sy, dkk, mendefinisikan bilangan Ramsey multipartit ukuran yaitu, misalkan $j \geq 2$ adalah bilangan asli. Untuk sebarang graf G dan H, bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(G, H)$ adalah bilangan asli terkecil t sedemikian sehingga, jika semua sisi dari graf multipartit seimbang lengkap $K_{j\times t}$ diberi sebarang pewarnaan merah-biru maka graf $K_{j\times t}$ akan memuat subgraf G berwarna merah atau subgraf H berwarna biru.

0.0.2 Contoh Bilangan Ramsey Multipartit Ukuran

Diberikan graf P_3 dan graf C_4 dengan $j = 3$, akan dibuktikan $m_3(P_3, C_4)$ $= 2$.

Bukti. Pertama akan ditunjukkan $m_3(P_3, C_4) \geq 2$, dengan cara menunjukkan terdapat pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf $K_{3\times(2-1)}$ sedemikian sehingga tidak memuat P_3 merah dan juga tidak memuat C_4 biru. Jika semua sisi pada graf $K_{3\times 1}$ diberi warna biru, maka $K_{3\times 1}$ tidak memuat P_3 merah, karena $|K_{3\times 1}| = 3$ jelas bahwa $K_{3\times 1}$ juga tidak memuat C_4 biru. Oleh karena itu, $m_3(P_3, C_4) \geq 2$.

Selanjutnya, akan ditunjukkan $m_3(P_3, C_4) \leq 2$, dengan cara menunjukkan untuk sebarang pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf $K_{3\times 2}$ sedemikian sehingga memuat P_3 merah atau memuat C_4 biru. Kondisikan semua faktorisasi dari $K_{3\times 2} \cong F_1 \bigoplus F_2$ asumsikan F_1 memuat matching maka F_1 tidak memuat P_3, untuk melihat $F_2 \supseteq T_n$, misal $V_1 = a_1, a_2$, $V_2 = b_1, b_2$, dan $V_3 = c_1, c_2$ adalah himpunan partit dari $K_{3\times 2}$. Tanpa mengurangi perumuman, asumsikan bahwa $K_{3\times 2}$ memuat matching sempurna (sisi-sisi merah di $K_{3\times 2}$ saling lepas) $M = a_1c_1, a_2b_1, b_2c_2$ dalam F_1 (lihat Gambar 1) karena $M* = a_1b_1, a_1b_2, b_1c_1, b_2c_1 \subseteq E(F_2)$ sehingga F_2 memuat C_4 (lihat Gambar 1). Oleh karena itu, $m_3(P_3, C_4) \leq 2$.



Gambar 1: F_1 tidak memuat P_3 merah dan F_2 memuat C_4 biru

□