JURNAL SAINTIKA UNPAM : Jurnal Sains dan Matematika Unpam Vol. 4, No. 2 (2022)
p-ISSN 2621-7856 e-ISSN 2655-7312 5th article, page 163 - 172

TEOREMA INVERS MATRIKS SEGITIGA ATAS BERBENTUK KHUSUS ORDO $n \times n, n \geq 3$

THE INVERSE MATRIX OF THE UPPER TRIANGLE THEOREM IS OF A SPECISL FORM OF ORDER $n \times n, n \geq 3$

ABSTRACT
Invers matrix is closely related to the determinant of the matrix. A matrikis has an inverse if the determinant of the matrix is not zero. One application inverse matrix to solve matrix equations and system of linear equations. There are several methods to solve the invers matriks.. This paper discusses the general form of invers of a specially upper triangle matrix in orde n×n (n≥3). The process begins by determining the invers of the specially upper triangle matrix in orde 3×3 to 10×10 by using Elementary Row Operations. Furthermore, by observing the pattern, then the result of this research obtained the form of the invers theorem of a specially upper triangle matrix in orde n×n (n≥3) which is further proved by direct proof.
Keywords: Invers, Upper Triangle Matrix, Elementary Row Operations

ABSTRAK
Invers matriks erat kaitannya dengan nilai determinan matriks. Suatu matriks mempunyai invers apabila determinan matriks tersebut tidak nol. Salah satu aplikasi invers matriks untuk menyelesaikan persamaan matriks dan sistem persamaan linier. Terdapat beberapa metode untuk menyelesaikan invers matriks. Jurnal ini membahas mengenai bentuk umum dari invers matriks segitiga atas bentuk khusus ordo n×n (n≥3). Proses dimulai dengan menentukan invers dari matriks segitiga atas bentuk khusus ordo 3×3 hingga 10×10 dengan menggunakan Operasi Baris Elementer. Selanjutya dengan mengamati polanya, maka hasil akhir dari penelitian ini diperoleh teorema invers dari matriks segitiga atas bentuk khusus ordo n×n (n≥3) yang selanutnya dibuktikan dengan pembuktian langsung.
Kata kunci: Invers, Matriks Segitiga Atas, Operasi Baris Elementer

1. PENDAHULUAN

Teori matriks merupakan salah satu cabang ilmu aljabar linier yang menjadi pembahasan penting dalam ilmu matematika. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam bidang matematika maupun ilmu terapan.

Matriks segitiga atas adalah matriks bujur sangkar yang elemen-elemen dibawah diagonal utama bernilai nol [1]. Bentuk umum dari matriks segitiga atas adalah sebagai berikut.

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1j} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2j} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Dimana A_{ij} adalah entri-entri yang terletak pada baris ke-i dan kolim ke-j.

Salah satu pembahasan dalam teori matriks adalah menentukan invers suatu matriks. Determinan mempunyai peranan penting dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matriks dan banyak dipergunakan dalam ilmu matematika maupun ilmu terapannya. Nilai determinan matriks dapat menentukan Invers matriks. Jika nilai determinan matriks tidak nol, maka matriks tersebut mempunyai Invers. Namun jika nilai determinannya nol, maka matriks tidak mempunyai Invers. Nilai determinan juga dapat menyelesaikan sistem persamaan linier. Sistem persamaan linier ini banyak digunakan oleh bidang ilmu optimasi, ekonomi, dan lainnya.

Pembahasan mengenai invers matriks telah banyak dikaji oleh peneliti-peneliti sebelumnya. Pada tahun 2018, telah melakukan penelitian dalam Skripsi nya yang berjudul "Menentukan Invers Matriks FLDcircr Dengan Bentuk Khusus Menggunakan Metode Adjoin" [2]. Selanjutnya, pada tahun 2018, telah melakukan penelitian dengan judul "Invers Dari Matriks Simetris Atas Skew Field" [3]. Kemudian pada tahun 2020, telah melakukan penelitian dengan judul "Invers Matriks RSFPLRcircfr (0,b,...,b)" [4]

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan pada latar belakang diatas, penulis tertarik untuk membahas mengenai invers matriks segitiga atas berbentuk khusus ordo n×n (n≥3), maka penulis tertarik untuk melakukan kajian mengenai " Teorema Invers Matriks Segitiga Atas Bentuk Khusus Ordo n×n, n≥3".

2. METODOLOGI

Adapun metode yang digunakan pada penelitian ini adalah tinjauan pustaka dengan teori-teori matriks dasar seperti menentukan invers matriks menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE). Penelitian ini dilakukan untuk mendapatkan teorema invers matriks segitiga atas bentuk khusus ordo n×n (n≥3). Penelitian ini dimulai dengan diberikan bentu umum matriks segitiga atas A_n. Selanjutnya menghitung invers (A_3) sampai determinan (A_{10}),menentukan rumus umum invers $\left(A_n\right)$. Berikut diberikan landasan teori atau bahan-bahan yang diperlukan dalam pembahasan.

Definisi 1. [5] Sebuah matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks.

Definisi 2. [6] Misalkan *A* adalah matriks $m\times k$ dan *B* adalah matriks $k\times n$. Perkalian *A* dan *B*, dinotasikan dengan *AB* adalah matriks $m\times n$ dengan entri ke-(*i,j*) sama dengan jumlah perkalian dari elemen yang bersesuaian dari baris ke-*i* dari *A* dan kolom ke-*j* dari *B*. Dengan kata lain, jika $AB=[c_{ij}]$, maka

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ik}b_{kj}$$

Definisi 3. [7] Operasi Baris Elementer (OBE) merupakan suatu operasi yang diterapkan pada pada baris suatu matriks. OBE bisa digunakan untuk menentukan invers suatu matriks dan menyelesaikan suatu Sistem Persamaan Linear (SPL). OBE adalah salah satu alternatif dalam menyelesaikan suatu bentuk matriks seperti menentukan invers matriks dan penerapan matriks pada sistem persamaan linear menggunakan dua cara, yaitu “Eliminasi Gauss” dan “Eliminasi Gauss-Jordan”.

Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan metode OBE yaitu :

a. Pertukaran baris
b. Perkalian suatu baris dengan konstanta tidak nol
c. Penjumlahan hasil perkalian suatu baris dengan konstanta tidak nol dengan baris yang lain

Definisi 4. [5] Jika A dan B adalah matriks bujur sangkar dan jika matriks B dapat dicari sedemikian sehingga $AB = BA = I$, maka A dikatakan dapat dibalik (*invertible*) dan B dinamakan invers dari A dan dapat ditulis $B = A^{-1}$.

Suatu Matriks A mempunyai invers yang ditulis dengan A^{-1} maka matriks A dapat dibalik (*invertible*) yaitu $\det(A)\neq 0$ dan matriks A disebut juga dengan matriks *non singular*. Sebaliknya matriks A disebut *singular* apabila A tidak mempunyai invers. Dalam pembahasan ini, matriks segitiga atas yang diberika pada Persamaan (1) merupaka matriks *non singular*.

Untuk mendapatkan bentuk umum invers dari matriks segitiga atas akan diberikan proses berikut :

1. Diberikan matriks segitiga atas pada Persamaan (1)
2. Menentukan invers matriks segitiga atas bentuk khusus ordo 3×3 sampai 10×10 dengan Operasi Baris Elementer (OBE)
3. Menduga bentuk umum invers dari matriks segitiga atas ordo $n\times n$ dengan memperhatikan polanya

Membuktikan invers dari matriks segitiga atas ordo $n \times n$ dengan menggunakan pembuktian langsung $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

3. PEMBAHASAN

Pembahasan berikut merupakan langkah-langkah pembentukan bentuk umum yang sesuai untuk menyelesaikan invers dari matriks segitiga atas ordo 3×3 sampai 10×10 menggunakan OBE. Berikut ini diberikan langkah-langkah untuk menentukan bentuk umum matriks segitiga atas ordo 3×3 sampai 10×10 sebagai berikut:

1. Diberikan matriks $A_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$

2. Menentukan invers matriks A_3 sampai A_{10}.

$$A_3 = \begin{bmatrix} a & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

Sehingga dengan OBE diperoleh

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} a & a & a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} (1/a)b_1 \\ (1/a)b_2 \\ (1/a)b_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & a^{-1} \end{array}\right] b_1 - b_2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & a^{-1} \end{array}\right] b_2 - b_3 \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & a^{-1} \end{array}\right]$$

$$A_3^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dengan cara yang sama, maka diperoleh untuk matriks segitiga atas ordo 4×4 sampai 10×10 yaitu :

$$A_4^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$A_5^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$A_6^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$A_7^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$A_8^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$A_9^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

$$A_{10}^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Dengan melihat Persamaan (2) sampai (11), maka dapat diduga bentuk umum A_n yaitu:

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix}$$

Teorema 1 Diberikan A_n suatu matriks segitiga atas bentuk khusus ordo n×n (n≥3) pada Persamaan (1) dengan $a \neq 0, a \in R$ maka invers dari matriks A_n adalah

$$A_n^{-1}=\begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix} \tag{10}$$

3. Membuktikan bentuk umum A_n^{-1} dengan menggunakan pembuktian langsung. Bentuk umum A_n^{-1} pada Persamaan (10) dinyatakan dalam teorema (1) dan Persamaan (1) sebagai berikut:

$$A_n^{-1}A_n=\begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & a & a & \cdots & a & a & a \\ 0 & a & a & \cdots & a & a & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} a^{-1}.a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1}.a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1}.a & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1}.a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1}.a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1}.a \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} a^{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{0} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{0} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{0} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad = I$$

$$A_n A_n^{-1} = \begin{bmatrix} a & a & a & \cdots & a & a & a \\ 0 & a & a & \cdots & a & a & a \\ 0 & 0 & a & \cdots & a & a & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a.a^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a.a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a.a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a.a^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a.a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a.a^{-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a^{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{0} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{0} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{0} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$= I$

Berdasarkan pembuktian diatas, terdapat matriks identitas I sedemikian sehingga $AA^{-1} = A^{-1}A = I$. Sehingga, Teorema 1 terbukti.

Contoh 1. Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$. Tentukan invers matriks tersebut

Penyelesaian :

Diketahui n=5 dan a=4. Pada teorema (1) sudah didapat bentuk umum matriks A_n^{-1} , maka bentuk matriksnya adalah :

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix}$$

$$A_5^{-1} = \begin{bmatrix} 4^{-1} & -4^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4^{-1} & -4^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4^{-1} & -4^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4^{-1} & -4^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4^{-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1/4 & -1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & -1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & -1/4 & 0 \\ 0 & 0 & & 1/4 & -1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,25 & -0,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & -0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,25 & -0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,25 & -0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 \end{bmatrix}$$

4. SIMPULAN

Bentuk umum dari invers matriks segitiga atas bentuk khusus ordo n×n, n≥3 seperti Persamaan (10) adalah :

$$A_n^{-1} = \begin{bmatrix} a^{-1} & -a^{-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & -a^{-1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^{-1} & \cdots & -a^{-1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a^{-1} & -a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a^{-1} & -a^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a^{-1} \end{bmatrix}$$

5. DAFTAR PUSTAKA

I. Mahmud., *Aljabar linear,* Erlangga, Jakarta, 2009.

Rysfan., *"Menentukan Invers Matriks FLDcirc$_r$ Dengan Bentuk Khusus Menggunakan Metode Adjoin"*, Jurnal Sains Matmatika dan Statistika,2018.

Azizah., Thresye., dan Huda Nurul., *"Invers Dari Matriks Simetris Atas Skew Field"*, Jurnal Matemetika Murni dan Terapan, 2018.

Rahmawati., Fitri Nour., dan Rahma Ade Novia., *Invers Matriks RSFPLRcircfr (0,b,...,b),*Jurnal Sains Matmatika dan Statistika, 2020.

Anton, Howard., dan Rorres, Chris., *Dasar-Dasar Aljabar Linier Versi Aplikasi,* Edisi Ketujuh, Erlangga, Jakarta, 2004.

K. H. Rosen., *Discrete Mathematics and Its Application,* Sevent Ed, McGraw-Hill, Singapore, 2007

Fauziah., Wahyuni W., *Kajian Kesulitan Mahasiswa dalam Pengoperasian OBE Melalui Metoda TPS Studi Kasus Mata Kuliah ALE*, Jurnal LEMM.III. 2017.