

ANALISIS PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL SAHAM-SAHAM JAKARTA ISLAMIC INDEX (JII) PADA MASA PANDEMI COVID-19

ANALYSIS OF OPTIMAL PORTFOLIO FORMATION IN JAKARTA ISLAMIC INDEX (JII) STOCKS DURING THE COVID-19 PANDEMIC

Sri Istiyarti Uswatun Chasanah^{1)*}, Syarif Abdullah²⁾, Nina Valentika³⁾, Usfita Kiftiyani⁴⁾ dan Agusyarif Rezka Nuha⁵⁾

¹⁾Matematika, UIN Sunan Kalijaga, Jl. Marsda Adisucipto, Yogyakarta 55281, Indonesia

*sri.chasanah@uin-suka.ac.id

²⁾Teknik Mesin, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Jl. Jenderal Sudirman KM 03 Banten 42435, Indonesia

³⁾Matematika, Universitas Pamulang, Jl. Raya Puspiptek, Buaran, Kec. Serpong, Kota Tangerang Selatan, Banten 15310, Indonesia

⁴⁾Teknik Informatika, UIN Sunan Kalijaga, Jl. Marsda Adisucipto, Yogyakarta 55281, Indonesia

⁵⁾Matematika, Universitas Negeri Gorontalo, Jl. Jenderal Sudirman No. 06 Gorontalo 96128, Indonesia

ABSTRACT

Investment is the wealth of one or more assets in the hope of future benefits. Things to consider in investing are profit and risk. So investors need to diversify their investments, which means investors need to form a portfolio through the selection of several assets so that risk can be minimized without reducing expected profits. The COVID-19 pandemic period had a big impact on the economy, especially for investors in making optimal portfolio formation. This study aims to determine the optimal portfolio formation during the COVID-19 pandemic using the Single Index Model. In this study a Single Index Model was be studied systematically and then translated into a programming. The data used are data of consistent shares included in the Jakarta Islamic Index (JII) shares over the past two years. Furthermore, these stocks are chosen which have an average return that is higher than the profits obtained if investors save their money in the bank. The results showed six JII companies included in the candidate for optimal portfolio formation. After the analysis, two shares were produced, namely BRPT with a proportion of 63.8043% and EXCL 36.1957%. The proportion is expected to provide a profit of 1.57% per week and a risk of 6.06% per week. With the proportions obtained, an investment simulation was then carried out during the COVID-19 pandemic. The results of the simulation obtained a gain of 0.0771504% every week. These results are below the risk-free return of assets (SBIS) during the COVID-19-19 pandemic with an average profit of 0.087445% per week. It was concluded that optimal portfolio formation with the Single Index Model did not provide optimal benefits during the COVID-19 pandemic.

Keywords: COVID-19, investment, optimal portfolio, single index

ABSTRAK

Investasi merupakan penanaman satu atau lebih aset dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa yang akan datang. Hal yang harus dipertimbangkan dalam berinvestasi yaitu keuntungan dan risiko. Sehingga investor perlu melakukan diversifikasi dalam berinvestasi, yang artinya investor perlu membentuk portofolio melalui pemilihan sejumlah aset sehingga risiko dapat diminimalkan tanpa mengurangi keuntungan yang diharapkan. Masa pandemi COVID-19 berpengaruh besar dalam bidang ekonomi, khususnya untuk para investor dalam melakukan pembentukan portofolio yang optimal. Penelitian ini bertujuan untuk megetahui pembentukan portofolio optimal pada masa

pandemi COVID-19 dengan menggunakan Model Indeks Tunggal. Pada penelitian ini dikaji Model Indeks Tunggal secara sistematis yang kemudian dituliskan ke dalam bahasa pemrograman. Data yang digunakan adalah data saham-saham yang konsisten yang masuk dalam saham *Jakarta Islamic Index* (JII) selama dua tahun terakhir. Selanjutnya, saham-saham tersebut dipilih yang memiliki rata-rata *return* lebih tinggi dari keuntungan yang diperoleh apabila investor menabungkan uangnya di bank. Hasil penelitian didapatkan enam perusahaan JII yang masuk dalam kandidat pembentukan portofolio optimal. Setelah dilakukan analisis, dihasilkan dua saham yaitu BRPT dengan proporsi 63.8043% dan EXCL 36.1957%. Proporsi tersebut diharapkan memberikan keuntungan sebesar 1.57% tiap minggu dan risiko 6.06% tiap minggu. Dengan proporsi yang diperoleh, selanjutnya dilakukan simulasi penanaman modal di masa pandemi COVID-19. Hasil dari simulasi diperoleh keuntungan sebesar 0.0771504% tiap minggu. Hasil tersebut berada di bawah *return asset* bebas risiko (SBIS) pada masa pandemi COVID-19 dengan keuntungan rata-rata 0.087445% tiap minggu. Sehingga disimpulkan pembentukan portofolio optimal dengan Model Indeks Tunggal tidak memberikan keuntungan yang optimal pada masa pandemi COVID-19.

Kata kunci: COVID-19, indeks tunggal, investasi, portofolio optimal

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan penanaman satu atau lebih aset dengan harapan mendapatkan keuntungan di masa yang akan datang (Bodie *et al.* 2011). Hal yang harus dipertimbangkan dalam berinvestasi yaitu keuntungan dan risiko. Sehingga investor perlu melakukan diversifikasi dalam berinvestasi, yang artinya investor perlu membentuk portofolio melalui pemilihan sejumlah aset sehingga risiko dapat diminimalkan tanpa mengurangi keuntungan yang diharapkan. Pada tahun 1952, Markowitz membuat model seleksi portofolio yang memasukkan prinsip diversifikasi. Penentuan portofolio optimal tersebut dikenal sebagai penentuan portofolio optimal model Markowitz (Elton *et al.* 2014). Selanjutnya, William Sharpe mengembangkan model yang dikenal dengan Model Indeks Tunggal untuk menyederhanakan perhitungan model Markowitz. Model Indeks Tunggal didasarkan pada pengamatan bahwa harga dari suatu sekuritas berfluktuasi searah dengan indeks harga pasar (Cornuejols dan Tutuncu 2007). Model analisis pembentukan portofolio sangat membantu investor dalam menanamkan modalnya agar memperoleh kombinasi keuntungan dan risiko terbaik. Anggraeni dan Mispiyanti (2020) menyebutkan bahwa model indeks tunggal dapat memberikan gambaran kepada investor untuk dapat dijadikan acuan dalam berinvestasi.

Perkembangan investasi di pasar modal saham syariah mengalami peningkatan yang cukup signifikan beberapa tahun terakhir. Hal ini dikarenakan masyarakat semakin sadar akan pentingnya pemilihan perusahaan-perusahaan yang terdaftar dalam *Jakarta Islamic*

Index (JII) yang mana melakukan prinsip syariah pada investasinya. Perkembangan penelitian terhadap saham-saham JII dapat dilihat pada Talakua (2008), Wardani (2010) Purnomo dan Sularto (2016), Sari dan Suryawati (2020) serta Ulandari (2020).

Di sisi lain, tidak bisa dipungkiri ada risiko yang tidak terduga dalam berinvestasi, salah satunya adalah serangan COVID-19 yang sedang melanda berbagai negara. Di Indonesia, masa pandemi COVID-19 dimulai sejak 2 Maret 2020 ketika dua orang terkonfirmasi tertular dari seorang warga negara Jepang. Sampai tanggal 3 Juni 2020, Indonesia telah melaporkan 28 233 kasus positif COVID-19. Dampak dari COVID-19 yang menyerang dunia, khususnya Indonesian tentunya sangat berpengaruh terhadap sistem perekonomian, tidak terkecuali dalam investasi saham. Dewi dan Masithoh (2020) menyebutkan bahwa hasil IHSG megalami beda signifikan, yaitu tren menurun tajam pada waktu saat terjadinya pandemi COVID-19 dibandingkan sebelum pandemi, sehingga untuk cadangan lebih baik jika diversifikasi dilakukan di *real asset* selain *financial asset*. Pada penelitian-penelitian sebelumnya belum pernah dibahas tentang pembentukan portofolio optimal saham syariah (JII) pada masa pandemik COVID-19, sehingga pada penelitian ini membahas tentang analisis pembentukan portofolio optimal saham-saham *Jakarta Islamic Index* (JI) pada masa pandemi COVID-19 dengan menggunakan Model Indeks Tunggal. Selain perbedaan pada masa pandemi, pada model yang sama, peneliti bertujuan untuk menganalisis model secara sistematis dan menuliskannya dalam bahasa pemrograman. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran dan keputusan kepada investor dalam pembentukan portofolio optimal pada masa pandemi COVID-19, apakah tetap melakukan diversifikasi saham ataukah cukup menabungkan uangnya di bank agar tetap memperoleh keuntungan maksimal.

2. METODOLOGI PENELITIAN

Pada bagian ini dibahas tentang Model Indeks Tuggal dan langkah-langkah penelitian terkait model yang dibahas dalam pembentukan portofolio optimal.

2.1 Model Indeks Tunggal

Berdasarkan pengamatan, Model Indeks Tunggal mengasumsikan harga suatu saham berfluktuasi searah dengan indeks harga pasar. Secara lebih spesifik, diamati bahwa kebanyakan saham cenderung mengalami kenaikan harga apabila indeks harga saham

naik, begitu juga sebaliknya. Dengan dasar ini, *return* dari saham dan *return* dari indeks pasar yang umum dapat dituliskan sebagai berikut (Elton *et al.* 2014):

$$R_i = a_i + \beta_i R_m, \quad (2.1)$$

dengan

R_i : *Return* saham ke-*i*.

a_i : Suatu variabel acak yang menunjukkan komponen dari *return* sekuritas ke-*i* yang *independent* terhadap kinerja pasar.

R_m : Tingkat *return* dari indeks pasar, juga merupakan suatu variabel acak.

β_i : Koefisien yang mengukur perubahan R_i akibat dari perubahan R_m .

Komponen a_i merupakan bagian dari *return* saham perusahaan yang disumbangkan ke dalam *return* pasar. Nilai a_i dapat dibagi atas dua bagian yaitu variabel acak yang menunjukkan komponen dari *return* saham ke-*i* yang *independen* terhadap *return* pasar (α_i) dan kesalahan residu ke-*i* (e_i) dari a_i . Sehingga a_i dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$a_i = \alpha_i + e_i \quad (2.2)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.2) ke (2.1), maka diperoleh persamaan Model Indeks Tunggal sebagai berikut:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i. \quad (2.3)$$

Model Indeks Tunggal menggunakan asumsi-asumsi sebagai berikut:

1. Kesalahan residu sekuritas ke-*i* saling bebas dengan kesalahan residu sekuritas ke-*j* atau e_i saling bebas dengan e_j untuk semua nilai *i* dan *j*,

$$\text{Cov}(e_i, e_j) = 0. \quad (2.4)$$

2. *Return* indeks pasar R_m saling bebas dengan kesalahan residu untuk tiap-tiap sekuritas e_i ,

$$\text{Cov}(e_i, R_m) = 0. \quad (2.5)$$

Berdasarkan model indeks tunggal diperoleh varian dan kovarian sekuritas untuk Model Indeks Tunggal sebagai berikut:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2 \text{ dan } \sigma_{ij} = \beta_i \beta_j E[R_M - E(R_M)]^2. \quad (2.6)$$

2.2 Langkah-Langkah Model Indeks Tunggal dalam Pembentukan Portofolio Optimal

Langkah-langkah Model Indeks Tunggal dalam pembentukan portofolio optimal pada penelitian ini yaitu:

1. Menghitung *return* saham tiap periode waktu (R_t).

2. Menghitung *expected return*($E(R)$) dan varian (σ^2) saham.
3. Menghapus saham-saham yang mempunyai *expected return* di bawah *return* aset bebas risiko.
4. Menghitung *expected return*($E(R_m)$) dan varian (σ_m^2) pasar.
5. Menghitung nilai *Alpha*(α) dan *Beta*(β) saham dan varian dari kesalahan residu (σ_e^2).
6. Menghitung *excess return to Beta* (ERB) saham.
7. Menghitung *cut-off point*(C^*).
8. Menghitung proporsi dana.
9. Menghitung *expected return* portofolio.
10. Menghitung risiko portofolio.
11. Menghitung keuntungan hasil diversifikasi.
12. Membandinkan dengan keuntungan jika menabungkan uangnya di bank pada saat pandemi.
13. Memberikan kesimpulan dan rekomendasi.

3. PEMBAHASAN

Berikut dibahas pembuktian dari langkah-langkah pada penyusunan pembentukan portofolio optimal dan hasil pembentukan portofolio optimal saham JII Model Indeks Tunggal.

3.1. Model Indeks Tunggal dalam pembentukan portofolio optimal

Pembentukan portofolio optimal berdasarkan Model Indeks Tunggal digunakan optimasi perbandingan antara *expected return* dan risiko portofolio yang dilambangkan dengan θ . Portofolio optimal P diperoleh dengan menarik garis lurus dari *return* aset bebas risiko melewati portofolio optimal di titik P yang mempunyai nilai θ terbesar. Masalah optimasi Model Indeks Tunggal dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan } \theta = \frac{E(R_P) - R_{br}}{\sigma_P}, \quad (3.1)$$

dengan kendala:

1. $\sum_{i=1}^n w_i = 1$
2. $w_i \geq 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$

dengan

$$E(R_P) = \sum_i^n w_i E(R_i), \text{ dan} \quad (3.2)$$

$$\sigma_P = (\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij})^{\frac{1}{2}}. \quad (3.3)$$

Substitusi persamaan (3.2) dan (3.3) ke persamaan (3.1), didapatkan:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\sum_i^n w_i E(R_i) - \sum_{i=1}^n w_i R_{br}}{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\sum_i^n w_i [E(R_i) - R_{br}]}{\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ &= (\sum_i^n w_i (E(R_i) - R_{br})) \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Permasalahan di atas merupakan permasalahan *quadratic problem*. Dengan menggunakan metode Lagrange, maka didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$L = \left(\sum_i^n w_i (E(R_i) - R_{br}) \right) \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{1}{2}} - \lambda \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) - \gamma_i M_i$$

dengan λ dan γ_i adalah pengali Lagrange dan M_i adalah variabel *slack*. Permasalahan ini memiliki kondisi Karush-Kuhn-Tucker (KKT) sebagai berikut:

1. $\frac{dL}{dw_i} = 0; \frac{dL}{d\lambda} = 0$ dan $\frac{dL}{d\gamma_i} = 0, i = 1, 2, \dots, n.$
2. $\lambda w_i = 0$ dan $\gamma_i w_i = 0, i = 1, 2, \dots, n.$
3. $\lambda \geq 0, \gamma_i \geq 0$ dan $w_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n.$

Misalkan

$$L = \theta_1 \theta_2 - \lambda (\sum_{i=1}^n w_i - 1) - \gamma_i M_i, \quad (3.4)$$

dengan

$$\theta_1 = \sum_i^n w_i (E(R_i) - R_{br}) \quad (3.5)$$

dan

$$\theta_2 = \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.6)$$

Turunan pertama persamaan (3.4) terhadap proporsi masing-masing saham (w_k) sebagai berikut:

$$\frac{dL}{dw_k} = \theta_1 \frac{d\theta_2}{dw_k} + \theta_2 \frac{d\theta_1}{dw_k} - \lambda = 0. \quad (3.7)$$

Turunan pertama persamaan (3.5) terhadap proporsi masing-masing saham (w_k) sebagai berikut:

$$\frac{d\theta_1}{dw_k} = \frac{d(\sum_i^n w_i [E(R_i) - R_{br}])}{dw_k} = E(R_k) - R_{br}. \quad (3.8)$$

Sedangkan turunan pertama persamaan (3.6) terhadap proporsi masing-masing saham (w_k) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_2}{dw_k} &= \frac{d\left(\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)}{dw_k} \\ &= -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{3}{2}} \frac{d\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}\right)}{dw_k} \\ &= -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{3}{2}} \left(2w_k \sigma_k^2 + 2 \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{jk} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Substitusi persamaan (3.5), (3.6), (3.8) dan (3.9) ke persamaan (3.7), maka didapatkan

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dw_k} &= [\sum_i^n w_i (E(R_i) - R_{br})] \left[\left(-\frac{1}{2} \right) \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{3}{2}} \right] \times \\ &\quad \left[2w_k \sigma_k^2 + 2 \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{jk} \right] + \left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{-\frac{1}{2}} \times \\ &\quad [E(R_k) - R_{br}] - \lambda = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-2[\sum_i^n w_i (E(R_i) - R_{br})] \left[w_k \sigma_k^2 + \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{jk} \right]}{\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{[E(R_k) - R_{br}]}{\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}} - \lambda = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{[\sum_i^n w_i (E(R_i) - R_{br})] \left[w_k \sigma_k^2 + \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{jk} \right]}{\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{\frac{3}{2}}} + \lambda = \frac{[E(R_k) - R_{br}]}{\left(\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sedangkan,

$$\frac{dL}{d\lambda} = \sum_{i=1}^n w_i - 1 = 0, \text{ dan} \quad (3.11)$$

$$\frac{dL}{d\gamma_k} = M_k = 0. \quad (3.12)$$

Dari kondisi KKT ke-2 yaitu $\lambda w_i = 0$, $\gamma_i w_i = 0$ dan persamaan (3.11) dan (3.12), maka didapatkan $\lambda = 0$ dan $\gamma_i = 0$. Sehingga persamaan (3.10) didapatkan

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\sum_i^n w_i(E(R_i) - R_{br})}{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \right] \left[w_k \sigma_k^2 + \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{jk} \right] = [E(R_k) - R_{br}] \\ \Leftrightarrow & \psi \left[w_k \sigma_k^2 + \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{jk} \right] = [E(R_k) - R_{br}] \\ \Leftrightarrow & \psi = \left[\frac{\sum_i^n w_i(E(R_i) - R_{br})}{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \right]. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Misalkan $\psi w_i = Z_i$, maka dari persamaan (3.13) untuk $i = 1, 2, \dots, n$ didapatkan:

$$\begin{aligned} & \psi w_i \sigma_i^2 + \sum_{j=1}^n \psi w_j \sigma_{ij} = [E(R_i) - R_{br}] \\ \Leftrightarrow & Z_i \sigma_i^2 + \sum_{j=1}^n Z_j \sigma_{ij} = [E(R_i) - R_{br}]. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan varian dan kovarian Model Indeks Tunggal

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2$$

dan

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = \beta_i \beta_j E[R_M - E(R_M)]^2 = \beta_i \beta_j \sigma_m^2,$$

ke persamaan (3.14), maka diperoleh:

$$\begin{aligned} & Z_i (\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2) + \sum_{j=1}^n Z_j (\beta_i \beta_j \sigma_m^2) = [E(R_i) - R_{br}], \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Leftrightarrow & Z_i \sigma_{ei}^2 + Z_i \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^n Z_j \beta_i \beta_j = [E(R_i) - R_{br}], \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Leftrightarrow & Z_i \sigma_{ei}^2 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^n Z_j \beta_i \beta_j = [E(R_i) - R_{br}], \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Leftrightarrow & Z_i \sigma_{ei}^2 + \beta_i \sigma_m^2 \sum_{j=1}^n Z_j \beta_j = [E(R_i) - R_{br}], \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Leftrightarrow & Z_i \sigma_{ei}^2 = [E(R_i) - R_{br}] - \beta_i \sigma_m^2 \sum_{j=1}^n Z_j \beta_j, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Leftrightarrow & Z_i = \frac{[E(R_i) - R_{br}] - \beta_i \sigma_m^2 \sum_{j=1}^n Z_j \beta_j}{\sigma_{ei}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \Leftrightarrow & Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left[\frac{[E(R_i) - R_{br}]}{\beta_i} - \sigma_m^2 \sum_{j=1}^n Z_j \beta_j \right], \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.15)$$

Misalkan himpunan dari saham optimal sebanyak k , maka dari persamaan (3.15) didapatkan penjumlahan dari semua sekuritas optimum sebagai berikut:

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left[\frac{[E(R_i) - R_{br}]}{\beta_i} - \sigma_m^2 \sum_{j \in k} Z_j \beta_j \right], \text{ untuk } i \in k. \quad (3.16)$$

Selanjutnya $\sum_{j \in k} Z_j \beta_j$ dapat dieliminasi dengan mengalikan persamaan (3.16) dengan β_j dan menjumlahkan sebanyak k kali, sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in k} Z_j \beta_j &= \sum_{j \in k} \frac{[E(R_j) - R_{br}] \beta_j}{\sigma_{ej}^2} - \sigma_m^2 \sum_{j \in k} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2} \sum_{j \in k} Z_j \beta_j \\ \Leftrightarrow \sum_{j \in k} Z_j \beta_j + \sigma_m^2 \sum_{j \in k} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2} \sum_{j \in k} Z_j \beta_j &= \sum_{j \in k} \frac{[E(R_j) - R_{br}] \beta_j}{\sigma_{ej}^2} \\ \Leftrightarrow \left(1 + \sigma_m^2 \sum_{j \in k} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}\right) \sum_{j \in k} Z_j \beta_j &= \sum_{j \in k} \frac{[E(R_j) - R_{br}] \beta_j}{\sigma_{ej}^2} \\ \Leftrightarrow \sum_{j \in k} Z_j \beta_j &= \frac{\sum_{j \in k} \frac{[E(R_j) - R_{br}] \beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{\left(1 + \sigma_m^2 \sum_{j \in k} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}\right)}, \text{ untuk } i \in k \end{aligned} \quad (3.17)$$

Substitusi persamaan (3.17) ke persamaan (3.16), maka didapatkan

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left[\frac{[E(R_i) - R_{br}]}{\beta_i} - \sigma_m^2 \frac{\sum_{j \in k} \frac{[E(R_j) - R_{br}] \beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{\left(1 + \sigma_m^2 \sum_{j \in k} \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}\right)} \right], \text{ untuk } i \in k. \quad (3.18)$$

atau

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} [ERB_i - C_j], \quad (3.19)$$

dengan

$$ERB_i = \frac{[E(R_i) - R_{br}]}{\beta_i}, \quad (3.20)$$

$$A_j = \frac{[E(R_j) - R_{br}] \beta_j}{\sigma_{ej}^2}, \quad (3.21)$$

$$B_j = \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2}, \text{ dan} \quad (3.22)$$

$$C_j = \sigma_m^2 \frac{\sum_{j \in k} A_j}{\left(1 + \sigma_m^2 \sum_{j \in k} B_j\right)}, \quad (3.23)$$

serta

$$Cut of point (C^*) = \max \{C_j\}_{j=1}^n \quad (3.24)$$

Karena $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ dan $\psi w_i = Z_i$, maka didapatkan:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n w_i &= 1 = \frac{w_i}{w_i} \\ \Leftrightarrow w_i &= \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{\psi w_i}{\sum_{i=1}^n \psi w_i}.\end{aligned}$$

Sehingga,

$$w_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^n Z_i}, \text{ untuk } i \in k. \quad (3.25)$$

Selanjutnya persamaan-persamaan dari hasil pembuktian Model Indeks Tunggal di atas diterjemahkan ke dalam bahasa pemrograman menggunakan bantuan aplikasi MAPLE R2018a yang dapat dilihat pada Appendix 1. Selanjutnya, program untuk menampilkan grafik hasil perhitungan dengan Model Indeks Tunggal dapat dilihat pada Appendix 2.

3.2. Model Indeks Tunggal dalam Pembentukan Portofolio Optimal Saham JII

Jakarta Islamic Index (JII) adalah indeks harga saham di Indonesia yang mencakup 30 jenis saham dari emiten-emiten yang kegiatannya memenuhi ketentuan tentang hukum syariah (Huda dan Nasution, 2008). Pada penelitian ini, digunakan saham-saham yang konsisten masuk selama dua tahun terakhir pada JII. Selanjutnya digunakan model pembentukan portofolio optimal indeks tunggal. Sebanyak 25 saham JII yang konsisten masuk selama dua tahun berturut-turut yang mengindikasikan performa saham-saham tersebut cukup stabil. Saham-saham tersebut adalah sebagai berikut:

Tabel 1 Perusahaan yang konsisten terdaftar pada JII

No.	Simbol	Nama Perusahaan	No.	Simbol	Nama Perusahaan
1	ADRO	Adaro Energi Tbk.	14	ITMG	Indo Tambang Raya Megah Tbk.
2	AKRA	AKR Corporindo Tbk.	15	KLBF	Kalbe Farma Tbk.
3	ANTM	Aneka Tambang	16	LPPF	Matahari Departemen Store
4	ASII	Astra International Tbk.	17	PTBA	Bukit Asam
5	BRPT	Barito Pacific Tbk.	18	PTPP	PP Persero
6	BSDE	Bumi Serpong Damai Tbk.	19	SCMA	Surya Citra Media
7	CTRA	Ciputra Development	20	SMGR	Semen Indonesia
8	EXCL	XL Axiata	21	TLKM	Telkom Indonesia
9	ICBP	Indofood CBP Sukses Makmur Tbk.	22	UNTR	United Tractor Tbk.
10	INCO	Vale Indonesia Tbk.	23	UNVR	Unilever Indonesia Tbk.

No.	Simbol	Nama Perusahaan	No.	Simbol	Nama Perusahaan
11	INDF	Indofood Sukses Makmur Tbk.	24	WIKA	Wijaya Karya (Persero) Tbk.
12	INDY	Indika Energy Tbk.	25	WSBP	Waskita Beton Precast Tbk.
13	INTP	Indocement Tunggal Prakarsa			

Selanjutnya saham-saham yang memiliki nilai *expected return* kurang dari atau sama dengan return aset bebas risiko atau $E(R_i) \leq R_{br}$ tidak dimasukkan ke dalam kandidat pembentukan portofolio optimal. Hal tersebut dikarenakan apabila investor menginvestasikan dana ke bank, akan lebih menguntungkan dan tidak terdapat risiko dibandingkan dengan investor berinvestasi saham. Rata-rata besarnya *return* aset bebas risiko mingguan berdasarkan data SBIS (Sertifikat Bank Indonesia Syariah) selama dua tahun terakhir adalah sebesar $R_{br} = 0.00107518$. Dari 25 saham pada Tabel 1, saham yang memiliki nilai $E(R_i) > R_{br}$ yaitu ADRO, BRPT, EXCL, ICBP, INDF dan WIKA. Selanjutnya enam saham tersebut dimasukkan ke dalam kandidat pembentukan portofolio optimal.

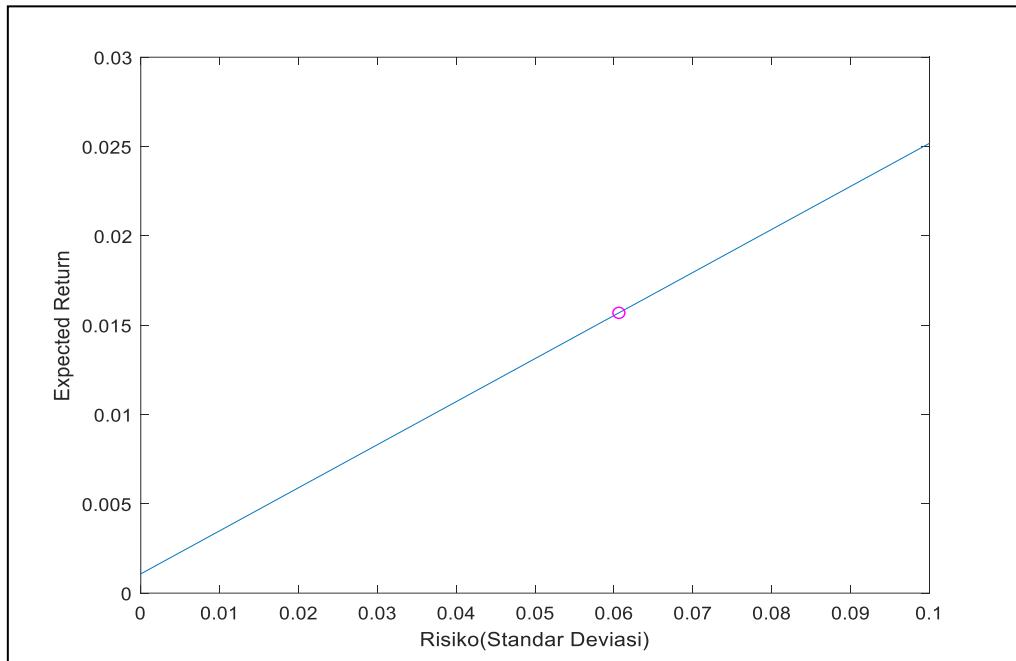
Saham-saham yang sebagai kandidat pembentukan portofolio optimal dihitung dengan menggunakan program Model Indeks Tunggal yang telah dibuat dan dibahas pada bagian sebelumnya. Dari hasil program tersebut didapatkan hasil yang disajikan pada Tabel 2, Gambar 1 dan Gambar 2.

Tabel 2 Nilai α_i , β_i dan ERB_i saham

No.	Perusahaan	α_i	β_i	ERB_i
1	BRPT	0.0214	0.5493	0.0352
2	EXCL	0.0104	1.6398	0.0039
3	ICBP	0.0026	0.4558	0.0014
4	WIKA	0.0059	2.2032	0.0004
5	ADRO	0.0048	1.6411	0.0004
6	INDF	0.0029	0.9076	0.0002

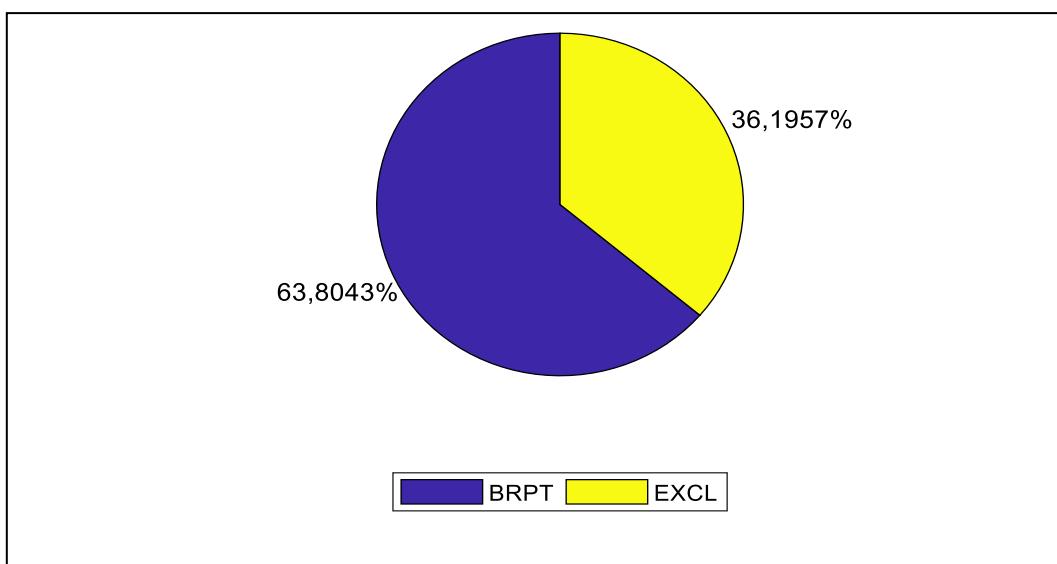
Dengan *cut off point* (C^*) = 0.0016, sehingga saham-saham yang mempunyai nilai $ERB_i > C^*$ merupakan saham yang selanjutnya dimasukkan dalam pembentukan portofolio optimal. Dari 6 saham JII pada Tabel 2, terdapat dua saham yang layak

membentuk portofolio optimal, yaitu BRPT dan EXCL. Dari hasil program juga didapat pula risiko dan *expected return* portofolio model indeks tunggal yang disajikan pada Gambar 1 sebagai berikut:



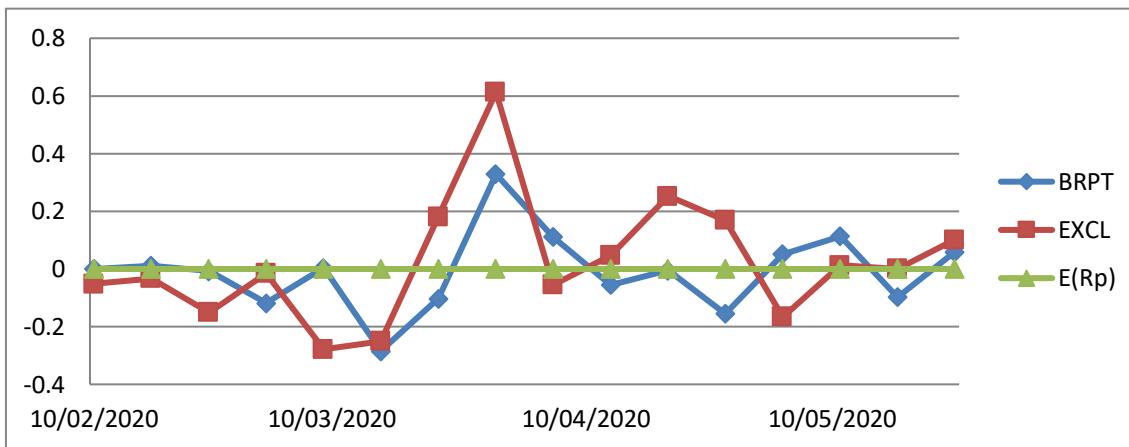
Gambar 1 Risiko dan *expected return* portofolio optimal

Sedangkan proporsi yang dihasilkan oleh Model Indeks Tunggal pada program yang dihasilkan, didapatkan nilai proporsi BRPT sebesar 63.8043% dan EXCL sebesar 36.1957%, yang disajikan pada diagram lingkaran sebagai berikut:



Gambar 2 Proporsi saham portofolio optimal

Berdasarkan proporsi yang diperoleh, maka apabila investor mempunyai uang 1 Milyar, maka investor akan mengalokasikan uangnya sebesar Rp 638 043 000 di perusahaan Barito Pacific Tbk. dan sebesar Rp 361 937 000 di perusahaan XL Axiata. Selanjutnya dengan adanya pandemi COVID-19 di Indonesia yang dimulai dari Februari, maka selanjutnya dilihat apakah portofolio tersebut masih memberikan prediksi yang tepat terhadap keuntungan yang diharapkan investor. Grafik pada Gambar 3 di bawah ini menunjukkan *return* mingguan saham BRPT dan EXCL selama masa pandemi.



DAFTAR PUSTAKA

- Anggraeni RW, & Mispiyanti. 2020. Analisis pembentukan portofolio optimal saham dengan menggunakan model indeks tunggal (Studi kasus pada perusahaan terdaftar di indeks SRI-KEHATI periode 2016-2018). *Jurnal Ilmiah Mahasiswa Manajemen, Bisnis dan Akuntansi*. Volume 2, No. 1.
- Bodie Z, Kane A, & Marcus AJ. 2011. *Investment*. New York (US): The McGraw-Hill.
- Cornuejols G, & Tutuncu R. 2007. Optimization Method in Finance. New York (US): Cambridge Univ Pr.
- Dewi CK, & Masithoh R. 2020. IHSG and trading activities before after covid-19 outbreak. *Research Journal of Accounting and Business Management (RJABM)*; P-ISSN: 2580-3115; E-ISSN: 2580-3131.
- Elton JE, Gruber MJ, Brown SJ, & Goetzmann WN. 2014. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New York (US): Jhon Wiley Son.
- Huda N, & Nasution ME. 2008. *Investasi pada Pasar Modal Syariah*. Jakarta (ID): Kencana Prenada Media Group.
- Purnomo AH, & Sularto L. 2016. Analisis pembentukan portofolio yang efisien pada tiga saham syariah sektor perkebunan yang terdaftar di Jakarta Islamic Index (JII) dengan Model Markowitz. Jakarta (ID): Politeknik Negeri Jakarta.
- Sari DP, & Suryawati. 2020. Analisis Portofolio Optimal Saham Syariah Jakarta Islamic Index (JII) Periode 2015-2017. P-ISSN: 2088-9372 E-ISSN: 2527-8991.
- Talakua MY. 2008. Analisis pembentukan portofolio saham kelompok JII [tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- Wardani MK. 2010. Pembentukan portofolio saham-saham perusahaan yang terdaftar di Jakarta Islamic Index (JII) [tesis]. Surakarta (ID): Universitas Sebelas Maret.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih kepada Laboratorium Komputasi: Jurusan Matematika UIN Sunan Kalijaga, Jurusan Teknik Mesin Sultan Ageng Tirtayasa, Jurusan Matematika Universitas Pamulang, Jurusan Teknik Informatika UIN Sunan Kalijaga dan Jurusan Matematika Universitas Negeri Golontalo atas kerjasama dan fasilitas yang diberikan sehingga penelitian ini terlaksana.

APPENDIX 1

Program Metode Single Index Model

```
%Program Metode Single Index Model Isty
%Ri : Saham kandidat ke-i (15 Saham yg memenuhi diatas Rf)
%ERi : Expected Return Saham kandidat ke-i
%VarRi : Variance Return Saham kandidat ke-i
%ERm : Expected Return Pasar/Market
%VarRm : Variance Return Pasar/Market
%Rf : Return Bebas Risiko (0.001238052)
%ERBi : Expected Return to Beta Saham ke-i
%W : Proporsi Saham
%Cstar : Batas Nilai cut-off
function [T1,T2,T3,T4,T5,T6,Cstar,CutIndex,C,W,T7]=SIM1(Ri,Rm,Rf)
    %format ShortG
    [n,m]=size(Ri);
    %Hitung Expected Return dan Variance Return Saham kandidat
    ERi=mean(Ri);
    VarRi=var(Ri,0,1);
    ERm=mean(Rm);
    VarRm=var(Rm);
    %Hitung Cov(Ri,Rm)
    for i=1:m
        for j=1:n
            K(j)=(Ri(j,i)-ERi(1,i))*(Rm(j,1)-ERm);
        end
        Covim(i)=(sum(K))/n;
    end
    %Hitung Beta, Alpha, Varei dan ERBi
    for k=1:m
        Bethai(k)=Covim(k)/VarRm;
        Alphai(k)=ERi(k)-((Bethai(k))*ERm);
        Varei(k)=VarRi(k)-((Bethai(k))^2)*VarRm;
        ERBi(k)=(ERi(k)-Rf)/Bethai(k);
        N(k)=k;
    end
    T1=[ERm VarRm];
    T2=[N' ERi' VarRi' Covim'];
    T3=[N' Alphai' Bethai' ERBi'];
    %Data Tabel T3 Belum di sort
    T4=[N' ERi' ERBi' Alphai' Bethai' Varei'];
    %Data Tabel T4 Setelah disort menurut ERBi
    T5=sortrows(T4,-3);
    %Hitung Aj, Bj
    for q1=1:m
        Aj(q1,1)=(T5(q1,2)-Rf)*T5(q1,5)/T5(q1,6);
        Bj(q1,1)=((T5(q1,5))^2)/T5(q1,6);
    end
    %Hitung Sigma Aj dan Sigma Bj
    SAj(1,1)=Aj(1,1);
    SBj(1,1)=Bj(1,1);
    for q2=2:m
        SAj(q2,1)=SAj(q2-1,1)+Aj(q2,1);
        SBj(q2,1)=SBj(q2-1,1)+Bj(q2,1);
    end
    %Hitung Cj dan Pemotongan Saham yang telah di Cut-off
    for q3=1:m
        Cj(q3,1)=(VarRm*SAj(q3,1))/(1+(VarRm*SBj(q3,1)));
    end
```

```

end
[Cstar,CutIndex]=max(Cj);
T6=[T5 Aj Bj SAj SBj Cj];
r=CutIndex;
C=T6(1:r,:);
%Hitung Zi dan Wi
for r1=1:r
    Zr(r1,1)=(C(r1,5)/C(r1,6))*(C(r1,3)-Cstar);
end
SZr=sum(Zr);
for r2=1:r
    Wr(r2,1)=Zr(r2,1)/SZr;
end
W1=[C(:,1) Wr Wr*100];
W=sortrows(W1);
%Hitung Portofolio
AlphaP=Wr'*C(:,4);
BetaP=Wr'*C(:,5);

VP1=(C(:,6)).^(1/2);
VP=(Wr'*VP1)^2;
ERPSIM=AlphaP+BetaP*ERm;
VarPSIM=(BetaP^2)*VarRm+VP;
STDPSIM=sqrt(VarPSIM);

Theta=(ERPSIM-Rf)/STDPSIM;
T7=[ERPSIM VarPSIM STDPSIM Theta];
%Plot Portofolio Single Index Model
x = 0:0.001:0.1;
y = Rf+Theta*x;
plot(x,y);
hold on
plot(STDPSIM,ERPSIM,'om');
ylabel('Expected Return');
xlabel('Risiko (Standar Deviasi)')
end

```

APPENDIX 2

Plotting Program Metode Single Index Model

```

%plot hasil kerjaan Single Index Model
function plotSIM1(W)
    %W=table2array(W);
    w = W(:,3);
    figure
    pie(w)
    title('Proporsi Saham Single Index Model')
    labels = {'BRPT','EXCL'};

    legend(labels,'Location','southoutside','Orientation','horizontal')
end

```