STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

PENGGUNAAN HUKUM DE MOIVRE UNTUK MENGHITUNG EKSPEKTASI DAN VARIANSI BENEFIT ASURANSI JIWA SEUMUR HIDUP

Siti Sarah Ayu Alamsyah[1,*], Annisa Nayla Safitri[2], Nur Hasanah[3], Rastiar Nabyla Putri[4], Yuyun Eka Pratiwi[5]

[1,2,3,4,5]Program Studi Statistika, FMIPA, Universitas Tanjungpura
Email Korespondensi: h1091231005@student.untan.ac.id

ABSTRACT

Determining the expected value and variance of benefits is a crucial part of actuarial calculations or whole life insurance products. This article applies De Moivre's Theorem to calculate the expectation and variance of a person's whole life insurance benefit. The calculation is carried out to determine the expected value and variance of the benefit so that it can estimate the expected amount of payment and distribution. This article also discusses the use of a person's life chance equation and accelerated death equation based on De Moivre's Theorem. This approach shows how simple mathematical models such as De Moivre's Theorem remain relevant in a modern context as a financial decision-making tool in the insurance industry.
Keywords: Whole Life Insurance, De Moivre's Theorem, Present Value Benefit.

ABSTRAK

Penentuan nilai ekspektasi dan variansi benefit merupakan bagian krusial dalam perhitungan aktuaria untuk produk asuransi jiwa seumur hidup. Artikel ini mengaplikasikan hukum *De Moivre* dalam menghitung ekspektasi dan variansi benefit asuransi jiwa seumur hidup seseorang. Perhitungan dilakukan untuk mengetahui besar nilai ekspektasi dan variansi benefitnya sehingga dapat memperkirakan besaran harapan pembayaran dan penyebarannya. Artikel ini juga membahas penggunaan persamaan peluang hidup seseorang serta persamaan percepatan kematian berdasarkan hukum *De Moivre.* Pendekatan ini menunjukkan bagaimana model matematis sederhana seperti hukum *De Moivre* tetap relevan dalam konteks modern sebagai alat bantu pengambilan keputusan finansial dalam industri asuransi.
Kata kunci: Asuransi Jiwa Seumur Hidup, Hukum *De Moivre*, Nilai Sekarang Manfaat.

ARTICLE INFO	
Submission received: 25 May 2025	Accepted: 31 August 2025
Revised: 27 May 2025	Published: 31 August 2025

Available on: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

1. PENDAHULUAN

Dengan kemajuan zaman yang terus berkembang, kebutuhan manusia pun menjadi semakin beragam dan kompleks. Upaya untuk memperoleh perlindungan finansial turut meningkat, yang mendorong pertumbuhan jumlah perusahaan asuransi yang menawarkan berbagai layanan, salah satu jenis perlindungan yang ditawarkan adalah asuransi jiwa. Asuransi jiwa sendiri merupakan kesepakatan antara pihak tertanggung (pemegang polis) dan perusahaan asuransi, di mana perusahaan bertanggung jawab memberikan perlindungan terhadap risiko yang berkaitan dengan jiwa tertanggung terhadap risiko kematian yang mungkin menimpa tertanggung, sesuai dengan ketentuan yang tercantum dalam polis asuransi. (Futami, 1993). Pemegang polis membayarkan premi kepada perusahaan asuransi sebagai bentuk kompensasi atas komitmen perusahaan dalam menyediakan sejumlah dana tertentu apabila tertanggung meninggal dunia. Asuransi jiwa memiliki peran penting karena dapat memberikan jaminan perlindungan keuangan bagi keluarga atau ahli waris saat terjadi risiko kematian pada pemegang polis. Secara umum, produk asuransi jiwa terbagi menjadi empat kategori, yaitu asuransi jiwa seumur hidup (*whole life insurance*), asuransi jiwa berjangka (*term life insurance*), dan asuransi jiwa dwiguna (*endowment life insurance*). Di antara jenis-jenis tersebut, yang menawarkan perlindungan sepanjang hayat adalah asuransi jiwa seumur hidup.

Asuransi jiwa seumur hidup (*whole life insurance*) merupakan jenis perlindungan jiwa yang memberikan manfaat kematian kepada ahli waris apabila tertanggung meninggal dunia, dengan cakupan perlindungan yang berlangsung sepanjang hidup tertanggung. Produk asuransi ini memiliki dua karakteristik utama, yakni memberikan jaminan perlindungan selama masa hidup tertanggung selama polis masih aktif, serta menyertakan nilai tunai atau komponen tabungan. Salah satu hal krusial dalam asuransi jiwa adalah perhitungan premi yang harus dibayar oleh tertanggung. Premi merupakan sejumlah dana yang dibayarkan secara berkala kepada perusahaan asuransi, dengan nominal yang telah ditetapkan sebelumnya. Dana premi ini kemudian digunakan untuk membiayai manfaat asuransi yang akan diberikan kembali kepada tertanggung, mendukung kegiatan operasional perusahaan, dan sebagai dana cadangan premi.

Pembayaran premi bisa dilakukan selama seumur hidup tertanggung atau hingga usia tertentu sesuai kesepakatan yang tercantum dalam polis. Dalam produk ini, sebagian dari premi yang dibayarkan tidak hanya digunakan untuk membayar perlindungan terhadap risiko kematian, tetapi juga dialokasikan sebagai nilai tunai atau cadangan, yang dapat diakumulasi dan ditarik pada masa mendatang. Oleh karena itu, penetapan besar premi memerlukan perhitungan yang cermat dengan mempertimbangkan probabilitas hidup dan kematian tertanggung dalam jangka panjang, salah satunya pada studi mortalitas, Hukum *De Moivre* menjelaskan pola percepatan kematian yang diasumsikan berasal dari penyebaran yang seragam (Finan 2011).

Selain menentukan jumlah premi yang harus dibayar, hal penting lainnya dalam asuransi jiwa adalah menghitung nilai sekarang dari manfaat yang akan diberikan kepada ahli waris (*present value benefit*). Nilai sekarang manfaat ini menunjukkan berapa besar nilai uang saat ini dari pembayaran yang akan diberikan di masa depan, dengan memperhitungkan tingkat bunga dan kemungkinan meninggalnya tertanggung. Konsep ini sangat penting karena dapat membantu perusahaan asuransi dalam menghitung berapa banyak dana yang perlu disiapkan agar dapat membayar manfaat tersebut kepada pemegang polis. Terdapat penelitian sebelumnya dengan judul penelitian “Penggunaan Hukum *De Moivre* Untuk Menghitung

STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

Premi Tahunan Asuransi Jiwa Seumur Hidup" oleh (Aprijon et al. 2019) sebagai menambah pembahasan penelitian. Dengan demikian, penelitian kali ini akan meneliti tentang "Penggunaan Hukum *De Moivre* Untuk Menghitung Ekspektasi Dan Variansi Benefit Asuransi Jiwa Seumur Hidup".

2. METODOLOGI

2.1. Asuransi Jiwa Seumur Hidup

Asuransi jiwa seumur hidup (*whole life insurance*) merupakan jenis produk asuransi jiwa yang memberikan manfaat kematian kepada pihak yang ditunjuk apabila tertanggung meninggal dunia, dengan masa perlindungan yang berlaku selama hidup tertanggung. Produk ini memiliki karakteristik utama, yaitu memberikan perlindungan jiwa seumur hidup selama polis masih aktif dan menyertakan manfaat uang pertanggungan yang juga mencakup elemen tabungan. (Lestari et al., 2024).

2.2. Hukum *De Moivre*

Hukum *De Moivre* adalah model dari hukum mortalita yang diperkenalkan oleh seorang ilmuwan bernama Abraham De Moivre. Hukum ini dikembangkan berdasarkan asumsi distribusi seragam yang berada dalam suatu interval $[0, \omega]$ dengan 0 adalah usia seseorang ketika baru lahir dan ω adalah usia maksimal seseorang (Syaftira et al., 2017). Pada dasarnya, Meskipun hukum ini digunakan untuk menggambarkan percepatan mortalitas, fungsi kepadatan peluang yang dihasilkannya juga dapat dimanfaatkan untuk menghitung probabilitas seseorang untuk tetap hidup maupun mengalami kematian pada usia tertentu. (Anita et al., 2023). Berdasarkan hukum *De Moivre*, fungsi kepadatan peluang yang diperoleh dari distribusi seragam adalah sebagai berikut (Aprijon et al., 2019).

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\omega}, & 0 \le x \le \omega \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases} \tag{1}$$

Sehingga, untuk *survival function* dan percepatan mortalitasnya dapat dirumuskan sebagai berikut (Mitus, 2016).

Survival function,

$$s(x) = \frac{\omega - x}{\omega}, \text{ untuk } 0 \le x < \omega \tag{2}$$

Percepatan mortalitas,

$$\mu_x = \frac{1}{\omega - x} = (\omega - x)^{-1}, \text{ untuk } 0 \le x < \omega \tag{3}$$

Keterangan:

x : Usia

ω : Perkiraan usia maksimal

Berdasarkan persamaan (2), didapatkan peluang hidup seseorang yang berusia x tahun hingga t tahun, yaitu

$${}_tp_x = \frac{s(x+t)}{s(x)} = \frac{\omega - x - t}{\omega - x} = 1 - \frac{t}{\omega - x}, \text{ untuk } 0 \le t \le \omega - x \tag{4}$$

dan peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal t tahun kemudian, yaitu

$${}_tq_x = \frac{t}{\omega - x}, \text{ untuk } 0 \le t \le \omega - x \tag{5}$$

Ekspektasi dari variabel acak nilai sekarang, Z, disebut dengan *Actuarial Present Value* (APV) dari asuransi jiwa seumur hidup akan digunakan peluang hidup seseorang pada

STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

persamaan (4) dan percepatan mortalitas pada persamaan (3). Nilai sekarang (APV) asuransi jiwa seumur hidup yang dirumuskan sebagai berikut (Bowers et al., 1997).

$$\bar{A}_x = E[\bar{Z}] = \int_0^\infty \bar{z} f_T(t)\, dt = \int_0^\infty b_t v^t \, {}_tp_x \mu_{x+t}\, dt \tag{6}$$

$$(\bar{A}_x)^2 = E[\bar{Z}^2] = \int_0^\infty \bar{z}^2 f_T(t)\, dt = \int_0^\infty b_t^2 v^{2t} \, {}_tp_x \mu_{x+t}\, dt \tag{7}$$

dengan $b_t = 1 \quad t \geq 0$
$v_t = v^t \quad t \geq 0$
$Z = b_t v^t \quad t \geq 0$

Keterangan:
b_t : Fungsi benefit
v_t : Fungsi diskonto
${}_tp_x$: Peluang hidup seseorang
μ_{x+t} : Percepatan mortalitas

v_t dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$v_t = \left(\frac{1}{1+i}\right)^t = (1+i)^{-1} \tag{8}$$

Keterangan:
i : Suku bunga

Sehingga untuk menentukan variansi, maka

$$Var[Z] = E[\bar{Z}^2] - (E[\bar{Z}])^2 \tag{9}$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Akan dihitung nilai harapan (ekspektasi) dan variansi dari manfaat asuransi jiwa seumur hidup untuk Alya Zahra Nadhirah, yang saat ini berusia 18 tahun. Perhitungan ini menggunakan asumsi tingkat suku bunga sebesar 5%, usia maksimum kehidupan diperkirakan hingga 103 tahun, serta uang pertanggungan sebesar Rp50.000.000.

Diketahui:
$x = 18$
$i = 5\% = 0.05$
$b_t = 50000000$
$\omega = 103$

Model *De Moivre*/Uniform Mortality Model:

$$\mu(x) = (x - \omega)^{-1}$$

$$s(x) = 1 - \frac{x}{\omega}$$

Sebelum menghitung nilai harapan dan variansi dari manfaat asuransi, langkah awal yang perlu dilakukan adalah menentukan besar faktor diskon berdasarkan tingkat bunga sebesar 5%, dengan mengacu pada persamaan (8).

$$v = \left(\frac{1}{1+i}\right)$$
$$= (1+i)^{-1}$$

maka akan diperoleh,

$$v^t = \left(\frac{1}{1+i}\right)^t$$

STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

$$= (1+i)^{-t}$$
$$= (1+0.05)^{-t}$$
$$= (1.05)^{-t}$$

Selanjutnya akan ditentukan besarnya nilai peluang hidup Alya Zahra Nadhirah berusia 18 tahun akan hidup sampai $18 + t$ berdasarkan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (4):

$$_tp_x = \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$= \frac{1 - \frac{(x+t)}{\omega}}{1 - \frac{x}{\omega}}$$

$$= \frac{\frac{\omega - (x+t)}{\omega}}{\frac{\omega - x}{\omega}}$$

$$= \frac{\omega - (x+t)}{\omega} \times \frac{\omega}{\omega - x}$$

$$= \frac{\omega - (x+t)}{\omega - x}$$

$$= \frac{\omega - x - t}{\omega - x}$$

$$= \frac{\omega - x}{\omega - x} - \frac{t}{\omega - x}$$

$$= 1 - \frac{t}{\omega - x}$$

Nilai peluangnya adalah:

$$_tp_{18} = 1 - \frac{t}{103 - 18}$$
$$= \frac{85 - t}{85}, 0 < t < 85$$

Selanjutnya akan ditentukan besarnya percepatan kematian Alya Zahra Nadhirah berusia 18 tahun pada usia $18 + t$ berdasarkan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (3):

$$\mu_{x+t} = \frac{f(x+t)}{s(x+t)}$$

STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

$$= \frac{\frac{1}{\omega}}{\frac{\omega-(x+t)}{\omega}}$$

$$= \frac{1}{\omega} \times \frac{\omega}{\omega-(x+t)}$$

$$= \frac{1}{\omega-(x+t)}$$

$$= \frac{1}{\omega-x-t}$$

Nilai percepatan kematiannya adalah:

$$\mu_{18+t} = \frac{1}{103-(18+t)}$$
$$= \frac{1}{85-t}, 0 < t < 85$$

Hasil perkalian antara nilai peluang hidup dan nilai percepatan kematiannya adalah:

$${}_tp_{18} \times \mu_{18+t} = \frac{85-t}{85} \times \frac{1}{85-t}$$
$$= \frac{1}{85}$$

Selanjutnya dengan menggunakan nilai yang diketahui, akan dicari ekspektasi benefit untuk Alya Zahra Nadhirah berusia 18 tahun dengan tingkat bunga sebesar 5% ikut asuransi jiwa seumur hidup yang diasumsikan hidup hingga usia maksimum 103 tahun dan uang pertanggungan sebesar Rp50000000 menggunakan persamaan (6):

$$E[\bar{Z}] = \int_0^\infty \bar{z} f_T(t)\, dt$$
$$= \int_0^\infty b_t v^t\, {}_tp_x\, \mu_{x+t}\, dt$$

Besar ekspektasi benefitnya adalah:

$$E[\bar{Z}] = \int_0^{85} 50 \times 10^6 (1.05)^{-t} \frac{1}{85} dt$$
$$= \frac{50 \times 10^6}{85} \int_0^{85} (1.05)^{-t}\, dt$$

$$= \frac{50 \times 10^6}{85} \left[-\frac{(1.05)^{-t}}{\ln 1.05} \Bigg|_0^{85} \right]$$

STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

$$= \frac{50 \times 10^6}{85} \left[\left(-\frac{(1.05)^{-85}}{\ln 1.05} \right) - \left(-\frac{(1.05)^{-0}}{\ln 1.05} \right) \right]$$

$$= \frac{50 \times 10^6}{85} [-0.32402409 - (-20.49593431)]$$

$$= \frac{50 \times 10^6}{85} [20.17191022]$$

$$= 11{,}865{,}829.54$$

Selanjutnya dengan menggunakan nilai yang diketahui, akan dicari ekspektasi dari kuadrat rata-rata Z benefit untuk Alya Zahra Nadhirah berusia 18 tahun dengan tingkat bunga sebesar 5% ikut asuransi jiwa seumur hidup yang diasumsikan hidup hingga usia maksimum 103 tahun dan uang pertanggungan sebesar Rp50000000 menggunakan persamaan (7):

$$E[\bar{Z}^2] = \int_0^\infty \bar{z}^2 f_T(t)\, dt$$
$$= \int_0^\infty b_t^2 v^{2t}\ {}_t p_x\, \mu_{x+t}\, dt$$

Besar ekspektasi dari kuadrat rata-rata Z benefitnya adalah:

$$E[\bar{Z}^2] = \int_0^{85} (50 \times 10^6)^2\, (1.05)^{-2t} \frac{1}{85} dt$$

$$= \frac{(50 \times 10^6)^2}{85} \int_0^{85} (1.05)^{-2t}\, dt$$

$$= \frac{25 \times 10^{14}}{85} \left[-\frac{(1.05)^{-2t}}{2 \times \ln 1.05} \bigg|_0^{85} \right]$$

$$= \frac{25 \times 10^{14}}{85} \left[\left(-\frac{(1.05)^{-2\times 85}}{\ln 1.05} \right) - \left(-\frac{(1.05)^{-2\times 0}}{\ln 1.05} \right) \right]$$

$$= \frac{25 \times 10^{14}}{85} [-5.122557933 \times 10^{-3} - (-20.49593431)]$$
$$= \frac{25 \times 10^{14}}{85} [20.49081175]$$
$$= 6.026709339 \times 10^{14}$$
$$= 602670933.9 \text{ juta}$$

Setelah mengetahui besar ekspektasi benefit dan besar ekspektasi dari kuadrat rata-rata Z benefitnya, maka dapat dihitung besar variansi benefitnya dengan persamaan (9):

$$Var[Z] = E[\bar{Z}^2] - (E[\bar{Z}])^2$$

Besar variansi benefitnya adalah:

STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
Vol. 7, No. 2, August 2025
5th article, Pages: 131 – 138
DOI: https://doi.org/10.32493/sm.v7i2.xxxxx

$$Var[Z] = 6.026709339 \times 10^{14} \times (11865829.54)^2$$
$$= 8.485480832 \times 10^{28}$$

Berdasarkan hasil perhitungan di atas, besarnya ekspektasi benefit yang diperoleh Alya Zahra Nadhirah, yang mulai ikut program asuransi jiwa seumur hidup pada usia 18 tahun, diasumsikan hidup hingga usia maksimum 103 tahun. Dalam perhitungan ini digunakan tingkat suku bunga sebesar 5%, dengan besaran uang pertanggungan yang ditentukan sebesar Rp50000000 adalah sebesar 11865829.54 dan besar variansi benefitnya adalah $8.485480832 \times 10^{28}$.

4. SIMPULAN

Hasil analisis yang telah dilakukan dapat disimpulan bahwa ekspektasi benefit dan variansi benefit untuk asuransi jiwa seumur hidup untuk Alya Zahra Nadhirah berusia 18 tahun, dengan asumsi tingkat suku bunga sebesar 5% dan menggunakan asumsi hukum mortalita *De Moivre*, diperoleh nilai ekspektasi manfaat sebesar 11865829.54 dan variansi manfaat sebesar $8.485480832 \times 10^{28}$. Nilai ekspektasi ini dihitung berdasarkan uang pertanggungan sebesar Rp50000000 dan usia maksimum 103 tahun.

5. DAFTAR PUSTAKA

Anita, A. F., Rosita, S., & Arsita, S. (2023). Penerapan Metode De Moivre Dalam Perhitungan Premi Asuransi Jiwa Seumur Hidup Dengan Tingkat Suku Bunga Stokastik. *AKTUARIA*, *2*(1), 1-6.

Aprijon, A., Suryani, I., & Rahmawati, R. (2019). *Penggunaan Hukum De Moivre untuk menghitung premi tahunan asuransi jiwa seumur hidup.* Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sultan Syarif Kasim Riau.

Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). *Actuarial mathematics* (2nd ed.). The Society of Actuaries.

Finan, M. B. *A* (2011) *Reading of The Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC/3L.* Arkansas Tech university, Arkansas.

Futami, T. (1993) *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I. Terj.dariSeimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*,olehHerliyanto, G. PenerbitIncorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.

Iriana, N., Purnamasari, I., & Nasution, Y. N. (2020). Penentuan cadangan premi asuransi jiwa seumur hidup menggunakan metode Zillmer. *Jurnal Matematika, Statistika dan Komputasi (JMSK)*, *16(2)*, 219–225.

Lestari, D. A., Simbolon, K., & Tambunan, S. M. P. (2024). Menentukan Nilai Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Seumur Hidup Menggunakan TMI IV Tahun 2019 dengan Variasi Uang Pertanggungan (UP). *Jurnal Riset Rumpun Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, *3*(1), 105-118.

Mitus, A. (2016). *Analisis perbandingan survival function dengan hukum De Moivre dan hukum Gompertz* (Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim).

Syaftira, W., Lestari, R., & Yanita, Y. (2017). Penentuan premi asuransi jiwa dwiguna dengan hukum De Moivre dan hukum Gompertz. *Jurnal Matematika UNAND*, 6(3), 112–117.