

PENENTUAN CURAH HUJAN MENGGUNAKAN RANTAI MARKOV DI BEBERAPA DAERAH PROVINSI BANTEN

**Ahmad Shulhany^{1,3}, Andi Fitriawati^{2,3}, Dina Prariesa³,
Yoshua Jeremy Budiman³, Karina Ayudhia Sasmito³**

¹Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa
Email Korespondensi: ahmad.s@untirta.ac.id

²Program Studi Sains Aktuaria, Jurusan Sains, Institut Teknologi Sumatera

³Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi
Bandung

ABSTRACT

The markov chain is a stochastic process model which states that the probability of a future state, X_{t+1} , is only affected by the probability of the closest previous state, namely X_t . One application of the Markov Chain is the determination of rainfall based on the data obtained. Observations for the Markov Chain with three conditions were obtained from the NASA Prediction of Worldwide Energy Resource website. The data obtained are rainfall data in several areas in Banten Province, namely Cilegon City, Serang City, Tangerang City, South Tangerang City, Serang Regency, Lebak Regency, Pandeglang Regency, and Tangerang Regency. From these data, the one-step transition matrix is determined. The transition matrix is processed using ordinary matrix multiplication, utilizing eigenvalues, as well as a special formula to calculate the transition matrix with n steps. The determination of the probability distribution of the n -step Markov Chain with three states is carried out by observing the convergence of the transition probabilities.

Keywords: *Rainfall, Markov Chain, Banten Province.*

ABSTRAK

Rantai markov merupakan salah satu model proses stokastik yang menyatakan bahwa peluang keadaan yang akan datang X_{t+1} , hanya dipengaruhi oleh peluang keadaan terdekat sebelumnya yaitu X_t . Salah satu penerapan dari Rantai Markov adalah penentuan curah hujan berdasarkan data yang diperoleh. Pengamatan untuk Rantai Markov dengan tiga keadaan diperoleh dari website NASA Prediction of Worldwide Energy Resource. Data yang diperoleh adalah data curah hujan di beberapa daerah di Provinsi Banten, yaitu Kota Cilegon, Kota Serang, Kota Tangerang, Kota Tangerang Selatan, Kabupaten Serang, Kabupaten Lebak, Kabupaten Pandeglang, dan Kabupaten Tangerang. Dari data tersebut, ditentukan matriks transisi satu langkah yang diperoleh. Matriks transisi tersebut diolah menggunakan perkalian matriks biasa, memanfaatkan nilai eigen, serta rumus khusus untuk menghitung matriks transisi dengan n langkah. Penentuan distribusi peluang Rantai Markov n langkah dengan tiga keadaan dilakukan dengan pengamatan kekonvergenan peluang transisi.

Kata kunci: *Curah hujan, Rantai Markov, Provinsi Banten.*

1. PENDAHULUAN

Proses stokastik merupakan suatu proses yang melibatkan operasi peluang. Secara umum, proses stokastik mengacu pada keluarga variabel acak yang diindeks terhadap beberapa variabel atau himpunan variabel lainnya. Pengindeksan dapat berbentuk diskrit atau

kontinu. Perbedaannya terletak pada perubahan variabel terhadap waktu. Salah satu proses stokastik yang dikenal yaitu Rantai Markov. Konsep Rantai Markov pertama kali dikembangkan oleh seorang ilmuwan Rusia pada tahun 1906, yaitu Andrey Andreyevich Markov. Sejarah mengenai Rantai Markov sangat menarik untuk diketahui. Pada tahun 1987, Pafnuty Chebyshev, salah satu guru dari Markov, menguraikan bukti teori limit pusat yang diperumum. Dengan menggunakan pendekatan yang berbeda, salah satu siswa dari Chebyshev yaitu Aleksander Lyapunov, membuktikan teorema di bawah hipotesis yang dilemahkan pada tahun 1901. Delapan tahun kemudian, Markov berhasil membuktikan hasil umum secara ketat menggunakan metode Chebyshev.

Saat mengerjakan suatu permasalahan, Markov memperluas the law of large numbers (yang menyatakan bahwa distribusi yang diamati mendekati distribusi yang diharapkan dengan peningkatan ukuran sampel) dan teorema limit pusat ke barisan tertentu dari variabel acak dependent yang membentuk kelas khusus yang saat ini dikenal sebagai rantai Markov. Rantai dari variabel acak ini memiliki banyak penerapan dalam sains dan sosial. Penggunaan awal dari Rantai Markov adalah pada bidang fisika dan meteorologi. Salah satu penerapan Rantai Markov yang cukup populer dalam bidang meteorologi yaitu penentuan curah hujan. Menurut National Geographic (NASA, 2021), curah hujan adalah air, baik yang berbentuk cair atau padat (es), yang terbentuk di atmosfer kemudian turun kembali ke bumi. Curah hujan yang jatuh ke bumi dapat berbentuk hujan, hujan es, atau salju. Curah hujan adalah salah satu dari tiga bagian utama dari siklus air global. (Grewal, dkk, 2019).

Rantai Markov dapat digunakan untuk menganalisa dan memprediksi perubahan curah hujan. Perubahan yang terjadi dapat bersifat statis atau juga dinamis. Perubahan yang terjadi merupakan keniscayaan, namun dapat diantisipasi sehingga kerugian dapat diminimalkan atau bahkan dihilangkan. Misalkan pada kondisi dimana ingin diketahui keadaan cuaca suatu wilayah tertentu pada saat musim hujan. Bagaimana kita dapat memperkirakan bahwa apabila saat ini hujan maka keadaan (state) besok cuaca akan cerah atau hujan. Berdasarkan dengan sekian data curah hujan yang kita kumpulkan pada wilayah tersebut pada kurun waktu tertentu maka kita dapat menentukan peluang kondisi curah hujan hari esok berdasarkan kondisi cuaca hari ini menggunakan Rantai Markov yang disebut dengan peluang transisi. Peluang yang terbentuk pada proses Rantai Markov tersebut akan menjadi informasi dalam bentuk matriks peluang transisi antar perubahan keadaan (state) pada kondisi hujan dan tak hujan hari ini dan besok.

Analisis perilaku pola curah hujan terutama pada kuantitas curah hujan sangat bermanfaat untuk melihat pola distribusi dan konsumsi air. Hujan memainkan peran utama dalam hidrologi khususnya pada perancangan dan operasi sumber daya air serta sistem pertanian (Ross, 2010). Oleh sebab itu, pada laporan ini akan difokuskan analisis terhadap perilaku pola curah hujan dengan menggunakan Rantai Markov. Data dalam laporan ini diperoleh dari website NASA Prediction of Worldwide Energy Resource. Data yang diperoleh adalah data curah hujan di beberapa daerah di Provinsi Banten, yaitu Kota Cilegon, Kota Serang, Kota Tangerang, Kota Tangerang Selatan, Kabupaten Serang, Kabupaten Lebak, Kabupaten Pandeglang, dan Kabupaten Tangerang.

Tujuan-tujuan dari dilaksanakannya penelitian ini, yaitu menganalisis matriks peluang transisi 3×3 dari curah hujan pada beberapa daerah di Provinsi Banten menggunakan persamaan Chapman Kolmogorov, matriks diagonal dan software Matlab; Menganalisis distribusi stationer dari curah hujan pada beberapa daerah di Provinsi Banten; dan menentukan sifat keadaan dari data curah hujan di kota Cilegon. Batasan masalah yang dari penelitian ini adalah analisis perhitungan matriks transisi menggunakan persamaan Chapman-Kolmogorov, matriks diagonal dan bantuan software Matlab. Adapun tahapan

yang dilakukan dalam analisis ini, yaitu pengambilan data melalui website NASA Prediction of Worldwide Energy Resource, <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/>, melakukan perhitungan matriks peluang transisi 3×3 n -langkah menggunakan persamaan Chapman Kolomogorov dan matriks diagonal, dan menghitung perhitungan matriks peluang transisi 3×3 n -langkah menggunakan bantuan software Matlab.

2. METODOLOGI

2.1. Keadaan Geografis

Data yang digunakan berasal dari website NASA Prediction of Worldwide Energy Resource (NASA, 2010). Data yang digunakan adalah data curah hujan pada bulan Januari, Februari, dan Desember dari tahun 2015 hingga 2021. Peta lokasi pengamatan dapat dilihat pada gambar di bawah ini.



Gambar 1. Peta Administrasi Provinsi Banten. (Solihin, 2021)

Tabel 1. Lokasi Geografis Kota-kota di Provinsi Banten.

Lokasi	Garis lintang	Garis bujur
Kota Cilegon	$-6,01^{\circ}$	$106,06^{\circ}$
Kota Serang	$-6,11^{\circ}$	$106,15^{\circ}$
Kota Tangerang	$-6,18^{\circ}$	$106,61^{\circ}$
Kota Tangerang Selatan	$-6,29^{\circ}$	$106,68^{\circ}$
Kabupaten Pandeglang	$-6,30^{\circ}$	$106,11^{\circ}$
Kabupaten Lebak	$-6,37^{\circ}$	$106,32^{\circ}$
Kabupaten Serang	$-6,29^{\circ}$	$106,89^{\circ}$
Kabupaten Tangerang	$-6,12^{\circ}$	$106,36^{\circ}$

2.2. Analisis Data

Pada penelitian ini dilakukan pemodelan pada proses stokastik dari curah hujan menggunakan matriks transisi. Perhitungan yang dilakukan menggunakan Matlab, teorema spektral, dan matriks diagonal. Perhitungan menggunakan matriks transisi tiga keadaan, yaitu keadaan 0, keadaan 1, dan keadaan 2. Keadaan 0 ($X_t = 0$), jika curah hujan (CH) yang diamati pada waktu t kurang dari nilai kuartil bawah (Q_1). Keadaan 1 ($X_t = 1$), jika curah hujan yang diamati pada waktu t setidaknya sebesar nilai kuartil bawah (Q_1) dan kurang dari kuartil atas (Q_3). Keadaan 2 ($X_t = 2$), jika curah hujan yang diamati pada waktu t setidaknya sebesar nilai kuartil atas (Q_3). Sehingga, peluang transisi dari pengamatan dengan tiga keadaan untuk masing-masing lokasi adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Matriks Peluang Transisi dengan Tiga Keadaan.

Besok Hari	$CH < Q1$	$Q1 \leq CH < Q3$	$CH \geq Q3$	Total Peluang
$CH < Q1$	P_{00}	P_{01}	P_{02}	$\sum_{j=0}^2 P_{0j} = 1$
$Q1 \leq CH < Q3$	P_{10}	P_{11}	P_{12}	$\sum_{j=0}^2 P_{1j} = 1$
$CH \geq Q3$	P_{20}	P_{21}	P_{22}	$\sum_{j=0}^2 P_{2j} = 1$

Misalkan ditinjau pada Kota Cilegon dengan $Q1 = 4,1$ mm dan $Q3 = 16,1150$ mm. Jika curah hujan yang diamati pada waktu t kurang dari nilai 4,1 mm maka Kota Cilegon pada **keadaan 0**; jika curah hujan yang diamati pada waktu t setidaknya sebesar 4,1 mm dan kurang dari 16,1150 mm maka Kota Cilegon pada **keadaan 1**; dan jika curah hujan yang diamati pada waktu t setidaknya sebesar 16,1150 mm maka Kota Cilegon pada **keadaan 2**. Lebih lanjut, jika curah hujan yang diamati pada waktu t setidaknya sebesar 4,1 mm, kemudian curah hujan tetap setidaknya sebesar 4,1 mm pada waktu $t + 1$ maka dikatakan terjadi perubahan keadaan dari 0 ke 0. Jika curah hujan yang diamati pada waktu t setidaknya sebesar 4.1 mm, kemudian curah hujan berubah menjadi setidaknya sebesar 4.1 mm dan kurang dari 16.1150 mm pada waktu $t + 1$ maka dikatakan terjadi perubahan keadaan dari 0 ke 1, dan seterusnya. Matriks transisi dengan n langkah diperoleh melalui perhitungan pangkat suatu matriks transisi satu langkah.

Matriks peluang transisi satu langkah, dinotasikan dengan P_{ij} , di mana $i, j = 0,1,2$ dapat dituliskan sebagai:

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

di mana notasi p_{ij} adalah peluang transisi ke keadaan j dari keadaan i (Ross, 2003). Perhitungan pangkat dari sebuah matriks selain dilakukan perkalian biasa dapat dilakukan pula perhitungan matriks dengan cara lain (Horn dan Johnson, 2013). Misalkan P adalah matriks transisi satu langkah dan D adalah matriks diagonal. Selanjutnya, S adalah matriks yang *invertible* (dapat diinverskan) sehingga mengakibatkan matriks transisi n langkah

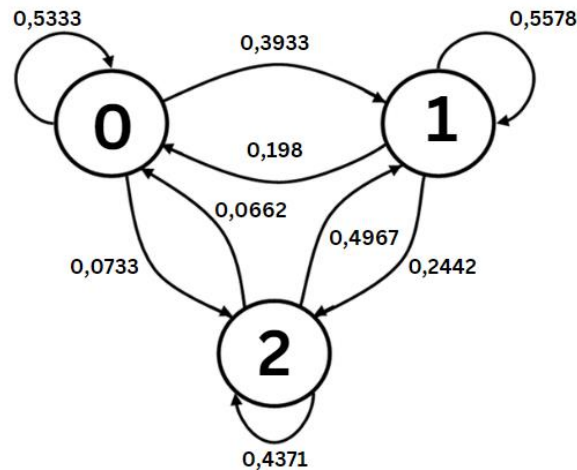
$$P^n = SD^nS^{-1},$$

Di mana n merupakan bilangan bulat positif sebarang.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Analisis Matriks Transisi menggunakan Matlab

Perhitungan matriks transisi tiga keadaan pada kasus ini untuk setiap lokasi dengan n langkah dapat menggunakan bantuan software Matlab. Adapun hasilnya dijabarkan sebagai berikut.



Gambar 2. Diagram Transisi dengan Tiga Keadaan untuk Kota Cilegon.

Tabel 3. Matriks Peluang Transisi n -langkah.

Lokasi	$n = 1$	$n = 2$...	$n \rightarrow \infty$
Kota Cilegon	$\begin{bmatrix} 5333 & 3933 & 733 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1980 & 5578 & 2442 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 662 & 4967 & 4371 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3672 & 4656 & 1672 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2322 & 5103 & 2575 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1626 & 5202 & 3172 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 2483 & 5017 & 25 \\ 10000 & 10000 & 10 \\ 2483 & 5017 & 25 \\ 10000 & 10000 & 100 \\ 2483 & 5017 & 25 \\ 10000 & 10000 & 100 \end{bmatrix}$
Kab. Serang	$\begin{bmatrix} 5163 & 3987 & 850 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1824 & 5700 & 2476 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1184 & 4671 & 4145 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3494 & 4728 & 1778 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2275 & 5133 & 2592 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1954 & 5071 & 2975 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 25 & 5016 & 2484 \\ 100 & 10000 & 10000 \\ 25 & 5016 & 2484 \\ 100 & 10000 & 10000 \\ 25 & 5016 & 2484 \\ 100 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kab. Tangerang	$\begin{bmatrix} 5359 & 3922 & 719 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2 & 5574 & 2426 \\ 10 & 10000 & 10000 \\ 654 & 4902 & 4444 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3704 & 4640 & 1656 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2345 & 5080 & 2574 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1621 & 5167 & 3212 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kab. Pandeglang	$\begin{bmatrix} 5621 & 3856 & 523 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1738 & 6033 & 2230 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 915 & 4118 & 4967 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3877 & 4709 & 1413 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2229 & 5228 & 2543 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1684 & 4882 & 3433 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kab. Lebak	$\begin{bmatrix} 5621 & 3856 & 523 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1738 & 6033 & 2230 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 915 & 4118 & 4967 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3877 & 4709 & 1413 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2229 & 5228 & 2543 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1684 & 4882 & 3433 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kota Serang	$\begin{bmatrix} 5359 & 3922 & 719 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1934 & 5607 & 2459 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 0784 & 4837 & 4379 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3687 & 4648 & 1664 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2314 & 5091 & 2595 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1699 & 5137 & 3163 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$

Kota Tangerang Selatan	$\begin{bmatrix} 4846 & 4462 & 692 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1885 & 5692 & 2423 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3285 & 4989 & 1725 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2322 & 5088 & 2591 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 25 \\ 100 & 10 & 100 \\ 25 & 5 & 25 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 1385 & 4154 & 4462 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 2072 & 4836 & 3093 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 100 & 10 & 100 \\ 25 & 5 & 25 \\ 100 & 10 & 100 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 5817 & 3595 & 588 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1738 & 5836 & 2426 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4051 & 4466 & 1483 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2199 & 5172 & 2628 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 0719 & 4706 & 4575 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 1565 & 5158 & 3277 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$...	$\begin{bmatrix} 10000 & 10000 & 10000 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$

3.2. Distribusi Stationer Rantai Markov (Peluang *Steady*)

Berdasarkan Tabel 3, matriks transisi pada keadaan awal di kota Cilegon, sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{5333}{10000} & \frac{3933}{10000} & \frac{733}{10000} \\ \frac{1980}{10000} & \frac{5578}{10000} & \frac{2442}{10000} \\ \frac{662}{10000} & \frac{4967}{10000} & \frac{4371}{10000} \\ \frac{10000}{10000} & \frac{10000}{10000} & \frac{10000}{10000} \end{bmatrix}$$

Diperoleh:

$$\pi_0 = \frac{5333}{10000} \pi_0 + \frac{1980}{10000} \pi_1 + \frac{662}{10000} \pi_2 \rightarrow \frac{4667}{10000} \pi_0 - \frac{1980}{10000} \pi_1 - \frac{662}{10000} \pi_2 = 0 \quad (1)$$

$$\pi_1 = \frac{3933}{10000} \pi_0 + \frac{5578}{10000} \pi_1 + \frac{4967}{10000} \pi_2 \rightarrow -\frac{3933}{10000} \pi_0 + \frac{4422}{10000} \pi_1 - \frac{4967}{10000} \pi_2 = 0 \quad (2)$$

$$\pi_2 = \frac{733}{10000} \pi_0 + \frac{2442}{10000} \pi_1 + \frac{4371}{10000} \pi_2 \rightarrow -\frac{733}{10000} \pi_0 - \frac{2442}{10000} \pi_1 + \frac{5629}{10000} \pi_2 = 0 \quad (3)$$

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \quad (4)$$

Dari Persamaan (1)-(4), diperoleh matriks-matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{4667}{10000} & -\frac{1980}{10000} & -\frac{662}{10000} \\ \frac{3933}{10000} & \frac{4422}{10000} & -\frac{4967}{10000} \\ \frac{733}{10000} & -\frac{2442}{10000} & \frac{5629}{10000} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \pi = \begin{bmatrix} \pi_0 \\ \pi_1 \\ \pi_2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan menyelesaikan sistem persamaan tersebut maka diperoleh peluang *steady*-nya, yaitu

$$\pi_0 = \frac{2483}{10000}, \pi_1 = \frac{5017}{10000}, \text{ dan } \pi_2 = \frac{25}{100}.$$

3.3. Kekonvergenan

Pada nilai n tertentu, matriks peluang transisi akan konvergen ke suatu nilai. Hal ini

berarti bahwa pada saat n tertentu maka akan diperoleh peluang *steady* artinya peluang transisinya telah mencapai kondisi yang tetap. Berikut penjabarannya:

Tabel 4. Matriks Limit Peluang Distribusi

Lokasi	Matriks transisi satu langkah	Mulai konvergen pada $n =$	$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n$
Kota Cilegon	$\begin{bmatrix} 5333 & 3933 & 733 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1980 & 5578 & 2442 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 662 & 4967 & 4371 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	14	$\begin{bmatrix} 2483 & 5017 & 25 \\ 10000 & 10000 & 10 \\ 2483 & 5017 & 25 \\ 10000 & 10000 & 100 \\ 2483 & 5017 & 25 \\ 10000 & 10000 & 100 \end{bmatrix}$
Kab. Serang	$\begin{bmatrix} 5163 & 3987 & 850 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1824 & 5700 & 2476 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1184 & 4671 & 4145 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	11	$\begin{bmatrix} 25 & 5016 & 2484 \\ 100 & 10000 & 10000 \\ 25 & 5016 & 2484 \\ 100 & 10000 & 10000 \\ 25 & 5016 & 2484 \\ 100 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kab. Tangerang	$\begin{bmatrix} 5359 & 3922 & 719 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2 & 5574 & 2426 \\ 10 & 10000 & 10000 \\ 654 & 4902 & 4444 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	12	$\begin{bmatrix} 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kab. Pandeglang	$\begin{bmatrix} 5621 & 3856 & 523 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1738 & 6033 & 2230 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 915 & 4118 & 4967 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	13	$\begin{bmatrix} 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kab. Lebak	$\begin{bmatrix} 5621 & 3856 & 523 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1738 & 6033 & 2230 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 915 & 4118 & 4967 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	13	$\begin{bmatrix} 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2507 & 5012 & 2481 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kota Serang	$\begin{bmatrix} 5359 & 3922 & 719 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1934 & 5607 & 2459 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 0784 & 4837 & 4379 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	12	$\begin{bmatrix} 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 2504 & 4992 & 2504 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$
Kota Tangerang Selatan	$\begin{bmatrix} 4846 & 4462 & 692 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1885 & 5692 & 2423 \\ 10000 & 10000 & 10000 \\ 1385 & 4154 & 4462 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$	10	$\begin{bmatrix} 25 & 5 & 25 \\ 100 & 10 & 100 \\ 25 & 5 & 25 \\ 100 & 10 & 100 \\ 25 & 5 & 25 \\ 100 & 10 & 100 \end{bmatrix}$

Kota Tangerang	$\begin{bmatrix} \frac{5817}{10000} & \frac{3595}{10000} & \frac{588}{10000} \\ \frac{1738}{10000} & \frac{5836}{10000} & \frac{2426}{10000} \\ \frac{0719}{10000} & \frac{4706}{10000} & \frac{4575}{10000} \end{bmatrix}$	14	$\begin{bmatrix} \frac{2504}{10000} & \frac{4992}{10000} & \frac{2504}{10000} \\ \frac{2504}{10000} & \frac{4992}{10000} & \frac{2504}{10000} \\ \frac{2504}{10000} & \frac{4992}{10000} & \frac{2504}{10000} \end{bmatrix}$

Jika ditinjau pada Kota Cilegon, maka terlihat bahwa setiap keadaan j dapat dicapai dari keadaan i , $i \rightarrow j$, karena nilai $P_{ij}^n > 0$. Selain itu, setiap keadaannya juga saling berkomunikasi karena keadaan j dapat dicapai dari keadaan i , begitupun sebaliknya, $i \leftrightarrow j$. Adapun, setiap keadaannya bersifat *recurrent* karena keadaan i dapat kembali lagi ke keadaan i .

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh beberapa hasil sebagai berikut:

1. Hasil yang diperoleh untuk peluang transisi n -langkah untuk $n \rightarrow \infty$ menggunakan menggunakan persamaan Chapman-Kolmogorov, matriks diagonal, dan/atau menggunakan bantuan software Matlab sama dengan hasil dari distribusi stationer Rantai Markov, yang mana peluangnya akan *steady* artinya peluang transisinya telah mencapai kondisi yang tetap.
2. Pada kasus curah hujan di Kota Cilegon, diperoleh hasil bahwa peluang curah hujannya kurang dari nilai kuartil bawah (Q1) sebesar 0.2483, peluang curah hujannya setidaknya sebesar nilai kuartil bawah (Q1) dan kurang dari kuartil atas (Q3) sebesar 0.5017, dan peluang curah hujannya setidaknya sebesar nilai kuartil atas (Q3) sebesar 0.25, dengan $Q1 = 4.1 \text{ mm}$ dan $Q3 = 16.1150 \text{ mm}$. Hal ini berarti bahwa pada bulan Desember hingga Februari curah hujan di Kota Cilegon setidaknya sebesar 4.1 mm dan kurang dari 16.1150 mm dengan peluang 0.5017.

3. Matriks peluang transisi untuk kota Cilegon adalah $\begin{bmatrix} \frac{5333}{10000} & \frac{3933}{10000} & \frac{733}{10000} \\ \frac{1980}{10000} & \frac{5578}{10000} & \frac{2442}{10000} \\ \frac{662}{10000} & \frac{4967}{10000} & \frac{4371}{10000} \end{bmatrix}$. Nilai peluangnya

akan konvergen ke $\begin{bmatrix} \frac{2483}{10000} & \frac{5017}{10000} & \frac{25}{100} \\ \frac{2483}{10000} & \frac{5017}{10000} & \frac{25}{100} \\ \frac{2483}{10000} & \frac{5017}{10000} & \frac{25}{100} \end{bmatrix}$ yang merupakan peluang *steady*-nya, mulai dari $n = 14$.

5. DAFTAR PUSTAKA

Grewal, J. K., Krzywinski, M., & Altman, N. (2019). Markov models—Markov chains. *Nat. Methods*, 16, 663-664.

Horn, R. A., & Johnson, C. R. (2012). Matrix analysis. Cambridge university press.

- National Aeronautics and Space Administration. 2021. *NASA Prediction of Worldwide Energy Resource*. Diakses pada 13 Desember 2021. Tersedia secara daring di <https://www.nationalgeographic.org/encyclopedia/precipitation/>.
- Ross, Sheldon M. 2003. *Stochastic Process Second Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Ink.
- Ross, Sheldon M. 2010. *Introduction to Probability Models 10th Edition*. United States of America: Academic Press.
- Solihin, M. A. (2021). Peta Administrasi Provinsi Banten. Tersedia dari: https://id.wikipedia.org/wiki/Banten#/media/Berkas:Prov._Banten.jpg. Diakses pada 2 September 2021.