

Analisis Komparasi Metode Integrasi Numerik Midpoint, Trapezium, dan Simpson dalam Mengestimasi Akumulasi Paparan Polutan $PM_{2.5}$ di Kota Bandung

Nor Laela Occa Wullandari^{1,*}, Fadia Lailaturrohma², Ari Wibowo³

^{1,2,3} Program Studi Tadris Matematika, Universitas Islam Negeri Raden Mas Said Surakarta, Jawa Tengah, Indonesia

*Correspondance author: norocca6125@gmail.com

ABSTRACT

Air pollution caused by fine particulate matter ($PM_{2.5}$) poses an urgent environmental and health challenge in Bandung City. To comprehend the actual pollution load, a quantitative approach is required to calculate the total cumulative exposure from discrete time-series data. This study aims to analyze and compare the performance of three numerical integration methods Midpoint, Trapezoidal, and Simpson's 1/3 rules in estimating the total cumulative exposure of ($PM_{2.5}$). pollutants. The research design employs a comparative quantitative method with a computational approach. The sample consist of daily ($PM_{2.5}$) concentration data for 15 consecutive days (April 11–25, 2026) retrieved from the IQAir platform, yielding 14 intervals ($n = 14, \Delta t = 1 \text{ hari}$). The calculation results reveal that both the Midpoint and Trapezoidal methods produce identical estimation values of $1815 \mu g/m^3$. This mathematical equivalence occurs due to discrete data constraints that necessitate using the average of the interval endpoints in the Midpoint calculation. Meanwhile, Simpson's 1/3 rule, serving as the accuracy baseline, yields a cumulative value of $1806,67 \mu g/m^3$. The Midpoint and Trapezoidal methods show a slight overestimate with a variance of $+8,33 \mu g/m^3$ or an error percentage of $+0,46\%$, relative to Simpson's rule. Overall, all three methods yield consistent results; however, Simpson's 1/3 rule is highly recommended as its parabolic curve approach captures non-linear data fluctuations more accurately.

Keywords: Numerical Integration, $PM_{2.5}$, Cumulative Exposure, Bandung City, Comparative Study.

ABSTRAK

Pencemaran udara akibat partikulat halus ($PM_{2.5}$) menjadi tantangan lingkungan dan kesehatan yang mendesak di Kota Bandung. Untuk memahami beban polusi nyata, diperlukan pendekatan kuantitatif guna menghitung total akumulasi paparan dari data deret waktu diskrit. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan membandingkan performa tiga metode integrasi numerik yakni Midpoint, Trapezium, dan Simpson 1/3 dalam mengestimasi total akumulasi paparan polutan ($PM_{2.5}$). Desain penelitian menggunakan metode kuantitatif komparatif dengan pendekatan komputasional. Sampel data yang digunakan adalah konsentrasi ($PM_{2.5}$) harian selama 15 hari berturut-turut (11–25 April 2026) dari platform IQAir, yang terbagi menjadi 14 interval ($n = 14, \Delta t = 1 \text{ hari}$). Hasil perhitungan menunjukkan bahwa metode Midpoint dan Trapezium menghasilkan nilai estimasi akumulasi yang identik, yaitu sebesar $1815 \mu g/m^3$. Hal ini terjadi karena keterbatasan data diskrit yang memaksa penggunaan nilai rata-rata ujung interval pada metode Midpoint. Sementara itu, metode Simpson 1/3 yang dijadikan sebagai acuan akurasi menghasilkan nilai sebesar $1806,67 \mu g/m^3$. Metode Midpoint dan Trapezium mengalami sedikit *overestimate* dengan selisih $+8,33 \mu g/m^3$ atau persentase kesalahan sebesar $+0,46\%$, terhadap metode Simpson 1/3. Secara keseluruhan, ketiga metode memberikan hasil yang konsisten, namun metode Simpson 1/3 lebih direkomendasikan karena pendekatannya yang berbasis kurva parabola mampu menangkap fluktuasi data non-linear secara lebih akurat.

Kata kunci : Integrasi Numerik, $PM_{2.5}$, Akumulasi Paparan, Kota Bandung, Studi Komparatif.

ARTICLE INFO

Submission received: 17 June 2026

Accepted: 31 August 2026

Revised: 24 June 2026

Published: 31 August 2026

Available on: <https://doi.org/10.32493/sm.v8i2.60914>

StatMat: Jurnal Statistika dan Matematika is licenced under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.

PENDAHULUAN

Pencemaran udara merupakan salah satu permasalahan lingkungan global yang semakin mengkhawatirkan, terutama di wilayah perkotaan dengan tingkat aktivitas industri dan transportasi yang tinggi. Kondisi ini menjadi perhatian serius karena berdampak langsung pada kualitas hidup masyarakat. Di Indonesia, permasalahan ini semakin signifikan seiring dengan pertumbuhan urbanisasi dan peningkatan jumlah kendaraan bermotor, yang diperparah dengan kurang optimalnya sistem transportasi ramah lingkungan. Salah satu wilayah urban yang saat ini menghadapi tantangan kualitas udara sangat mendesak adalah Kota Bandung. Berdasarkan data pemantauan berkala pada platform IQAir, Kota Bandung kerap menempati posisi atas sebagai salah satu kota dengan tingkat polusi udara tertinggi di Indonesia (Lukman et al., 2025; SIM-air, 2025).

Secara geografis, Kota Bandung terletak pada wilayah yang berbentuk cekungan (*bandung basin*). Kondisi topografi yang dikelilingi pegunungan ini menyebabkan pergerakan udara menjadi terbatas, sehingga materi polutan urban cenderung terperangkap di atmosfer bawah kota dan sulit tersirkulasi (Yin et al., 2024). Faktor meteorologi seperti kecepatan angin dan curah hujan pada akhirnya menjadi determinan utama fluktuasi konsentrasi polutan udara di wilayah perkotaan tersebut, di mana interaksi antar faktor lingkungan ini menyebabkan variasi konsentrasi polutan menjadi sangat kompleks dan dinamis (Adrian et al., 2023).

Secara umum, terdapat berbagai jenis materi polutan yang memengaruhi kualitas atmosfer dan kesehatan manusia di area urban. Polutan tersebut terbagi menjadi polutan berbentuk gas berbahaya serta polutan berbentuk partikulat. Polutan gas yang umumnya dipantau meliputi Karbon Monoksida (CO), Nitrogen Dioksida (NO_2), Sulfur Dioksida (SO_2), dan Ozon Permukaan (O_3). Selain emisi lokal, fenomena kebakaran hutan dan lahan (karhutla) regional juga memberikan kontribusi signifikan terhadap peningkatan kadar polutan makro maupun mikro di atmosfer, di mana asap hasil pembakaran tersebut dapat terbawa oleh pergerakan angin dan memengaruhi kualitas udara lintas wilayah. Kondisi ini menunjukkan bahwa pencemaran udara tidak hanya bersifat lokal, tetapi juga regional. Meskipun terdapat berbagai macam jenis gas pencemar, indikator utama pencemaran udara yang paling krusial dan dijadikan sebagai fokus utama dalam kajian ini adalah konsentrasi *Particulate Matter 2.5* ($PM_{2.5}$) (Graham et al., 2024; Grosvenor et al., 2024).

$PM_{2.5}$ didefinisikan sebagai materi partikulat halus, baik berupa partikel padat maupun cair yang tersuspensi di udara, dengan diameter aerodinamis yang sangat kecil yaitu kurang dari 2,5 mikrometer. Alasan mendasar mengapa $PM_{2.5}$ dipilih sebagai fokus utama dalam penelitian ini, bukan polutan gas seperti CO atau SO_2 ataupun partikel makro seperti PM_{10} adalah karena karakteristik fisik ukurannya yang ekstrem kecil tersebut. Karakteristik ukuran ini menyebabkan partikel $PM_{2.5}$ memiliki waktu tinggal (*residence time*) yang sangat lama di atmosfer, sulit mengendap secara alami, mudah terakumulasi di lingkungan perkotaan,



serta mampu menyebar dalam jarak yang sangat luas mengikuti pergerakan angin (Guo et al., 2023).

Secara medis, partikel gas atau partikel makro berdiameter besar biasanya dapat tersaring oleh bulu hidung atau saluran pernapasan atas. Namun, ukuran $PM_{2.5}$ yang berada di bawah 2,5 mikrometer memungkinkannya lolos dari sistem filtrasi alami tubuh manusia, masuk hingga ke sistem pernapasan terdalam (jaringan alveolus), dan bahkan berpenetrasi menembus dinding pembuluh darah untuk masuk ke dalam sistem peredaran darah (Basith et al., 2022). Oleh karena itu, paparan jangka panjang terhadap $PM_{2.5}$ terbukti secara klinis berkorelasi kuat dengan peningkatan risiko penyakit pernapasan akut, penyakit kardiovaskular, hingga risiko kematian dini di masyarakat perkotaan (Guo et al., 2023).

Di area urban seperti Kota Bandung, polutan partikulat halus utamanya bersumber dari emisi antropogenik atau aktivitas manusia. Emisi transportasi dari sektor hilir memegang andil terbesar, yang disebabkan oleh pembakaran bahan bakar fosil yang tidak sempurna pada mesin kendaraan bermotor di tengah kemacetan lalu lintas kota. Selain sektor transportasi, pembentukan partikel juga disebabkan oleh emisi cerobong aktivitas industri, debu jalanan yang beterbangan, serta aktivitas pembakaran sampah domestik secara terbuka oleh masyarakat (Lukman et al., 2025). Guna memantau konsentrasi partikel halus ini secara berkala dan akurat, stasiun pemantauan kualitas udara memanfaatkan alat ukur khusus berbasis sensor fisis otomatis. Alat yang digunakan umumnya berupa *Beta Attenuation Monitor* (BAM) atau sensor *Tapered Element Oscillating Microbalance* (TEOM) yang ditempatkan di titik-titik spasial strategis kota (Shukla & Aggarwal, 2022). Data dari alat sensor pemantau kualitas udara otomatis tersebut kemudian dihimpun secara real-time dan diintegrasikan oleh platform pemantau lingkungan global seperti IQAir untuk disajikan kepada publik dalam bentuk data deret waktu (*time series*) harian.

Untuk memahami tingkat paparan polutan secara lebih komprehensif, diperlukan pendekatan kuantitatif yang tidak hanya melihat nilai konsentrasi sesaat pada jam-jam tertentu, melainkan juga mengukur total akumulasi paparan yang diserap oleh lingkungan dan populasi dalam periode waktu tertentu. Pendekatan akumulatif ini memungkinkan analisis yang lebih representatif terhadap kondisi beban polusi nyata yang dialami masyarakat. Pendekatan matematis yang digunakan dalam penelitian ini murni bertujuan untuk memodelkan secara retrospektif total akumulasi paparan dari data historis diskrit yang telah terekam, bukan untuk memprediksi, meramalkan, atau memproyeksikan kecenderungan konsentrasi polutan di masa depan. Akumulasi paparan dari waktu ke waktu ini secara matematis dapat dimodelkan sebagai integral tentu dari fungsi konsentrasi polutan terhadap variabel waktu (Ali & Abbas, 2022; Suhendra et al., 2024).

Namun, dalam praktiknya, data kualitas udara yang tersedia dari platform pemantauan resmi seperti IQAir berbentuk data diskrit (*time series*) harian. Akibatnya, fungsi kontinu dari konsentrasi polutan tersebut tidak diketahui, sehingga perhitungan nilai integral tentu tidak dapat diselesaikan secara analitik melainkan harus dihipotesiskan menggunakan metode komputasi numerik. Metode integrasi numerik seperti Midpoint, Trapezium, dan Simpson merupakan pendekatan kalkulus komputasi yang umum digunakan untuk mendekati nilai integral dari sekumpulan data diskrit. Ketiga metode ini memiliki karakteristik pendekatan geometris yang berbeda sehingga menghasilkan tingkat akurasi yang berbeda pula. Metode Midpoint menggunakan nilai tengah subinterval sebagai pendekatan representasi luas, metode Trapezium menggunakan pendekatan linear (garis lurus) antar titik ujung data, sedangkan metode Simpson menggunakan pendekatan polinomial orde dua (kurva parabola) yang secara teoritis mampu memberikan tingkat akurasi yang lebih tinggi (Ali & Abbas, 2022; Suhendra et al., 2024).



Penggunaan metode numerik ini telah banyak diterapkan dalam rekayasa lingkungan dan pemodelan data karena kemampuannya dalam mengestimasi nilai kontinu dari keterbatasan data diskrit, serta memberikan solusi praktis ketika fungsi kontinu asli tidak tersedia secara langsung. Meskipun demikian, sebagian besar penelitian kualitas udara sebelumnya lebih banyak berfokus pada pemodelan sebaran spasial polutan atau perancangan antarmuka aplikasi prediksi konsentrasi, bukan pada penerapan integrasi numerik untuk menghitung total beban akumulasi paparan riil (Shan et al., 2024). Padahal, pendekatan integrasi numerik memberikan informasi yang jauh lebih menyeluruh terkait dampak kumulatif dari paparan lingkungan yang fluktuatif (Zhang et al., 2025). Belum banyak penelitian yang secara khusus membandingkan performa komputasi ketiga metode integrasi tersebut dalam konteks estimasi akumulasi paparan berdasarkan data riil dari platform global. Keterbatasan literatur ini membuka peluang kebaruan (*novelty*) ilmiah yang cukup signifikan dalam kajian matematika terapan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini menjadi penting untuk dilakukan guna menganalisis dan membandingkan performa metode integrasi numerik Midpoint, Trapezium, dan Simpson dalam mengestimasi akumulasi paparan polutan di Kota Bandung. Melalui studi komparatif ini, dapat dievaluasi metode komputasi mana yang paling akurat, stabil, dan efisien dalam menangani karakteristik data kualitas udara perkotaan yang berfluktuasi secara tajam. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi teoritis dalam pengembangan ilmu matematika terapan serta kontribusi praktis sebagai landasan ilmiah bagi pengambilan kebijakan pengelolaan lingkungan dan perlindungan kesehatan masyarakat berbasis data presisi.

METODOLOGI

Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan desain kuantitatif komparatif dengan pendekatan komputasional. Pendekatan ini digunakan karena penelitian berfokus pada pengolahan data numerik berupa konsentrasi $PM_{2.5}$ terhadap waktu untuk menghitung akumulasi paparan. Pendekatan komputasional dalam matematika banyak digunakan untuk menganalisis data numerik dan memodelkan permasalahan secara sistematis (Fajrianto et al., 2025).

Penelitian ini bersifat komparatif karena membandingkan hasil estimasi menggunakan tiga metode integrasi numerik, yaitu Midpoint, Trapezium, dan Simpson. Selain itu, penelitian juga bersifat evaluatif dengan menilai tingkat akurasi masing-masing metode berdasarkan analisis kesalahan (*error*) (Putri et al., 2025). Dengan desain ini, diharapkan diperoleh metode yang paling akurat dalam mengestimasi paparan polutan.

Pengambilan Populasi dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh data konsentrasi $PM_{2.5}$ yang tersedia pada platform IQAir untuk wilayah Kota Bandung. Data tersebut mencerminkan kondisi kualitas udara yang dinamis dan dipengaruhi oleh berbagai faktor lingkungan.

Sampel penelitian berupa data $PM_{2.5}$ harian selama 15 hari berturut-turut yang dipilih secara purposive berdasarkan kelengkapan dan konsistensi data. Pemilihan rentang waktu 15 hari bertujuan untuk merepresentasikan dua siklus mingguan penuh (hari kerja dan akhir pekan), sehingga dapat meminimalkan bias fluktuasi harian (Inuhan et al., 2025).

Secara matematis, penggunaan 15 titik data menghasilkan 14 interval ($n = 14$) yang

memenuhi syarat metode Simpson 1/3, yaitu jumlah interval harus genap. Interval waktu yang digunakan adalah $\Delta t = 1$ hari sehingga data memiliki jarak yang seragam dan sesuai untuk analisis integrasi numerik.

Prosedur Pelaksanaan Penelitian

Prosedur penelitian dilakukan secara sistematis sebagai berikut:

1. Pengumpulan data
Mengambil data konsentrasi $PM_{2.5}$ harian dari platform IQAir untuk wilayah Bandung.
2. Pengolahan data awal
Menyusun data dalam bentuk tabel yang memuat waktu dan konsentrasi serta memastikan interval waktu seragam ($\Delta t = 1$ hari)
3. Pemodelan matematis
Akumulasi paparan dimodelkan sebagai integral konsentrasi terhadap waktu (Syari & Meiliasari, 2024):

$$\int_a^d C(t)dt$$

4. Penghitungan numerik
Penggunaan metode integrasi numerik seperti Midpoint, Trapesium, dan Simpson banyak digunakan untuk mendekati nilai integral dari fungsi yang tidak dapat diselesaikan secara analitik serta untuk membandingkan tingkat akurasi masing-masing metode (Pardede et al., 2024):

- a. Metode midpoint (menggunakan nilai tengah tiap interval sebagai pendekatan)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum f(x_i^*) \Delta x$$

Pendekatan integral ini umum digunakan dalam analisis paparan lingkungan untuk menghitung total akumulasi polutan dalam periode waktu tertentu.

- b. Metode trapesium (menggunakan pendekatan linear antar titik)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum f(x_i) + f(x_n) \right]$$

- c. Metode simpson (menggunakan pendekatan polinomial orde dua)

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} \left[f(x_0) + 4 \sum f(x_i) + 2 \sum f(x_i) + f(x_n) \right]$$

5. Perbandingan hasil
Membandingkan nilai akumulasi paparan dari masing-masing metode untuk melihat perbedaan hasil estimasi.
6. Evaluasi akurasi
Mengukur tingkat kesalahan masing-masing metode terhadap metode Simpson sebagai acuan, karena memiliki tingkat akurasi lebih tinggi secara teoritis.

Teknik Analisis

Analisis data dilakukan dengan membandingkan hasil estimasi akumulasi paparan $PM_{2.5}$ dari ketiga metode integrasi numerik. Metode Simpson digunakan sebagai pembanding karena secara teoritis memiliki tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan metode lainnya.

Tingkat kesalahan dihitung menggunakan persentase error sebagai berikut:

$$Error (\%) = \left| \frac{H_{metode} - H_{simpson}}{H_{simpson}} \right| \times 100\%$$

Metode Simpson digunakan sebagai acuan karena memiliki tingkat akurasi lebih tinggi secara teoritis, meskipun bukan merupakan nilai eksak dari integral yang sebenarnya.

Hasil analisis kemudian disajikan secara deskriptif dan komparatif untuk melihat perbedaan hasil estimasi antar metode. Interpretasi dilakukan dengan meninjau besarnya nilai error serta konsistensi hasil yang diperoleh dari masing-masing metode. Berdasarkan analisis tersebut, ditentukan metode yang paling akurat dan relevan dalam mengestimasi akumulasi paparan $PM_{2.5}$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

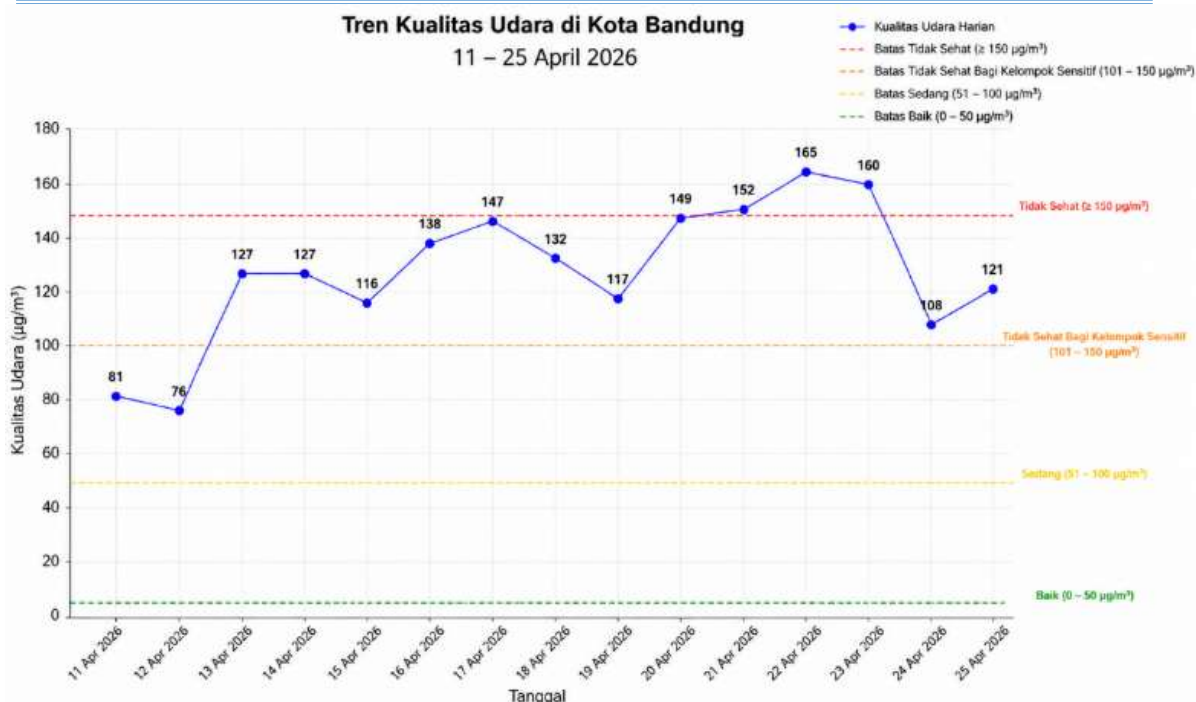
Deskripsi Data dan Analisis Visual

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kualitas udara harian di Kota Bandung selama 15 hari, yaitu mulai tanggal 11 April 2026 sampai 25 April 2026. Data yang digunakan berupa konsentrasi polutan udara dengan satuan mikrogram per meter kubik ($\mu g/m^3$). Variabel independen (bebas) dalam penelitian ini adalah waktu (tanggal pengamatan), sedangkan variabel dependen (terikat) adalah nilai kualitas udara yang menunjukkan tingkat konsentrasi polutan setiap harinya (IQAir, 2026). Tabel data penelitian disajikan sebagai berikut.

Tabel 1. Data Kualitas Udara di Kota Bandung

Tanggal	Kualitas Udara ($\mu g/m^3$)	Kategori
11 April 2026	81	Sedang
12 April 2026	76	Sedang
13 April 2026	127	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
14 April 2026	127	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
15 April 2026	116	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
16 April 2026	138	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
17 April 2026	147	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
18 April 2026	132	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
19 April 2026	117	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
20 April 2026	149	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
21 April 2026	152	Tidak Sehat
22 April 2026	165	Tidak Sehat
23 April 2026	160	Tidak Sehat
24 April 2026	108	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif
25 April 2026	121	Tidak Sehat Bagi Kelompok Sensitif

Untuk melihat pola perubahan kualitas udara dari hari ke hari, data divisualisasikan menggunakan grafik garis.



Gambar 1. Grafik Kualitas Udara di Kota Bandung

Berdasarkan grafik garis pada Gambar 1, kualitas udara di Kota Bandung selama periode 11–25 April 2026 menunjukkan pola fluktuasi yang cukup tinggi dan cenderung berada pada kategori tidak sehat. Pada awal periode pengamatan, konsentrasi polutan berada pada angka $81 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pada tanggal 11 April dan sedikit menurun menjadi $76 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pada tanggal 12 April, yang masih termasuk dalam kategori Sedang. Namun, pada tanggal 13 dan 14 April terjadi lonjakan signifikan hingga mencapai $127 \mu\text{g}/\text{m}^3$, yang masuk dalam kategori Tidak Sehat bagi Kelompok Sensitif. Kondisi ini menunjukkan adanya peningkatan pencemaran udara yang cukup drastis dalam waktu singkat.

Selanjutnya, konsentrasi polutan mengalami sedikit penurunan menjadi $116 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pada tanggal 15 April, namun kembali meningkat pada tanggal-tanggal berikutnya. Pada tanggal 16 hingga 17 April, nilai kualitas udara meningkat dari $138 \mu\text{g}/\text{m}^3$ menjadi $147 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Setelah itu, terjadi penurunan bertahap pada tanggal 18 dan 19 April menjadi $132 \mu\text{g}/\text{m}^3$ dan $117 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Meskipun sempat menurun, kondisi udara tetap berada pada kategori Tidak Sehat bagi Kelompok Sensitif, yang menunjukkan bahwa kualitas udara belum benar-benar membaik.

Peningkatan kembali terjadi secara cukup signifikan pada tanggal 20 April hingga mencapai $149 \mu\text{g}/\text{m}^3$, kemudian naik lagi menjadi $152 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pada tanggal 21 April yang sudah masuk kategori Tidak Sehat. Puncak konsentrasi polutan terjadi pada tanggal 22 April dengan nilai sebesar $165 \mu\text{g}/\text{m}^3$, yang merupakan nilai tertinggi selama periode pengamatan. Setelah itu, nilai kualitas udara sedikit menurun menjadi $160 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pada tanggal 23 April, namun masih berada pada kategori Tidak Sehat.

Pada akhir periode pengamatan, terjadi penurunan cukup tajam pada tanggal 24 April menjadi $108 \mu\text{g}/\text{m}^3$, kemudian sedikit meningkat kembali menjadi $121 \mu\text{g}/\text{m}^3$ pada tanggal 25 April. Meskipun terjadi penurunan, kualitas udara tetap berada pada kategori Tidak Sehat bagi Kelompok Sensitif. Secara keseluruhan, grafik menunjukkan bahwa kualitas udara di Kota Bandung cenderung tidak stabil dan didominasi oleh kategori kualitas udara yang

kurang baik. Hal ini mengindikasikan bahwa tingkat pencemaran udara cukup tinggi dan dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti aktivitas transportasi, industri, serta kondisi cuaca, sehingga diperlukan pemantauan dan pengendalian yang lebih intensif.

Hasil Perhitungan Integrasi Numerik

Setelah dilakukan deskripsi data kualitas udara, tahap berikutnya adalah menghitung total akumulasi paparan polutan selama periode 11 – 25 April 2026 dengan menggunakan metode integrasi numerik. Pendekatan ini dipilih karena data yang tersedia berupa data diskrit harian, sehingga nilai integral tentu tidak dapat dihitung secara analitik, melainkan harus dicari nilai pendekatannya menggunakan metode numerik.

Panjang interval pengamatan adalah $h = 1$ hari, dengan jumlah titik data sebanyak 15, sehingga jumlah interval $n = 14$ (genap). Kondisi ini memungkinkan penerapan metode Simpson 1/3 secara efektif untuk menghampiri integral $\int_1^{15} f(t)dt$, di mana $f(t)$ merupakan fungsi konsentrasi polutan terhadap waktu.

Perhitungan Metode Midpoint Rule

Metode Midpoint Rule digunakan untuk mendekati nilai integral dengan memanfaatkan nilai titik tengah pada setiap subinterval. Karena data penelitian berupa data diskrit harian, maka nilai titik tengah pada setiap interval diperoleh dari rata-rata dua data pengamatan yang berurutan.

Tabel 2. Perhitungan Titik Tengah Metode Midpoint Rule

Interval	Data Ujung Interval	Nilai Titik Tengah ($\mu g/m^3$)
1 – 2	81 dan 76	78,5
2 – 3	76 dan 127	101,5
3 – 4	127 dan 127	127
4 – 5	127 dan 116	121,5
5 – 6	116 dan 138	127
6 – 7	138 dan 147	142,5
7 – 8	147 dan 132	139,5
8 – 9	132 dan 117	124,5
9 – 10	117 dan 149	133
10 – 11	149 dan 152	150,5
11 – 12	152 dan 165	158,5
12 – 13	165 dan 160	162,5
13 – 14	160 dan 108	134
14 – 15	108 dan 121	114,5
Total		1815

Perhitungan dilakukan menggunakan Microsoft Excel untuk memastikan efisiensi dan akurasi dalam pengolahan data diskrit harian yang fluktuatif ini. Total akumulasi paparan polutan berdasarkan metode *Midpoint Rule* diperoleh sebesar $M_{14} = 1815 \mu g/m^3$ selama periode pengamatan 11–25 April 2026 di Kota Bandung. Nilai ini merepresentasikan estimasi luas di bawah kurva konsentrasi polutan terhadap waktu, memberikan gambaran kumulatif beban paparan lingkungan yang lebih komprehensif dibandingkan analisis rata-rata harian semata.

Perhitungan Metode Trapesium Rule

Metode Trapesium Rule digunakan untuk mendekati nilai integral dengan membagi daerah di bawah kurva menjadi beberapa bangun trapesium pada setiap interval pengamatan. Luas setiap trapesium ditentukan berdasarkan dua titik ujung yang berurutan, sehingga metode ini sesuai digunakan pada data diskrit harian.

Tabel 3. Perhitungan Luas Trapesium

Interval	Data Ujung Interval	Luas Trapesium
1 – 2	81 dan 76	78,5
2 – 3	76 dan 127	101,5
3 – 4	127 dan 127	127
4 – 5	127 dan 116	121,5
5 – 6	116 dan 138	127
6 – 7	138 dan 147	142,5
7 – 8	147 dan 132	139,5
8 – 9	132 dan 117	124,5
9 – 10	117 dan 149	133
10 – 11	149 dan 152	150,5
11 – 12	152 dan 165	158,5
12 – 13	165 dan 160	162,5
13 – 14	160 dan 108	134
14 – 15	108 dan 121	114,5
Total		1815

Seluruh luas trapesium pada setiap interval dijumlahkan sehingga diperoleh hasil perhitungan $T_n = 1815 \mu g/m^3$. Nilai tersebut menunjukkan bahwa total akumulasi paparan polutan selama periode 11–25 April 2026 berdasarkan metode Trapesium Rule adalah sebesar $1815 \mu g/m^3$. Nilai ini merepresentasikan luas daerah di bawah kurva kualitas udara terhadap waktu dengan pendekatan garis lurus pada setiap interval pengamatan.

Perhitungan Metode Simpson 1/3 Rule

Metode Simpson 1/3 Rule digunakan untuk mendekati nilai integral dengan memanfaatkan pendekatan kurva parabola pada setiap dua interval yang berurutan. Metode ini umumnya memberikan hasil yang lebih teliti dibandingkan metode Midpoint Rule dan Trapesium Rule, terutama apabila data mengalami perubahan yang tidak linear atau berfluktuasi cukup tajam. Dalam metode ini, data pada indeks ganjil diberi bobot **4**, sedangkan data pada indeks genap diberi bobot **2**, kecuali data pertama dan terakhir yang tetap digunakan satu kali. Beberapa pengelompokan data disajikan pada tabel berikut.

Tabel 4. Bobot Simpson

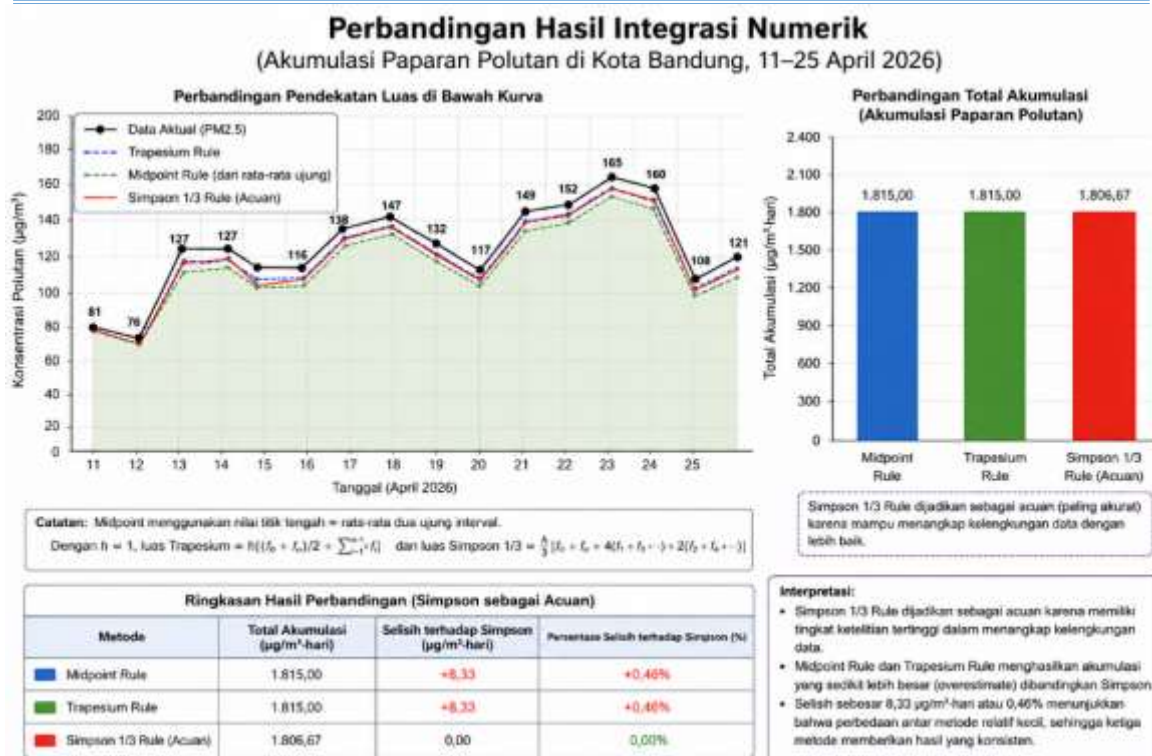
Indeks	Nilai	Bobot	Nilai $\times$ Bobot
--------	-------	-------	----------------------



x_0	81	1	81
x_1	76	4	304
x_2	127	2	254
x_3	127	4	508
x_4	116	2	232
x_5	138	4	552
x_6	147	2	294
x_7	132	4	528
x_8	117	2	234
x_9	149	4	596
x_{10}	152	2	304
x_{11}	165	4	660
x_{12}	160	2	320
x_{13}	108	4	432
x_{14}	121	1	121
Jumlah Nilai $\times$ Bobot			5420
Total simpson			1806,67

Selanjutnya, seluruh data dikalikan dengan bobot masing-masing, kemudian dijumlahkan sesuai dengan rumus Simpson 1/3 Rule. Proses perhitungan dilakukan dengan bantuan Microsoft Excel agar pengolahan data menjadi lebih efisien dan akurat. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh $S_n = 1806,67 \mu g/m^3$. Nilai tersebut menunjukkan bahwa total akumulasi paparan polutan selama periode 11–25 April 2026 berdasarkan metode Simpson 1/3 Rule adalah sebesar $1806,67 \mu g/m^3$. Nilai ini merepresentasikan luas daerah di bawah kurva kualitas udara terhadap waktu dengan pendekatan parabola pada setiap dua interval pengamatan.

Perbandingan Hasil Metode Integrasi Numerik



Gambar 2. Grafik Kurva dan Diagram Batang Perbandingan Hasil Integrasi Numerik

Pada bagian kiri, grafik garis memperlihatkan data kualitas udara aktual (titik hitam) yang bersifat diskrit, kemudian dibandingkan dengan pendekatan dari masing-masing metode integrasi numerik. Garis putus-putus biru (*Trapezium Rule*) dan garis hijau (*Midpoint Rule*) terlihat hampir berhimpit sepanjang interval pengamatan, yang menunjukkan bahwa kedua metode memberikan hasil pendekatan yang sangat mirip pada setiap interval. Hal ini terjadi karena dalam penelitian ini, metode Midpoint tidak menggunakan titik tengah sebenarnya, melainkan pendekatan rata-rata dari dua titik ujung interval, sehingga secara matematis setara dengan pendekatan yang digunakan pada metode Trapezium ketika panjang interval konstan.

Secara matematis, pendekatan tersebut membuat metode Midpoint menggunakan nilai $\frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$, yang identik dengan komponen utama dalam rumus Trapezium Rule, yaitu $\frac{1}{2}(f(x_i) + f(x_{i+1})) \cdot h$. Karena panjang interval $h = 1$, maka kedua metode menghasilkan luas setiap subinterval yang sama. Akibatnya, ketika seluruh interval dijumlahkan, total akumulasi paparan polutan yang diperoleh dari kedua metode juga identik, yaitu sebesar $1815 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Perlu dicatat bahwa secara teori, Midpoint Rule seharusnya menggunakan nilai fungsi di titik tengah sebenarnya, yaitu $f(\frac{x_i + x_{i+1}}{2})$, namun karena keterbatasan data yang bersifat diskrit, digunakan pendekatan rata-rata yang menyebabkan hasilnya setara dengan metode Trapezium.

Sementara itu, garis merah (*Simpson 1/3 Rule*) tampak lebih halus dan mampu mengikuti pola lengkungan data dengan lebih baik, terutama pada bagian yang mengalami perubahan signifikan seperti sekitar tanggal 20–23 April. Hal ini menunjukkan bahwa metode Simpson mampu menangkap perubahan non-linear secara lebih akurat karena menggunakan pendekatan kurva parabola. Oleh karena itu, dalam analisis ini metode



Simpson 1/3 Rule dijadikan sebagai acuan (baseline), karena dianggap memiliki tingkat ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan metode lainnya.

Pada bagian kanan, diagram batang menampilkan total hasil akumulasi dari ketiga metode. Terlihat bahwa metode Midpoint Rule dan Trapezium Rule menghasilkan nilai yang sama, yaitu $1815 \mu\text{g}/\text{m}^3$, sedangkan metode Simpson 1/3 Rule menghasilkan nilai sebesar $1806,67 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Jika dibandingkan dengan Simpson sebagai acuan, kedua metode tersebut memiliki selisih sebesar $+8,33 \mu\text{g}/\text{m}^3$ atau sekitar $+0,46\%$, yang menunjukkan bahwa keduanya cenderung sedikit *overestimate* karena menggunakan pendekatan linear.

Bagian tabel ringkasan di bawah grafik memperkuat interpretasi tersebut dengan menunjukkan bahwa perbedaan antar metode relatif kecil. Midpoint dan Trapezium memiliki selisih sekitar $+0,46\%$ terhadap Simpson. Secara keseluruhan, visualisasi ini menunjukkan bahwa ketiga metode memberikan hasil yang konsisten, namun metode Simpson 1/3 Rule tetap lebih direkomendasikan karena mampu merepresentasikan pola data yang fluktuatif secara lebih akurat dibandingkan metode lainnya.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis komparatif estimasi akumulasi paparan polutan $\text{PM}_{2.5}$ di Kota Bandung selama periode 11–25 April 2026, ketiga metode integrasi numerik yang diuji memberikan hasil yang sangat konsisten dengan perbedaan yang relatif kecil. Metode Midpoint Rule dan Trapezium Rule menghasilkan nilai total akumulasi yang identik yaitu sebesar $1815 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Kesamaan ini terjadi akibat keterbatasan data kualitas udara diskrit yang memaksa metode Midpoint menggunakan pendekatan rata-rata titik ujung interval. Pada panjang interval konstan ($h = 1$), pendekatan tersebut secara matematis setara dengan rumus Trapezium sehingga menghasilkan luas subinterval yang sama. Di sisi lain, metode Simpson 1/3 Rule menghasilkan nilai estimasi sebesar $1806,67 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Metode Simpson 1/3 Rule disimpulkan sebagai metode terbaik dan paling representatif karena pendekatan polinomial orde duanya (kurva parabola) mampu menangkap fluktuasi data tren non-linear secara lebih halus dan presisi, berbeda dengan metode Midpoint dan Trapezium yang cenderung menghasilkan sedikit *overestimate* dengan selisih kesalahan $+0,46\%$.

DAFTAR PUSTAKA

- Adrian, M., Lestari, P., Munir, M. M., & Iskandar, F. (2023). The Impact of Public Activity Restriction during COVID-19 to Air Quality in Urban Area of Bandung Measured Using Mobile Monitoring. *Aerosol and Air Quality Research*, 23(3), 1–11. <https://doi.org/10.4209/aaqr.220215>
- Ali, A. J., & Abbas, A. F. (2022). Applications of Numerical Integrations on the Trapezoidal and Simpson's Methods to Analytical and MATLAB Solutions. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 9(5), 1352–1358. <https://doi.org/10.18280/mmep.090525>
- Basith, S., Manavalan, B., Shin, T. H., Park, C. B., Lee, W. S., Kim, J., & Lee, G. (2022). The Impact of Fine Particulate Matter 2.5 on the Cardiovascular System: A Review of the Invisible Killer. *Nanomaterials*, 12, 1–28. <https://doi.org/10.3390/nano12152656>
- Fajrianto, T., Putri, L. R., Meiliasari, & Rahayu, W. (2025). Systematic Literature Review : Kemampuan Berpikir Komputasional Matematis Siswa. *Jurnal Gammath*, 10(01),



36–45.

- Graham, A. M., Spracklen, D. V., McQuaid, J. B., Smith, T. E. L., Nurrahmawati, H., Ayona, D., Mulawarman, H., Adam, C., Papargyropoulou, E., Rigby, R., Padfield, R., & Choiruzzad, S. (2024). Updated Smoke Exposure Estimate for Indonesian Peatland Fires Using a Network of Low-Cost PM_{2.5} Sensors and a Regional Air Quality Model. *GeoHealth*, 1–19. <https://doi.org/10.1029/2024GH001125>
- Grosvenor, M. J., Ardiyani, V., Wooster, M. J., Gillott, S., Green, D. C., Lestari, P., & Suri, W. (2024). Catastrophic Impact of Extreme 2019 Indonesian Peatland Fires on Urban Air Quality and Health. *Communications Earth and Environment*, 5(1), 1–14. <https://doi.org/10.1038/s43247-024-01813-w>
- Guo, J., Chai, G., Song, X., Hui, X., Li, Z., Feng, X., & Yang, K. (2023). Long-term Exposure to Particulate Matter on Cardiovascular and Respiratory Diseases in Low- and Middle-income Countries: A Systematic Review and Meta-analysis. *Frontiers in Public Health*, 1–13.
- Inuhan, M., Lekitoo, J. N., Romsery, A., Wariaka, F., & Tetiwar, A. (2025). Tren Penelitian Berpikir Komputasi Pada Pembelajaran Matematikas: Analisis Bibliometrik. *Transformasi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 9(1), 45–59. <https://doi.org/10.36526/tr.v9i1.5523>
- IQAir. (2026). *Kualitas udara di dekat Solo Manahan, Surakarta*. IQAir AirVisual. <https://www.iqair.com/id/indonesia/central-java/surakarta/solo-manahan>
- Lukman, K. M., Hastuti, L. P., Oktavia, D., Pratiwi, D., Uchiyama, Y., & Harding, D. (2025). Towards blue skies: A comprehensive review and regional mapping of ambient air quality in Indonesian cities. *Journal of Environmental Management*, 389. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2025.126132>
- Pardede, B. H. R., Kusfa, B. D., & Tamba, L. T. (2024). Penerapan Metode Trapezium , Metode Simpson 1/3, dan Metode Simpson 3/8 Dalam Integrasi Numerik Menggunakan Software Matlab. *Pentagon: Jurnal Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 2(4), 24–31.
- Putri, N., Putri, R. S., Fauziah, C. W., Nusantara, D. O., & Zulkarnain, I. (2025). Analisis Komparatif Berbasis Statistik untuk Mengevaluasi Penerapan Metode Pembelajaran Ditinjau dari Hasil Belajar Siswa. *Himpunan: Jurnal Ilmiah Mahasiswa Pendidikan Matematika*, 5(2), 195–202.
- Shan, X., Casey, J. A., Shearston, J. A., & Henneman, L. R. F. (2024). Methods for Quantifying Source-Specific Air Pollution Exposure to Serve Epidemiology, Risk Assessment, and Environmental Justice. *GeoHealth*, 8(11). <https://doi.org/10.1029/2024GH001188>
- Shukla, K., & Aggarwal, S. G. (2022). A Technical Overview on Beta-Attenuation Method for the Monitoring of Particulate Matter in Ambient Air. *Aerosol and Air Quality Research*, 22(12), 1–21. <https://doi.org/10.4209/aaqr.220195>
- SIM-air. (2025). *Multi-pollutant Emissions Inventory and PM_{2.5} Pollution Source Apportionment for Bandung, Indonesia (SIM-air No. 58-2025)*.
- Suhendra, M. A., Assegaf, S., Robiyana, I., & Nurizati. (2024). Computational Study of Numerical Integration in Physics Applications Using Trapezoidal and Simpson's Methods. *TIME in Physics*, 2(2), 85–95. <https://doi.org/10.11594/timeinphys.2024.v2i2p85-95>
- Syari, A. K., & Meiliasari. (2024). Systematic Literature Review: Peningkatan Kemampuan Berpikir Komputasional Matematis Siswa. *Algoritma Journal of Mathematics Education (AJME)*, 6(2), 111–123.



- Yin, Z., Yuan, L., Yang, Y., Wu, X., Chen, Z., & Long, H. (2024). Exploring the Altitude Differentiation and Influencing Factors of PM_{2.5} and O₃: A Case Study of the Fenwei Plain, China. *Frontiers in Environmental Science*, 12, 1–16. <https://doi.org/10.3389/fenvs.2024.1509460>
- Zhang, X., Wang, S., Shao, Q., Wang, S., & Wei, Y. (2025). Modelling Cumulative Effects of Air Pollution on Respiratory Illnesses by Performing Spline Estimation of Constrained, Additive Single-Index Model. *Toxics*, 13(3), 1–12. <https://doi.org/10.3390/toxics13030149>