

## PERAMALAN TINGKAT MORTALITAS, KEMATIAN DAN HIDUP DENGAN MENGGUNAKAN MODEL LEE-CARTER DAN GARCH

Irfani Azis<sup>1\*</sup>, Nina Valentika<sup>2)</sup>, Nunung Kusdaniyama<sup>3)</sup>, Dewi Purnama Sari<sup>4)</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Program Studi Matematika, FMIPA-Universitas Pamulang

\*Email: [dosen02639@unpam.ac.id](mailto:dosen02639@unpam.ac.id)

### ABSTRACT

*Research by Aji et.al (2019) predicts using linear regression, whereas in this study, the parameter estimator uses the research of Aji et.al (2019) but the prediction of mortality, mortality, and life rates used is GARCH (1,1). The estimated value of  $\kappa_t$  using GARCH (1.1) for the 2015-2020 period is -16.57575290, the 2020-2025 period is -19.1998176, the 2025-2030 period is -21.91136540, the 2030-2035 period is amounting to -24.71140382, the period 2035-2040 is -27.59959701, and the 2040-2045 period is -30.57594498.*

**Keywords:** Model Lee-Carter, GARCH, Mortality

### ABSTRAK

Penelitian Aji et.al (2019) meramalkan menggunakan linear regresi, sedangkan dalam penelitian ini, penduga parameter menggunakan penelitian Aji et.al (2019) tetapi peramalan tingkat mortalitas, kematian dan hidup yang digunakan adalah GARCH(1,1). Nilai dugaan  $\kappa_t$  dengan menggunakan GARCH(1,1) untuk periode 2015-2020 adalah sebesar -16,57575290, periode 2020-2025 adalah sebesar -19,19948176, periode 2025-2030 adalah sebesar -21,91136540, periode 2030-2035 adalah sebesar -24,71140382, periode 2035-2040 adalah sebesar -27,59959701, dan periode 2040-2045 adalah sebesar -30,57594498.

**Kata kunci:** Model Lee-Carter, GARCH, Mortalitas

### 1. PENDAHULUAN

Perjanjian antara perusahaan asuransi dan nasabah disebut asuransi (Bowers *et al.*,1997). Salah satu hal yang perlu dikaji dalam asuransi adalah pembuatan tabel hayat. Sejarah hidup kelompok penduduk digambarkan oleh tabel hayat (Siegel & Swanson, 2004). Salah satu yang ada dalam tabel hayat adalah laju mortalitas. Notasi laju mortalitas ialah  $\mu_x(t)$  dengan  $x$  adalah usia dan  $t$  adalah waktu. Definisi laju mortalitas ialah

$$\mu_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} -\frac{1}{l_x} \cdot \frac{l_{x+\Delta t} - l_x}{\Delta t} = -\frac{d \ln l_x}{dx} \quad (\text{Futami, 1988}).$$

Terdapat beberapa model dalam laju mortalitas. Laju mortalitas dalam penelitian ini mengikuti model *Lee-Carter*, yaitu laju mortalitas merupakan fungsi dari peubah umur ( $x$ )

dan peubah tahun ( $t$ ) yang dinyatakan sebagai

$$\mu_x(t) = e^{\alpha_x + \beta_x \kappa_t} \quad (1)$$

Laju mortalitas model *Lee-Carter* yang dinyatakan sebagai (1) dapat juga dituliskan sebagai

$$\ln \mu_x(t) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t$$

dengan  $\mu_x(t)$  menyatakan laju mortalitas populasi berusia  $x$  tahun pada kalender  $t$  dengan parameter  $\alpha_x$ ,  $\beta_x$  dan  $\kappa_t$  (Lee & Carter, 1992).

Penelitian Aji et. al (2019) menggunakan regresi linier sederhana untuk meramalkan tingkat mortalitas untuk periode 2015-2020 dan 2020-2025. Sedangkan, tingkat mortalitas dapat diramalkan dengan menggunakan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). Penelitian ini memodifikasi Penelitian Aji et. al (2019), yaitu meramalkan dengan menggunakan GARCH, ditambahkan periode peramalan dan membentuk tingkat mortalitas, kematian dan hidup hasil peramalan tersebut. Sehingga, tujuan penelitian ini adalah meramalkan tingkat mortalitas, kematian dan hidup berdasarkan model *Lee-Carter* dengan menggunakan GARCH.

## 2. METODOLOGI

### 2.1. Data Penelitian

Data dan hasil pendugaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah Penelitian Aji et. al (2019).

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1. Pendugaan GARCH

Laju mortalitas dalam penelitian ini mengikuti model *Lee-Carter*, yaitu laju mortalitas merupakan fungsi dari peubah umur ( $x$ ) dan peubah tahun ( $t$ ) yang dinyatakan sebagai

$$\mu_x(t) = e^{\alpha_x + \beta_x \kappa_t} \quad (1)$$

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah hasil dari pendugaan Aji et. al (2019). Sedangkan, peramalan yang digunakan adalah dengan GARCH. Sebelum meramalkan dengan menggunakan GARCH, terlebih dahulu ditentukan kestasioneran data. Kestasioneran data menggunakan uji Augmented Dickey-Fuller (ADF). Asumsi yang digunakan pada uji ADF adalah *intercept and trend*. Kestasioneran penduga dari  $\kappa_t$  disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Kestasioneran penduga dari  $\kappa_t$

	<i>t-Statistic</i>	Peluang
<i>Augmented Dickey-Fuller test statistic</i>	-6.236330	0.0050
<i>Test critical values:</i> 5% level	-4.107833	

Berdasarkan Tabel 1, penduga dari  $\kappa_t$  adalah stasioner pada *second difference* pada taraf nyata 5%.

Peramalan dari penduga dari  $\kappa_t$  yang diperoleh dari penelitian Aji et. al (2019) dengan GARCH menggunakan data *second difference*. Dugaan parameter dalam di lihat pada Penelitian Aji et. al (2019). Model GARCH(1,1) yang diperoleh adalah

$$\sigma_t^2 = 0.001316 - 0.295244 * e_{t-1}^2 + 1.301374 * \sigma_{t-1}^2$$

dengan  $\sigma_t^2$  adalah ragam kuadrat dan  $e_{t-1}^2$  adalah residual kuadrat pada periode sebelumnya (Juanda dan Junaidi (2012)).

Persamaan ragam GARCH (1,1) dapat di lihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Persamaan Ragam

Variabel	Koefisien	Standar Error	<i>z-Statistic</i>	Peluang
Konstanta	0.001316	0.001324	0.993975	0.3202
$e_{t-1}^2$	-0.295244	0.195971	-1.506573	0.1319
$\sigma_{t-1}^2$	1.301374	0.127464	10.20977	0.0000

Dengan menggunakan Jarque-Bera, diperoleh bahwa model GARCH (1,1) normal pada taraf nyata 5%. Berdasarkan hasil ACF dan PACF dari nilai residual, nilai residual dari model GARCH (1,1) yang diestimasi acak. Berdasarkan uji ARCH-LM mengindikasikan bahwa model GARCH (1,1) yang diestimasi sudah terbebas dari efek ARCH.

Tabel 3 Nilai dugaan dari  $\kappa_t$  dengan GARCH(1,1)

No	Periode	Nilai dugaan $\kappa_t$
1	2015-2020	-16,57575290
2	2020-2025	-19,19948176
3	2025-2030	-21,91136540
4	2030-2035	-24,71140382
5	2035-2040	-27,59959701

Nilai dugaan dari  $\kappa_t$  dengan GARCH (1,1) pada periode 2015-2020 adalah sebesar -16,57575290, periode 2020-2025 adalah sebesar -19,19948176, periode 2025-2030 adalah sebesar -21,91136540, periode 2030-2035 adalah sebesar -24,71140382, dan periode 2035-

2040 adalah sebesar -27,59959701. Nilai kematian dengan menggunakan penduga dari  $\kappa_t$  dengan GARCH (1,1) disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Nilai tingkat kematian dengan peramalan menggunakan GARCH (1,1)

Umur	Periode				
	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2030-2035	2035-2040
<b>0</b>	0,012459858	0,009323789	0,006909	0,005071	0,003685
<b>1 – 4</b>	0,001770673	0,00113451	0,000716	0,000445	0,000273
<b>5 – 9</b>	0,001454082	0,001078955	0,000793	0,000576	0,000415
<b>10 – 14</b>	0,001476932	0,00116754	0,000916	0,000713	0,00055
<b>15 – 19</b>	0,003520149	0,002990034	0,002526	0,002122	0,001773
<b>20-24</b>	0,004752964	0,004074208	0,003474	0,002948	0,002488
<b>25-29</b>	0,005169744	0,004452854	0,003816	0,003254	0,002761
<b>30-34</b>	0,006238571	0,005412579	0,004674	0,004016	0,003435
<b>35-39</b>	0,008647243	0,007615588	0,006678	0,005832	0,005071
<b>40-44</b>	0,012786844	0,01146633	0,010245	0,00912	0,008088
<b>45-49</b>	0,020840117	0,019193797	0,017629	0,016147	0,014748
<b>50-54</b>	0,033020162	0,030792099	0,028647	0,026589	0,024621
<b>55-59</b>	0,053099917	0,050120755	0,047217	0,044395	0,041661
<b>60-64</b>	0,090176735	0,084652017	0,079297	0,074123	0,06914
<b>65-69</b>	0,145260529	0,136781445	0,128537	0,120546	0,112824
<b>70-74</b>	0,23265414	0,218185005	0,204175	0,190652	0,177642
<b>75-79</b>	0,391949851	0,370034705	0,34867	0,327905	0,30778
<b>80-84</b>	0,651931491	0,621470067	0,59148	0,562033	0,533194

Berdasarkan Tabel 4, untuk setiap periode, semakin besar umur seseorang, maka semakin tinggi tingkat kematiannya. Tingkat mortalitas untuk semua umur dan periode disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5 Tingkat mortalitas dengan peramalan menggunakan GARCH (1,1)

Umur	Periode				
	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2030-2035	2035-2040
<b>0</b>	0,012382556	0,009280458	0,006885596	0,005057759	0,003678288
<b>1 – 4</b>	0,001769107	0,001133867	0,000715859	0,00044521	0,000272763
<b>5 – 9</b>	0,001453026	0,001078373	0,000792304	0,000576295	0,000414985
<b>10 – 14</b>	0,001475842	0,001166858	0,00091528	0,000712277	0,000549927
<b>15 – 19</b>	0,003513961	0,002985568	0,002522674	0,002119827	0,001771521
<b>20-24</b>	0,004741687	0,00406592	0,003468319	0,002943168	0,002484552
<b>25-29</b>	0,005156404	0,004442955	0,003808914	0,003248898	0,00275726
<b>30-34</b>	0,006219152	0,005397957	0,004662689	0,004008237	0,00342911
<b>35-39</b>	0,008609963	0,007586663	0,006656194	0,005814707	0,00505775
<b>40-44</b>	0,012705439	0,011400843	0,010192303	0,009078127	0,008055812
<b>45-49</b>	0,020624462	0,019010769	0,017474245	0,016016902	0,014639954
<b>50-54</b>	0,032480948	0,030322851	0,02824062	0,026238584	0,02432024
<b>55-59</b>	0,051714742	0,048885434	0,046119663	0,043424303	0,040805474
<b>60-64</b>	0,086230324	0,081168033	0,076234614	0,071442895	0,066804146
<b>65-69</b>	0,135203041	0,12783918	0,120619229	0,11356385	0,106691822
<b>70-74</b>	0,207572405	0,196023312	0,184680135	0,173580212	0,162757883
<b>75-79</b>	0,324261999	0,309289641	0,294374197	0,279568328	0,264923233
<b>80-84</b>	0,478961577	0,462845796	0,446492634	0,42995115	0,413272214

Berdasarkan Tabel 5, untuk setiap periode, semakin besar umur seseorang, semakin tinggi tingkat kematian orang tersebut. Peluang hidup untuk setiap periode tahun dan umur dengan peramalan GARCH(1,1) disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6 Peluang hidup untuk setiap periode tahun dan umur dengan peramalan GARCH(1,1)

Umur	Periode				
	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2030-2035	2035-2040
0	0,987617444	0,990719542	0,993114404	0,994942241	0,996321712
1 – 4	0,998230893	0,998866133	0,999284141	0,99955479	0,999727237
5 – 9	0,998546974	0,998921627	0,999207696	0,999423705	0,999585015
10 – 14	0,998524158	0,998833142	0,99908472	0,999287723	0,999450073
15 – 19	0,996486039	0,997014432	0,997477326	0,997880173	0,998228479
20-24	0,995258313	0,99593408	0,996531681	0,997056832	0,997515448
25-29	0,994843596	0,995557045	0,996191086	0,996751102	0,99724274
30-34	0,993780848	0,994602043	0,995337311	0,995991763	0,99657089
35-39	0,991390037	0,992413337	0,993343806	0,994185293	0,99494225
40-44	0,987294561	0,988599157	0,989807697	0,990921873	0,991944188
45-49	0,979375538	0,980989231	0,982525755	0,983983098	0,985360046
50-54	0,967519052	0,969677149	0,97175938	0,973761416	0,97567976
55-59	0,948285258	0,951114566	0,953880337	0,956575697	0,959194526
60-64	0,913769676	0,918831967	0,923765386	0,928557105	0,933195854
65-69	0,864796959	0,87216082	0,879380771	0,88643615	0,893308178
70-74	0,792427595	0,803976688	0,815319865	0,826419788	0,837242117
75-79	0,675738001	0,690710359	0,705625803	0,720431672	0,735076767
80-84	0,521038423	0,537154204	0,553507366	0,57004885	0,586727786

Berdasarkan Tabel 6, diperoleh bahwa semakin besar umur seseorang untuk setiap periode, tingkat hidup makin menurun. Pada umur sekitar 80-84, peluang hidup seseorang untuk semua periode tahun di atas 0,5.

#### 4. SIMPULAN

Nilai dugaan  $\kappa_t$  dengan menggunakan GARCH (1,1) untuk periode 2015-2020 adalah sebesar -16,57575290, periode 2020-2025 adalah sebesar -19,19948176, periode 2025-2030 adalah sebesar -21,91136540, periode 2030-2035 adalah sebesar -24,71140382, periode 2035-2040 adalah sebesar -27,59959701, dan periode 2040-2045 adalah sebesar -30,57594498.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

Aji et. al. (2019). Forecasting Indonesian mortality rates using by Lee-Carter model and Regression Linear model. *AIP Conference Proceedings* 2168, 020041: <https://doi.org/10.1063/1.5132468>.

Bowers et al. (1997). *Actuarial Mathematics*. USA: Society of Actuaries.

- Futami. (1988). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian 1*. Tokyo: Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Development Center.
- Juanda B & Junaidi. (2012). *Ekonometrika Deret Waktu*. Bogor: IPB Press.
- Lee, R. D., dan Carter L. (1992). Modelling and Forecasting the Time Series Of U.S. Mortality. *Journal of The American Statistical Association*. 87(419), 659-71.
- Siegel & Swanson. (2004). *The Methods and Materials of Demography*. USA: Elsevier Inc.