

P-ISSN 2655-3724
E-ISSN 2720-9881

JURNAL STATISTIKA DAN MATEMATIKA VOLUME 2 NOMOR 1



StatMat

Jurnal Statistika dan Matematika



StatMat

Jurnal Statistika dan Matematika
e-mail: sm@unpam.ac.id

UNPAM PRESS
Lembaga Penerbit & Publikasi



VOL. 2	NO. 1	HALAMAN 1-102	TANGERANG SELATAN JANUARI 2020
--------	-------	------------------	-----------------------------------

STATMAT

(Jurnal Statistika dan Matematika)

P- ISSN 2655-3724

Vol. 2, No. 1, Januari 2020

Dewan Redaksi

Terbit dua kali setahun pada bulan Juli dan Januari. Berisi tulisan yang diangkat dari hasil penelitian, kajian, dan karya ilmiah dalam bidang Statistika dan Matematika.

Penanggung Jawab

Dr. Hendro Waryanto, S.Si., M.M.

Pimpinan Redaksi

Nina Valentika, S.Si., M.Si.

Mitra Bestari

Dr. Hendro Waryanto, S.Si., M.M.

Dra. Sri Nevi Gantini, M.Si.

Syarif Abdullah, S.Si., M.Si.

Ahmad Shulhany, S.Pd., M.Pd., M.Si.

Isnaini Mahuda, S.Pd. M.Si.

Beni Junedi, M.Pd.

Dewan Redaksi

Alfi Maulani, S.Si., M.Si.

Ilmadi, S.Pd., M.Pd.

Tabah Heri Setiawan, S.Si., M.Pd.

Yulianti Rusdiana, S.Si., M.Sc.

Alamat Redaksi: Jl. Surya Kencana No. 1 Pamulang

Barat- Tangerang Selatan Banten

Telp/Fax. (021) 741 2566 Ext. 1029

e-mail: sm@unpam.ac.id

JURNAL STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)

Penanggung jawab adalah Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pamulang.

PENGANTAR REDAKSI

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kami ucapkan kehadiran Allah Subhanahu Wata'ala, yang telah melimpahkan Rahmat, Taufiq serta Hidayah-Nya sehingga Jurnal Statistika dan Matematika yang diterbitkan di bawah naungan Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pamulang, Volume 2 Nomor 1 Januari 2020 telah terbit.

Jurnal Statistika dan Matematika Universitas Pamulang atau Jurnal STATMAT adalah sarana publikasi artikel ilmiah dan penelitian dengan konsentrasi Statistika, Matematika Murni, Matematika Terapan, Matematika Komputasi, Pendidikan Matematika, dan artikel penelitian lain yang berkaitan dengan Statistika dan Matematika. Kepada segenap penyumbang karya tulis pada terbitan kali ini redaksi memberikan apresiasi dan mengucapkan terima kasih.

Kami ucapkan terima kasih kepada para penulis yang telah mempercayakan tulisannya untuk diterbitkan di Jurnal STATMAT. Semoga penerbitan Jurnal STATMAT dapat kontinu dan konsisten. Pada akhirnya semoga penerbitan Jurnal STATMAT Volume 2 Nomor 1 Januari 2020 memberi manfaat dan tim redaksi mengucapkan selamat membaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Redaksi

DAFTAR ISI

Dewan Redaksi	i
Pengantar Redaksi	ii
Daftar Isi	iii

ANALISIS CADANGAN MANFAAT DENGAN MENGGUNAKAN METODE RETROSPEKTIF PADA ASURANSI JIWA BERJANGKA	
Bachyurah, Ikhsan Maulidi, Intan Syahrini, Nurmaulidar.	1

FAKTOR-FAKTOR YANG BERPENGARUH TERHADAP NILAI KALKULUS MAHASISWA INSTITUT TEKNOLOGI DAN BISNIS STIKOM BALI	
Gusti Ayu Made Arna Putri.....	14

PERBANDINGAN ESTIMASI S (SCALE) DAN ESTIMASI MM (METHOD OF MOMENT) PADA MODEL REGRESI ROBUST DENGAN DATA PENCILAN	
Arif Semar, Fitria Virgantari, Hagni Wijayanti.....	21

OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PRODUK CAKE DENGAN METODE SIMPLEKS	
Aden, Tabah Heri Setiawan.....	34

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN HIV/AIDS PADA PENGGUNA NARKOBA MELALUI JARUM SUNTIK	
Isnaini Mahuda	45

POLA GRAF PADA ARUS LALU LINTAS PEREMPATAN SRENGSENG KEMBANGAN JAKARTA BARAT	
Choirul Basir	57

OPERASI PENJUMLAHAN EKSPONENSIAL KOMPLEKS FUZZY MENGGUNAKAN METODE APROKSIMASI PIRAMIDA	
Siti Na'imah, Syarif Abdullah, Warli, Mu'jizatin Fadiana, dan Aswata.....	66

**ALGORITMA MEMBANGKITKAN PROSES POISSON MAJEMUK DENGAN
KOMPONEN PROSES POISSON NONHOMOGEN FUNGSI LINEAR DAN
KOMPONEN BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL**

Syarif Abdullah, Sidik Susilo, Shofiatul Ula, Aswata, Nina Valentika, dan Sri Istiyarti
Uswatun Chasanah, 81

**ANALISIS KORESPONDENSI ORDINAL UNTUK MENGEVALUASI TINGKAT
KEPUASAN KONSUMEN**

Tia Fitria Saumi, Andreas Tri Panudju,..... 94

ANALISIS CADANGAN MANFAAT DENGAN MENGGUNAKAN METODE RETROSPEKTIF PADA ASURANSI JIWA BERJANGKA

Bachyurah, Ikhsan Maulidi*, Intan Syahrini, Nurmaulidar

Jurusan Matematika, Universitas Syiah Kuala

*Corresponding Author Email: ikhsanmaulidi@unsyiah.ac.id

ABSTRACT

The insurance company is a company that protects its customers from an unwanted event in the future. Life insurance company must prepare a benefit reserve fund to be given to customers if the customers experience a risk of death in the future. Therefore, insurance company must manage the benefit reserve fund so that the company does not have loss. The method used to calculate the value of benefit reserve was a retrospective method. The purposes of this study are to calculate both the amount of annual net premiums and the amount of benefit reserves in term life insurance. The results of the calculation of annual net premiums for large annual premiums for expenditures that are greater than those greater for the same period. While the value of insurance reserves will continue to increase at the beginning of the insurance contract begins and the value of insurance reserves will continue to increase towards zero at the end of the insurance contract. This is because at the beginning of the company insurance payments obtained from annual net premium payments will be greater than the amount of benefits that must be approved.

Keywords: *premiums, term life insurance, benefit reserves, retrospective methods.*

ABSTRAK

Perusahaan asuransi merupakan salah satu perusahaan yang melindungi nasabahnya dari suatu kejadian yang tidak diinginkan di masa yang akan datang. Perusahaan asuransi jiwa harus menyiapkan dana cadangan manfaat untuk diberikan kepada nasabah, jika nasabah mengalami risiko kematian di masa yang akan datang. Oleh sebab itu, perusahaan asuransi harus mengelola dana cadangan manfaat agar perusahaan tidak mengalami kerugian. Tujuan dari penelitian ini adalah menghitung besar premi bersih tahunan dan menghitung besar cadangan manfaat pada asuransi jiwa berjangka. Metode yang digunakan untuk menghitung nilai cadangan manfaat adalah metode retrospektif. Hasil perhitungan premi bersih tahunan menyatakan bahwa besar premi bersih tahunan untuk nasabah yang berusia lanjut lebih besar daripada nasabah yang berusia lebih muda untuk jangka waktu yang sama. Sedangkan nilai cadangan manfaat asuransi akan terus meningkat pada awal kontrak asuransi dimulai dan nilai cadangan asuransi akan terus menurun menuju nol pada akhir kontrak asuransi. Hal ini dikarenakan pada awal kontrak asuransi pendapatan perusahaan yang diperoleh dari pembayaran premi bersih tahunan akan lebih besar daripada jumlah manfaat yang harus dibayarkan.

Kata kunci: *premi, asuransi jiwa berjangka, cadangan manfaat, metode retrospektif.*

1. PENDAHULUAN

Asuransi merupakan usaha kerja sama antara perusahaan asuransi dan nasabah, dimana perusahaan akan memberikan sejumlah dana kepada nasabah pada waktu tertentu sesuai

dengan perjanjian sebagai pengganti premi yang dibayar nasabah (Mandur, 2011). Perusahaan asuransi merupakan salah satu perusahaan yang melindungi nasabahnya dari suatu kejadian yang tidak diinginkan di masa yang akan datang. Perusahaan asuransi memiliki beberapa jenis asuransi, salah satunya asuransi jiwa (Achdijat, 1990).

Asuransi jiwa merupakan asuransi untuk mengurangi risiko nasabah asuransi di masa yang akan datang, seperti risiko kematian. Menurut jangka waktu pertanggunganaan, asuransi jiwa memiliki tiga jenis asuransi jiwa, yaitu asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna (Fabozzi, 1999). Pada umumnya, semua jenis asuransi jiwa akan menyiapkan dana manfaat oleh perusahaan asuransi. Tetapi pada asuransi jiwa berjangka manfaat akan diberikan kepada ahli waris nasabah, apabila nasabah mengalami kejadian yang tidak diinginkan selama masa asuransi masih berlaku.

Perusahaan asuransi jiwa akan menyiapkan manfaat asuransi untuk setiap nasabah dengan melakukan pengelolaan dana premi seperti menentukan jumlah premi yang dibayar oleh nasabah asuransi. Penentuan jumlah premi ini dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti faktor mortalitas yang berfungsi untuk memperkirakan jumlah tingkat kematian dari sekelompok orang yang hidup dalam jangka waktu tertentu, tingkat suku bunga yang telah disesuaikan oleh perusahaan asuransi serta manfaat asuransi yang akan diterima ahli waris nasabah asuransi tersebut (Syahrini, 2019). Perusahaan asuransi yang akan memberikan manfaat asuransi kepada setiap ahli waris nasabah harus memiliki dana cadangan manfaat asuransi.

Cadangan manfaat asuransi jiwa merupakan kewajiban perusahaan asuransi untuk menyiapkan sejumlah dana manfaat untuk setiap nasabah asuransi. Menurut Futami (1993) cadangan manfaat dapat dihitung dengan dua metode, yaitu metode prospektif dan metode retrospektif. Metode retrospektif merupakan perhitungan cadangannya berdasarkan jumlah total pendapatan perusahaan asuransi di masa lalu sampai dilakukan perhitungan cadangan manfaat, dikurangi dengan jumlah pengeluaran perusahaan asuransi di masa lalu untuk setiap nasabah asuransi.

Ewys (2017), meneliti tentang Perhitungan Nilai Cadangan Retrospektif Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna. Hasil yang diperoleh pada penelitiannya menyatakan bahwa nilai cadangan manfaat terus meningkat setiap tahunnya hingga pada akhir tahun ke-21 dan nilai cadangan manfaat mengalami penurunan hingga pada tahun ke-31. Tahun ke-31 nilai cadangan manfaat pada akhir tahun asuransi untuk nasabah asuransi seumur hidup adalah

negatif, tetapi dalam asuransi nilai cadangan tersebut dapat ditafsirkan sama dengan nol.

Berdasarkan latar belakang di atas, penelitian ini akan menghitung besar nilai premi bersih tahunan untuk asuransi jiwa berjangka dan nilai cadangan manfaat asuransi jiwa berjangka dengan menggunakan metode retrospektif. Beberapa penelitian terkait penentuan cadangan manfaat juga dapat dilihat pada Thaibah *et.al* (2015).

2. METODOLOGI

2.1. Tempat Dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dimulai pada bulan Desember 2018 sampai dengan bulan Juli 2019 di UPT Perpustakaan Universitas Syiah Kuala dan Laboratorium Komputasi Dasar, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Syiah Kuala.

2.2. Alat Dan Bahan

Alat yang digunakan dalam penelitian ini adalah aplikasi *Microsoft Excel* 2010 yang berfungsi untuk menghitung nilai cadangan manfaat dengan menggunakan metode retrospektif dari asuransi jiwa berjangka.

2.3. Asumsi Kasus

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah tabel mortalitas Indonesia tahun 2011 serta perhitungan cadangan manfaat untuk nasabah yang berusia 25 tahun dan 30 tahun.

2.4. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini dilakukan seperti berikut ini:

a. Studi literatur

Studi literatur menjadi langkah awal untuk melakukan penelitian. Studi literatur bertujuan untuk mempelajari dan memahami teori-teori yang digunakan untuk penelitian. Beberapa buku referensi dasar yang digunakan dapat dilihat di Larson (1951), Darmawi, (2000), Djojosoedarso (2003), Sembiring, R.K. (1986), dan Sembiring, R.K. (1988).

b. Tabel mortalitas

Tabel mortalitas yang digunakan tabel mortalitas Indonesia tahun 2011 (Hendriyanto, 2018). Tabel mortalitas ini terdiri dari 5 kolom, yaitu x menyatakan usia, l_x menyatakan jumlah orang yang hidup pada usia x tahun, d_x menyatakan jumlah orang yang meninggal pada usia x tahun, ${}_t p_x$ menyatakan peluang seseorang dapat bertahan hidup pada usia x tahun hingga $x + t$ tahun dan ${}_t q_x$ menyatakan peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum mencapai usia $x+t$ tahun.

c. Menghitung nilai komutasi

Nilai-nilai komutasi ini dihitung berdasarkan tabel mortalitas Indonesia tahun 2011 dengan tingkat suku bunga sebesar 2,5%. Suku bunga yang digunakan adalah suku bunga majemuk (Frensidy, 2006). Simbol komutasi yang digunakan adalah $D_{x:v^x}l_x$ menyatakan hasil perkalian antara jumlah orang yang hidup pada usia x tahun dengan fungsi diskonto pangkat x , N_x menyatakan penjumlahan dari D_{x+i} dengan $i \geq 0$, $C_x = d_x v^{x+1}$ menyatakan hasil perkalian jumlah orang yang meninggal pada usia x tahun dengan fungsi diskonto pangkat $x + 1$, dan M_x menyatakan penjumlahan dari C_{x+i} dengan $i \geq 0$.

d. Menentukan nilai anuitas awal asuransi jiwa berjangka

Anuitas awal dari asuransi jiwa berjangka merupakan serangkaian pembayaran yang dilakukan pada awal periode selama jangka waktu tertentu. Nilai anuitas awal dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (2.1)$$

e. Menentukan nilai tunai premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka

Premi tunggal bersih ini dihitung selama n tahun untuk asuransi jiwa berjangka dengan persamaan berikut:

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad (2.2)$$

f. Menentukan nilai premi bersih tahunan asuransi jiwa berjangka

Besar nilai premi bersih tahunan untuk usia nasabah x tahun dengan jangka waktu asuransi n tahun dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$P^1_{x:\overline{n}|} = \frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (2.3)$$

g. Menentukan nilai *endowment* murni

Nilai *endowment* murni dihitung selama n tahun untuk asuransi jiwa berjangka dengan persamaan berikut:

$${}_tE_x = \frac{D_{x+t}}{D_x} \quad (2.4)$$

h. Menghitung nilai cadangan manfaat asuransi jiwa berjangka

Perhitungan besar nilai cadangan manfaat pada asuransi jiwa berjangka

menggunakan metode retrospektif dengan persamaan berikut:

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{1}{{}_tE_x} \left(P_{x:\overline{n}|}^1 \ddot{a}_{x:\overline{t}|} - A_{x:\overline{t}|}^1 \right). \quad (2.5)$$

(Bowers et al. 1997).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Menghitung Nilai Komutasi

Perusahaan asuransi menggunakan beberapa simbol komutasi untuk mempermudah perhitungan yang dilakukannya dalam menentukan besar nilai anuitas hidup berjangka dan besar nilai premi. Perhitungan nilai-nilai komutasi ini berdasarkan tabel mortalitas Indonesia tahun 2011. Beberapa simbol komutasi yang digunakan oleh perusahaan asuransi jiwa adalah D_x , N_x , C_x dan M_x yang disusun dalam bentuk tabel komutasi.

3.2. Menghitung Nilai Anuitas Hidup Awal Berjangka

Dalam penelitian ini akan dihitung nilai anuitas hidup awal berjangka untuk nasabah asuransi berjangka yang berusia 25 tahun dan 30 tahun.

3.2.1. Besar nilai anuitas hidup awal berjangka untuk nasabah yang berusia 25 tahun

Perusahaan asuransi akan menghitung nilai tunai dari anuitas hidup awal selama 10 tahun dan 20 tahun untuk nasabah yang berusia 25 tahun. Nilai anuitas hidup awal berjangka selama 10 tahun dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.1) berikut

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{25:\overline{10}|} &= \frac{N_{25} - N_{35}}{D_{25}} \\ &= \frac{1518358,39 - 1044926,451}{52955,7499} \\ &= 8,940142285. \end{aligned}$$

Jadi, nilai tunai dari anuitas hidup awal dengan jangka waktu 10 tahun untuk nasabah yang berusia 25 tahun adalah 8,94014228 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama, dapat dihitung nilai anuitas hidup awal dengan jangka waktu 20 tahun adalah sebesar 15,85574588 satuan. Besar nilai tunai dari anuitas hidup awal berjangka untuk nasabah asuransi yang berusia 25 tahun pada tahun ke- t , dimana $t = 1, 2, 3, \dots, 20$.

3.2.2. Besar nilai anuitas hidup awal berjangka untuk nasabah yang berusia 30 tahun

Perusahaan asuransi akan menghitung nilai tunai dari anuitas hidup awal selama 10

tahun dan 20 tahun untuk nasabah yang berusia 30 tahun. Besar nilai anuitas hidup awal berjangka selama 10 tahun dengan menggunakan persamaan (2.1), sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{30:\overline{10}|} &= \frac{N_{30} - N_{40}}{D_{30}} \\ &= \frac{1266588,004 - 849888,1521}{46620,19044} \\ &= 8,93818425. \end{aligned}$$

Jadi, nilai tunai dari anuitas hidup awal dengan jangka waktu 10 tahun untuk nasabah yang berusia 30 tahun adalah 8,93818425 satuan. Dengan cara yang sama didapatkan nilai anuitas hidup awal dengan jangka waktu 20 tahun dengan untuk nasabah yang berusia 30 tahun adalah sebesar 15,8143302 satuan. Besar nilai tunai dari anuitas hidup awal berjangka untuk nasabah asuransi yang berusia 30 tahun pada tahun ke- t , dimana $t = 1, 2, 3, \dots, 20$.

3.3. Menghitung Besar Nilai Premi Tunggal Bersih

Premi tunggal bersih merupakan premi yang dibayarkan sekaligus pada waktu kontrak polis ditandatangani oleh nasabah asuransi. Perusahaan asuransi dapat menghitung nilai premi tunggal bersih berjangka untuk nasabah yang berusia 25 tahun dan 30 tahun dengan manfaat sebesar 1 satuan. Perhitungan nilai premi tunggal bersih ini berdasarkan nilai-nilai komutasi yang telah diperoleh.

3.3.1. Besar nilai premi tunggal bersih untuk nasabah yang berusia 25 tahun

Nasabah asuransi yang berusia 25 tahun akan membuat kontrak polis asuransi jiwa berjangka selama 10 tahun dan 20 tahun. Besar nilai premi tunggal bersih untuk jangka waktu 10 tahun adalah sebesar (dengan menggunakan persamaan 2.2):

$$\begin{aligned} A_{25:\overline{10}|}^1 &= \frac{M_{25} - M_{35}}{D_{25}} \\ &= \frac{15922,61843 - 15551,31715}{52955,7499} \\ &= 0,007011539. \end{aligned}$$

Jadi, besar nilai premi tunggal bersih yang harus dibayarkan untuk nasabah yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu asuransi selama 10 tahun adalah sebesar 0,007011539 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama dapat dihitung nilai premi tunggal bersih selama 20 tahun adalah sebesar 0,017176091 satuan. Besar nilai premi tunggal bersih untuk nasabah yang berusia 25 tahun pada tahun ke- t , dimana $t = 1, 2, \dots, 20$ juga dapat ditentukan.

3.3.2. Besar nilai premi tunggal bersih untuk nasabah yang berusia 30 tahun

Nasabah asuransi yang berusia 30 tahun akan membuat kontrak polis asuransi jiwa berjangka selama 10 tahun dan 20 tahun. Besar nilai premi tunggal bersih untuk jangka waktu 10 tahun dengan menggunakan persamaan (2.2) adalah sebesar:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{10}|}^1 &= \frac{M_{30} - M_{40}}{D_{30}} \\ &= \frac{15727,8001 - 15341,29902}{46620,19044} \\ &= 0,008290423. \end{aligned}$$

Jadi, besar nilai premi tunggal bersih yang harus dibayarkan untuk nasabah yang berusia 30 tahun dengan jangka waktu asuransi selama 10 tahun adalah sebesar 0,008290423 satuan. Besar nilai premi tunggal bersih untuk nasabah yang berusia 30 tahun dan manfaat asuransi sebesar 1 satuan pada tahun ke- t , dimana $t = 1, 2, \dots, 20$ lebih lanjut juga dapat ditentukan.

3.4. Menghitung Nilai Premi Bersih Tahunan

3.4.1. Nilai premi bersih tahunan untuk nasabah yang berusia 25 tahun

Besar premi bersih tahunan untuk nasabah yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu asuransi 10 tahun dengan persamaan (2.3) adalah sebesar:

$$P_{25:\overline{10}|}^1 = \frac{A_{25:\overline{10}|}^1}{\ddot{a}_{25:\overline{10}|}} = \frac{0,007011539}{8,940142285} = 0,00078428.$$

Jadi, besar nilai premi bersih tahunan untuk nasabah asuransi jiwa berjangka 10 tahun yang berusia 25 tahun adalah 0,00078428 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama, jumlah premi bersih tahunan untuk jangka waktu 20 tahun adalah sebesar 0,00108327 satuan.

3.4.2. Nilai premi bersih tahunan untuk nasabah yang berusia 30 tahun

Besar premi bersih tahunan untuk nasabah yang berusia 30 tahun dengan jangka waktu asuransi 10 tahun adalah sebesar:

$$P_{30:\overline{10}|}^1 = \frac{A_{30:\overline{10}|}^1}{\ddot{a}_{30:\overline{10}|}} = \frac{0,00829042}{8,9381843} = 0,0009275.$$

Jadi, besar nilai premi bersih tahunan untuk nasabah asuransi jiwa berjangka 10 tahun yang berusia 30 tahun adalah 0,0009275 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama, jumlah premi bersih tahunan untuk jangka waktu 20 tahun adalah sebesar 0,001693384 satuan. Jumlah pembayaran premi bersih tahunan yang harus dibayarkan oleh setiap nasabah

asuransi dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Besar premi bersih tahunan

Usia x tahun	Jangka waktu asuransi	Besarnya nilai premi bersih tahunan	
		Manfaat sebesar 1 satuan (<i>satuan</i>)	Manfaat sebesar <i>Rp</i> 100.000.000,00 (<i>Rp</i>)
25	10	0,000784276	78.428
	20	0,001083272	108.327
30	10	0,000927529	92.753
	20	0,001693384	169.338

Tabel 1 menjelaskan bahwa besaran premi bersih tahunan yang harus dibayarkan oleh setiap nasabah asuransi jiwa berjangka untuk usia nasabah 25 tahun dan 30 tahun dengan jangka waktu yang telah ditentukan. Besaran premi bersih tahunan ini akan lebih murah untuk nasabah yang berusia lebih muda dengan jangka waktu yang sama.

3.5. Menghitung Nilai *Endowment* Murni

Endowment murni merupakan suatu pembayaran manfaat yang dilakukan pada akhir tahun asuransi jika nasabah mampu bertahan hidup. Perhitungan besar nilai *endowment* murni berdasarkan nilai komutasi dihitung dengan menggunakan persamaan (2.4).

3.5.1. Besar nilai *endowment* murni untuk nasabah yang berusia 25 tahun

Besarnya nilai *endowment* murni untuk nasabah yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu 10 tahun dengan persamaan (2.4) adalah sebesar:

$${}_{10}E_{25} = \frac{D_{35}}{D_{25}} = \frac{41037,32816}{52955,7499} = 0,774936211$$

Jadi, nilai tunai *endowment* murni untuk nasabah yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu asuransi 10 tahun adalah sebesar 0,774936211 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama, besarnya nilai *endowment* murni dengan jangka waktu asuransi 20 tahun adalah sebesar 0,5960984.

3.5.2. Besar nilai *endowment* murni untuk nasabah yang berusia 30 tahun

Besarnya nilai *endowment* murni untuk nasabah yang berusia 30 tahun dengan jangka waktu 10 tahun adalah sebesar:

$${}_{10}E_{30} = \frac{D_{40}}{D_{30}} = \frac{36070,27834}{46620,19044} = 0,773705083.$$

Jadi, nilai tunai *endowment* murni untuk nasabah yang berusia 30 tahun dengan jangka waktu asuransi 10 tahun adalah sebesar 0,773705083 satuan. Dengan menggunakan cara yang

sama, besar nilai *endowment* murni dengan jangka waktu asuransi 20 tahun adalah sebesar 0,587504902.

3.6. Menghitung Besar Nilai Cadangan Manfaat

Cadangan manfaat asuransi merupakan dana yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi. Perhitungan cadangan manfaat ini berdasarkan nilai pendapatan dan pengeluaran dari perusahaan asuransi. Perhitungan nilai cadangan manfaat dengan metode retrospektif ini menggunakan persamaan (2.5).

3.6.1. Jangka waktu pertanggungan asuransi 10 tahun

Diasumsikan cadangan manfaat pada tahun pertama asuransi untuk nasabah yang berusia 25 tahun adalah sebesar:

$$\begin{aligned}
 {}_1V_{25:\overline{10}|}^1 &= \frac{1}{{}_1E_{25}} \left(P_{25:\overline{10}|}^1 \cdot \ddot{a}_{25:\overline{1}|} - A_{25:\overline{1}|}^1 \right) \\
 {}_1V_{25:\overline{10}|}^1 &= \frac{1}{0,974784964} [(0,00078428 \times 1) - 0,000824792] \\
 &= -4,15641 \times 10^{-5}.
 \end{aligned}$$

Jadi, besar cadangan manfaat pada tahun pertama asuransi untuk nasabah yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu 10 tahun adalah sebesar $-4,15641 \times 10^{-5}$ satuan. Karena cadangan manfaat yang dihasilkan bernilai negatif maka tidak ada nilai cadangan yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi. Hal ini dapat terjadi jika jumlah cadangan manfaat yang dimiliki oleh perusahaan melebihi dari jumlah manfaat yang harus dikeluarkan oleh perusahaan asuransi.

Sedangkan besar nilai cadangan manfaat pada tahun pertama untuk nasabah yang berusia 30 tahun adalah sebesar 0,0001941 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama, didapatkan nilai cadangan manfaat pada tahun ke- t , dimana $t = 1, 2, 3, \dots, 1$.

3.6.2. Jangka waktu pertanggungan asuransi 20 tahun

Diasumsikan cadangan manfaat pada tahun pertama asuransi untuk nasabah yang berusia 30 tahun adalah sebesar:

$$\begin{aligned}
 {}_1V_{25:\overline{20}|}^1 &= \frac{1}{{}_1E_{25}} \left(P_{25:\overline{20}|}^1 \cdot \ddot{a}_{25:\overline{1}|} - A_{25:\overline{1}|}^1 \right) \\
 {}_1V_{25:\overline{20}|}^1 &= \frac{1}{0,974784964} [(0,00108327 \times 1) - 0,000824792] \\
 &= 0,00026517
 \end{aligned}$$

Jadi, besar cadangan manfaat pada tahun pertama asuransi untuk nasabah yang berusia

25 tahun dengan jangka waktu 20 tahun adalah sebesar 0,00026517 satuan. Sedangkan besar nilai cadangan manfaat pada tahun pertama untuk nasabah yang berusia 30 tahun adalah sebesar 0,000979728 satuan. Dengan menggunakan cara yang sama, didapatkan nilai cadangan manfaat pada tahun ke- t , dimana $t = 1, 2, 3, \dots, 20$.

3.7. Perbandingan Besar Nilai Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Berjangka

Dari perhitungan cadangan manfaat yang telah dilakukan maka dapat dilihat perbandingan besar nilai cadangan manfaat asuransi yang disediakan oleh perusahaan asuransi untuk setiap nasabah asuransi. Perbandingan nilai cadangan tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Besar nilai cadangan manfaat asuransi jiwa berjangka dengan cadangan manfaat sebesar Rp100.000.000,00

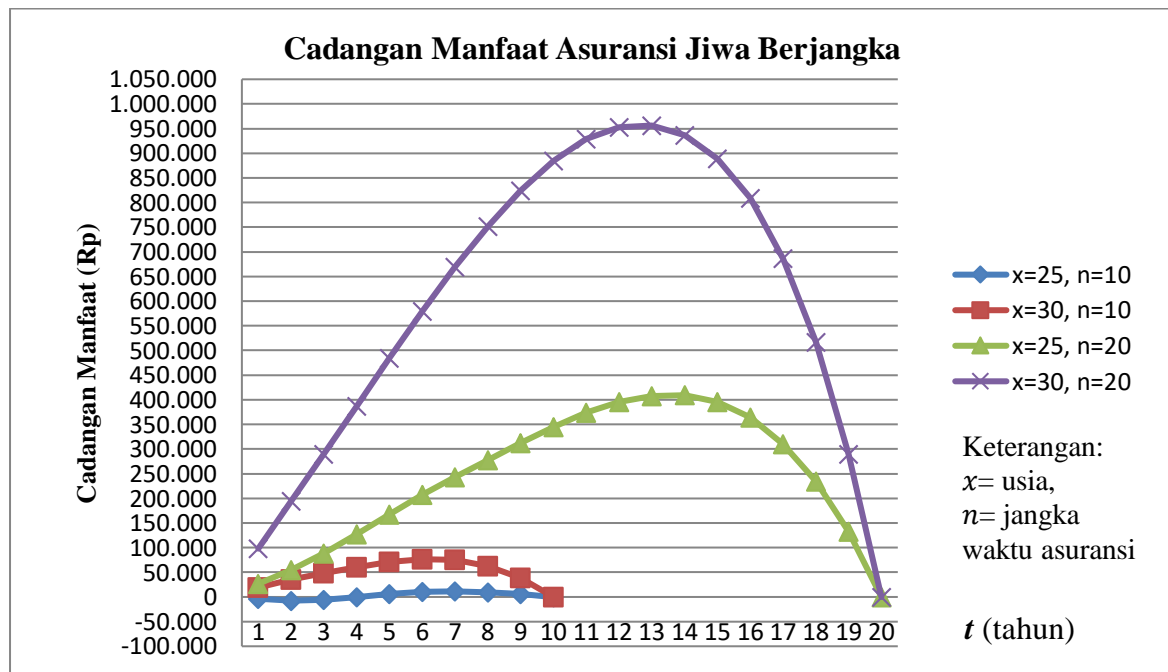
t	Cadangan manfaat asuransi dengan manfaat Rp100.000.000,00 (Rp)			
	Jangka waktu 10 tahun		Jangka waktu 20 tahun	
	Usia 25 tahun	Usia 30 tahun	Usia 25 tahun	Usia 30 tahun
1	-4.156	19.413	26.517	97.973
2	-7.472	35.174	54.667	194.325
3	-5.836	48.205	88.577	290.035
4	-133	60.478	127.383	387.129
5	5.661	70.946	167.133	484.620
6	10.526	76.476	206.830	579.452
7	11.362	74.871	243.406	669.507
8	9.082	62.835	277.797	751.589
9	5.647	39.029	311.985	824.448
10	0	0	344.941	884.750
11			373.556	929.048
12			395.658	952.749
13			407.981	956.226
14			409.214	936.750
15			395.938	889.402
16			364.617	809.038
17			310.549	687.128
18			234.020	516.789
19			132.191	289.658
20			0	0

Tabel 2 menjelaskan bahwa nasabah asuransi yang berusia 25 tahun dan 30 tahun

membeli polis asuransi jiwa berjangka 10 tahun dengan manfaat Rp100.000.000,00. Nilai cadangan manfaat yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi untuk nasabah yang berusia 25 tahun bernilai negatif pada tahun pertama sampai tahun ke empat. Cadangan manfaat yang bernilai negatif ini dianggap nol oleh perusahaan dimana perusahaan tidak perlu menyiapkan dana cadangan manfaat pada 4 tahun pertama.

Tabel 2 juga menjelaskan nasabah yang berusia 30 tahun membeli polis asuransi jiwa berjangka selama 20 tahun dengan cadangan manfaat sebesar Rp100.000.000,00. Pada tahun pertama sampai tahun ke-14 asuransi nilai cadangan manfaat yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi terus meningkat sedangkan pada tahun selanjutnya sampai masa polis asuransi berakhir nilai cadangan manfaat asuransi menurun hingga menuju nol. Hal ini dikarenakan pada awal polis asuransi, perusahaan telah mendapatkan pendapatan perusahaan lebih besar dibandingkan besar manfaat yang harus dikeluarkan oleh perusahaan asuransi. Sehingga pada akhir polis asuransi, perusahaan tidak perlu menyiapkan cadangan manfaat yang terlalu besar seperti pada awal polis asuransi.

Tabel 2 dapat disajikan secara grafik adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Grafik cadangan manfaat asuransi jiwa berjangka

Gambar 1 merupakan grafik garis dari besar nilai cadangan manfaat asuransi jiwa berjangka yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi untuk setiap nasabah asuransi. Garis

berwarna biru menunjukkan cadangan manfaat untuk nasabah yang berusia 25 tahun dan garis berwarna merah menunjukkan cadangan manfaat untuk nasabah yang berusia 30 tahun dengan jangka waktu 10 tahun. Sedangkan garis berwarna hijau menunjukkan cadangan manfaat untuk nasabah yang berusia 25 tahun dan garis berwarna ungu menunjukkan cadangan manfaat untuk nasabah yang berusia 30 tahun dengan jangka waktu 20 tahun. Cadangan manfaat asuransi jiwa untuk jangka waktu 10 tahun akan terus meningkat hingga tahun ke-7 sedangkan untuk jangka waktu 20 tahun akan terus meningkat hingga tahun ke-14 asuransi. Sedangkan pada tahun selanjutnya sampai akhir tahun asuransi nilai cadangan manfaat menurun menuju nol. Hal ini disebabkan karena pada awal asuransi dimulai pendapatan perusahaan asuransi lebih besar daripada pengeluaran perusahaan, sehingga pada akhir asuransi perusahaan tidak perlu menyiapkan dana cadangan manfaat yang berjumlah besar seperti pada awal asuransi. Pada 4 tahun pertama perusahaan tidak perlu menyiapkan dana cadangan manfaat untuk nasabah asuransi yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu 10 tahun, dikarenakan tingkat kematian yang rendah.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan dengan menggunakan metode retrospektif dapat disimpulkan bahwa:

1. Perusahaan asuransi akan menyiapkan dana cadangan manfaat untuk nasabah yang berusia 25 tahun dengan jangka waktu 10 tahun pada tahun ke-5 sampai tahun ke-9 asuransi. Tahun pertama sampai tahun keempat asuransi perusahaan asuransi tidak perlu menyiapkan dana cadangan manfaat, hal ini dikarenakan tingkat kematian sangat rendah.
2. Nilai cadangan manfaat asuransi untuk nasabah yang berusia 25 tahun dan 30 tahun dengan jangka waktu 10 tahun akan terus meningkat hingga tahun ke-7 asuransi dan jangka waktu 20 tahun akan terus meningkat hingga tahun ke-14 asuransi. Sedangkan pada tahun selanjutnya sampai akhir tahun asuransi nilai cadangan manfaat menurun menuju nol. Karena pada awal polis asuransi pendapatan perusahaan akan lebih besar daripada pengeluaran perusahaan asuransi. Sehingga pada akhir polis asuransi perusahaan telah mengalami pendapatan yang cukup pada akhir masa jangka waktu asuransi dan tidak perlu menyiapkan cadangan manfaat pada akhir jangka waktu asuransi.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Achdijat, D. (1990). *Prinsip-Prinsip Aktuaria pada Asuransi Jiwa*. Gunadarma, Jakarta.
- Bowers, N.L., Gerber H.U., & Hickman, J.C. (1997). *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America.
- Darmawi, H. (2000). *Manajemen Asuransi*. PT Bumi Aksara, Jakarta.
- Djojosoedarso, S. (2003). *Prinsip-Prinsip Manajemen Risiko dan Asuransi*. Salemba Empat, Jakarta.
- Ewys, C.E. (2017). Perhitungan nilai Cadangan Retrospektif Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna (Tugas Akhir) Universitas Lampung, Bandar Lampung.
- Fabozzi, F.J. (1999). *Manajemen Investasi*. Salemba Empat, Jakarta.
- Frensidy, B. (2006). *Matematika Keuangan*. Salemba Empat, Jakarta.
- Futami, T. (1993). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc. Tokyo, Japan.
- Hendriyanto, F. (2018). Penerapan Model *Vasicek* pada Premi Bersih Asuransi Jiwa Dwiguna (*Endoment*) (Tugas Akhir) UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
- Larson, R. (1951). *Life Insurance Mathematic*. John Wiley and Sons Inc, New York.
- Mandur, K. (2011). Penentuan Premi Bersih dan Premi Kotor Pada Asuransi Jiwa (Tugas Akhir) Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta.
- Sembiring, R.K. (1986). *Asuransi I Modul 1-9*. Karunika Jakarta, Jakarta.
- Sembiring, R.K. (1988). *Asuransi II Modul 1-9*. Karunika Jakarta, Jakarta.
- Syahrini I., Nurmaulidar N., Maulidi I., Alfira M. (2019). Aplikasi Metode *Entry Age Normal* dan *Projected UnitCredit* untuk Iuran Normal dan Kewajiban Aktuaria pada Dana Pensiun PNS. *Journal of Data Analysis*. 2(1), p. 43-52, 2623-2286.
- Thaibah SR, Ruhiyat, Erliana W. 2015. Penentuan Premi dan Cadangan Manfaat pada Beberapa Asuransi Jiwa dengan Memperhitungkan Biaya (Tugas Akhir) Institut Pertanian Bogor, Bogor.

FAKTOR-FAKTOR YANG BERPENGARUH TERHADAP NILAI KALKULUS MAHASISWA INSTITUT TEKNOLOGI DAN BISNIS STIKOM BALI

Gusti Ayu Made Arna Putri
Institut Teknologi Dan Bisnis Stikom Bali
Email: gustiayu.arna@gmail.com

ABSTRACT

Characteristics of respondents were the focus of this study. Characteristics of the respondents are age, work status, high school background, and Calculus study time. Age and Calculus study time are on ratio scale, working status on nominal scale (Yes and No), high school background (Natural Sciences, Social Sciences, Engineering), and work status (Yes and No). The independent variables that have been identified then modeled against calculus score with multiple regression analysis. The variables that are modeled are then selected using a stepwise algorithm, thus obtaining the best model. The subjects studied in this study are students of two Calculus classes on the even semester at the STIKOM Bali Institute of Technology and Business. The purpose of this study is to see the factors that affect the students' Calculus score at the STIKOM Bali Institute of Technology and Business. The results in this study based on the respondents' characteristics are variable that significantly affect the Calculus score, that are Natural Sciences during high school and work status.

Keywords: *Calculus, Multiple Regression Analysis*

ABSTRAK

Karakteristik responden menjadi fokus dalam penelitian ini. Karakteristik responden yang dicatat yaitu usia, status bekerja, latar belakang jurusan SMA, dan waktu belajar Kalkulus. Usia dan waktu belajar kalkulus dicatat dalam skala rasio, status bekerja dalam skala nominal (Ya dan Tidak), latar belakang jurusan SMA (IPA, IPS, Teknik), dan status bekerja (Ya dan Tidak). Variabel bebas yang telah teridentifikasi tersebut selanjutnya dimodelkan terhadap nilai kalkulus dengan analisis regresi berganda. Variabel yang dimodelkan lalu diseleksi menggunakan algoritma *stepwise*, sehingga memperoleh model terbaik. Subjek yang diteliti dalam penelitian ini yaitu dua kelas dari mahasiswa mata kuliah Kalkulus semester genap di Institut Teknologi dan Bisnis STIKOM Bali. Penelitian ini bertujuan untuk melihat faktor-faktor yang mempengaruhi nilai Kalkulus mahasiswa Institut Teknologi dan Bisnis STIKOM Bali. Hasil dalam penelitian ini berdasarkan karakteristik responden diperoleh variabel yang berpengaruh signifikan terhadap nilai kalkulus yaitu jurusan IPA saat SMA dan status bekerja.

Kata kunci: *Kalkulus, Analisis Regresi Berganda*

1. PENDAHULUAN

Saat ini kemajuan dunia sangat dipengaruhi oleh teknologi. Teknologi menjadi salah satu faktor penentu majunya perkembangan dunia disegala bidang. Pesatnya perkembangan teknologi di negara berkembang seperti Indonesia dapat meningkatkan kualitas generasi penerus yang lebih produktif. Salah satunya teknologi berperan penting dalam tumbuh

kembangnya dunia pendidikan.

Pendidikan merupakan hal yang menjadi perhatian utama bagi kehidupan masyarakat karena pendidikan dirasa mampu meningkatkan taraf hidup dan mencerdaskan bangsa. Semakin baik pendidikan suatu negara, maka semakin berkualitas juga sumber daya manusia yang ada didalamnya. Kemampuan masyarakat dibidang pendidikan dapat diukur dalam berbagai aspek keahlian seperti dalam bidang ilmu atau pengajaran. Dikutip dari Undang-Undang No.20, Pasal1, ayat 1, tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional, yang berbunyi "demi mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran secara sadar dan terencana sehingga peserta didik diharapkan mampu lebih aktif dalam pengembangan potensi diri."

Diungkapkan Oemar Hamalik (2006) dalam buku karyanya yang berjudul "Proses Belajar Mengajar" sistem pembelajaran dapat dipengaruhi dari beberapa unsur yaitu unsur manusiawi, kesediaan fasilitas, serta aturan yang saling terkait maka tujuan dari pembelajaran mampu dicapai. Salah satu hal yang dapat mempengaruhi keberhasilan suatu sistem pembelajaran yaitu dengan adanya kurikulum di kelas.

Kurikulum dalam pendidikan bertujuan untuk mengatur tentang bagaimana sistem pendidikan itu dilaksanakan baik dalam pendidikan formal maupun informal. Berbagai unsur yang berpengaruh dalam sumber daya pendidikan, keberadaan kurikulum menjadi salah satu unsur yang berkontribusi cukup besar dalam perwujudan kualitas potensi peserta didik yang berkualitas. Berbagai macam mata kuliah yang ada dalam kurikulum kampus, baik itu eksak maupun non eksak. Dari semua mata kuliah, ada satu mata kuliah yang memiliki persentase yang tidak disukai oleh peserta didik, yaitu mata kuliah kalkulus.

Kalkulus merupakan salah satu mata kuliah dari cabang ilmu matematika yang menganalisis masalah-masalah perubahan. Makna Kalkulus dalam bahasa latin yaitu calculus yang berarti "batu kecil". Kalkulus memuat tentang turunan, integral, limit, dan deret tak terhingga. Cabang utama dari Kalkulus terbagi menjadi dua bagian yaitu Kalkulus Integral dan Kalkulus Deferensial. Kedua bagian tersebut saling berhubungan melalui teori dasar. Mata kuliah kalkulus sering kali menjadi masalah bagi mahasiswa dalam memperoleh nilai akhir karena nilai yang diperoleh untuk mata kuliah ini relatif kecil. Sehingga muncul pemikiran bahwa terdapat faktor yang menjadi penyebab hal tersebut terjadi.

Menurut Slameto (2010) faktor-faktor yang dipengaruhi oleh prestasi belajar siswa digolongkan menjadi dua, yaitu faktor internal dan faktor eksternal. Faktor internal adalah faktor yang ada didalam setiap diri individu sedangkan faktor eksternal adalah faktor yang ada

di luar individu. Adapun faktor-faktor atau variabel yang diidentifikasi berpengaruh terhadap nilai Kalkulus dalam penelitian ini adalah usia, waktu belajar Kalkulus, status bekerja, latar belakang jurusan SMA. Menurut Purwanto (1990) setiap individu yang memiliki kecakapan dan pengetahuan dapat semakin meningkat dan dikatakan terlatih jika orang tersebut seringkali mengulang sesuatu hal yang dikerjakan.

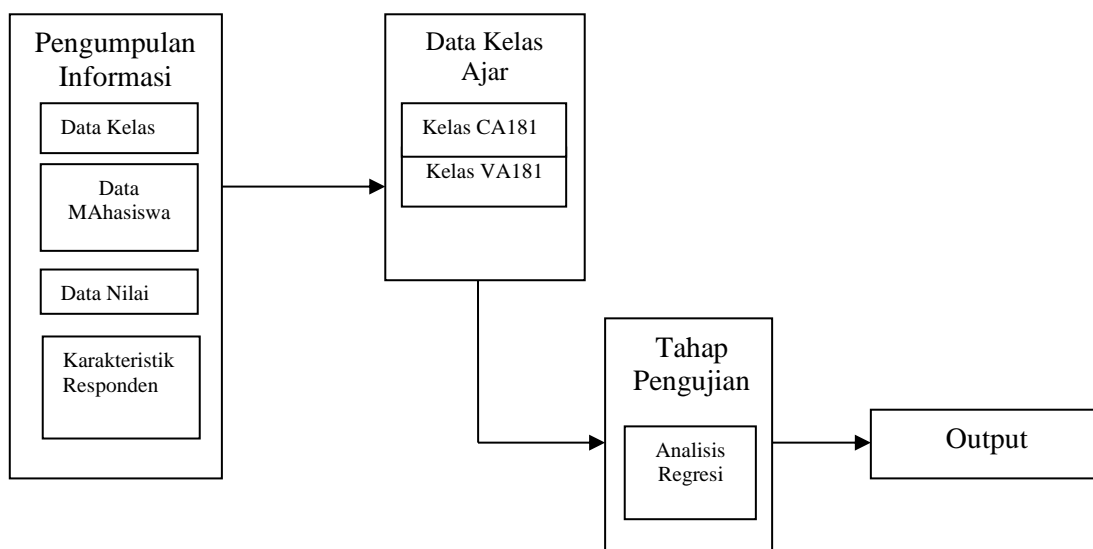
Dari uraian latar belakang masalah tersebut maka peneliti tertarik untuk mengambil topik penelitian tentang eksperimen pembelajaran pada mata kuliah Kalkulus. Karakteristik responden menjadi perhatian peneliti dengan melihat faktor-faktor yang mempengaruhi nilai mahasiswa Kalkulus. Faktor-faktor yang mempengaruhi minimnya nilai Kalkulus akan menjadi perhatian dalam memperbaiki kinerja mahasiswa di Institut Teknologi dan Bisnis STIKOM Bali.

2. METODOLOGI

2.1. Model Konseptual

Model konseptual adalah kerangka pola pikir yang berfungsi dalam penyelesaian suatu kasus. Pada umumnya kerangka penelitian digunakan dalam pendekatan ilmiah dan hubungan antar variabel didalam proses analisis sangat diperhatikan,

Kerangka berpikir dalam penelitian ini disajikan dalam bentuk Gambar 1.



Gambar 1 Model Konseptual Penelitian

1. Pengumpulan Informasi

Penelitian ini diawali dengan pengumpulan informasi mulai dari data kelas ajar, data mahasiswa hingga memperoleh hasil mahasiswa berupa nilai akhir. Selain itu, tiap mahasiswa dicatat karakteristik responden seperti, usia, status bekerja, latar belakang jurusan SMA, dan waktu belajar kalkulus. Usia dan waktu belajar kalkulus dicatat dalam skala rasio, status bekerja dalam skala nominal (Ya dan Tidak), latar belakang jurusan SMA (IPA, IPS, Teknik), dan status bekerja (Ya dan Tidak).

2. Data Kelas

Penelitian ini mengambil dua kelas dalam semester genap tahun 2019 di Institut Teknologi dan Bisnis STIKOM Bali. Kelas Ajar yang menjadi subjek penelitian yaitu kelas Kalkulus CA181 dan VA181.

3. Tahan Pengujian.

Pengujian awal dilakukan dengan identifikasi variabel bebas, selanjutnya variabel bebas yang telah teridentifikasi dimodelkan terhadap nilai kalkulus dengan analisis regresi berganda. Variabel yang dimodelkan lalu diseleksi menggunakan algoritma stepwise, sehingga memperoleh model terbaik.

4. Output

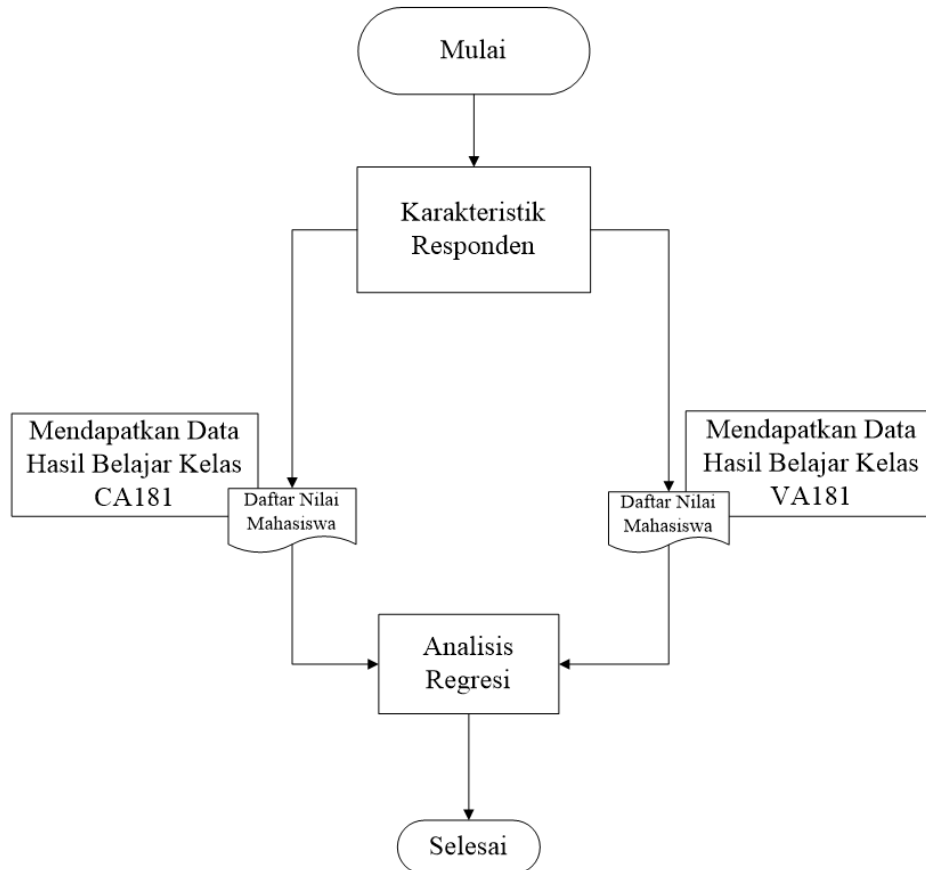
Diperoleh karakteristik responden yang berpengaruh terhadap prestasi belajar mahasiswa Kalkulus di kelas CA181 dan VA181.

2.2 Sistematisa Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian yang mencatat karakteristik responden pada mahasiswa kelas Kalkulus. Pencatat karakteristik responden tersebut dimulai dari tahapan pra proposal yang terdiri dari identifikasi kasus, studi literatur, dan rumusan masalah. Kemudian dilanjutkan dengan penulisan proposal penelitian. Tahapan penelitian selanjutnya yaitu pengusulan proposal penelitian. Publikasi penelitian ini ditargetkan ke jurnal ilmiah nasional. Penelitian ini menggunakan data prestasi mahasiswa dalam kurun waktu satu semester. Berikut tahapan-tahapan pada penelitian ini yaitu:

1. Subjek dalam penelitian ini adalah dua kelas kalkulus yaitu kelas CA181 dan VA181.
2. Melakukan pencatatan karakteristik responden pada mahasiswa di kedua kelas tersebut.
3. Lakukan pemodelan terhadap nilai kalkulus ditinjau dari karakteristik responden.
4. Uji dengan analisis regresi berganda. Variabel yang dimodelkan lalu diseleksi menggunakan algoritma stepwise, sehingga memperoleh model terbaik.

Secara umum, tahapan-tahapan dalam penelitian tersebut akan dijelaskan melalui diagram pada Gambar 2.



Gambar 2 Diagram Sistematika Penelitian

2.3 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Institut Teknologi dan Bisnis STIKOM Bali dalam kurun waktu sembilan bulan.

2.4 Data

2.4.1 Jenis Data

Berdasarkan sumber data, peneliti menggunakan data primer yang diperoleh dari sumber data langsung. Jadi untuk mendapatkan data primer, peneliti harus mengumpulkan nilai dari mahasiswa kelas Kalkulus secara langsung. Sedangkan berdasarkan sifat, data yang digunakan adalah data kuantitatif yaitu data yang berbentuk bilangan atau angka yang diperoleh berdasarkan nilai mahasiswa Kelas Kalkulus di Institut Teknologi Dan Bisnis Stikom Bali.

2.4.2 Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data menggunakan teknik observasi, dimana peneliti

mengumpulkan data dengan pengamatan secara langsung di kelas. Teknik ini digunakan untuk penelitian yang bertujuan untuk mempelajari perilaku mahasiswa, proses belajar, dan karakteristik responden.

2.5 Teknik Analisis Data

Teknik analisis dalam penelitian ini yaitu teknik analisis data statistik. Teknik analisis data statistik merupakan langkah yang dilakukan dengan pengumpulan data atau fakta, pengolahan, penyajian, dan analisis, sehingga nantinya dapat ditarik suatu kesimpulan dan pembuatan keputusan yang cukup beralasan berdasarkan fakta dan analisis di kelas.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Nilai Kalkulus

Variabel yang diidentifikasi mempengaruhi nilai Kalkulus adalah usia, waktu belajar kalkulus, status bekerja, latar belakang jurusan SMA. Variabel bebas yang telah teridentifikasi selanjutnya dimodelkan terhadap nilai kalkulus dengan analisis regresi berganda. Variabel yang dimodelkan lalu diseleksi menggunakan algoritma *stepwise*, sehingga memperoleh model terbaik sebagai berikut:

Tabel 1 Uji Koefisien Parameter dan *Goodness of Fit Model Regression*

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	Collinearity Statistics	
	B	Std. Error	Beta			Tolerance	VIF
(Constant)	74,453	1,784		41,744	0,000		
1 IPA	8,096	2,176	0,418	3,720	0,000	0,867	1,154
Pekerjaan	-6,751	2,062	-0,367	-3,274	0,002	0,867	1,154
F hitung	: 19,304						
Signifikansi F	: 0,000						
R Square	: 0,421						
Adjusted R Square	: 0,400						

Berdasarkan Tabel 1, diperoleh variabel yang berpengaruh signifikan terhadap nilai Kalkulus. Variabel IPA dengan nilai *t* hitung sebesar 3,720 dan signifikansi sebesar 0,000, menandakan bahwa mahasiswa dengan latar belakang IPA cenderung memiliki nilai kalkulus lebih besar dibandingkan mahasiswa dengan latar belakang teknik. Variabel pekerjaan memiliki nilai *t* hitung sebesar -3,274 dengan nilai signifikansi sebesar 0,002, menandakan bahwa mahasiswa yang tidak bekerja cenderung memiliki nilai kalkulus yang lebih besar dibandingkan dengan mahasiswa yang bekerja.

Model yang diperoleh dinyatakan layak terlihat dari nilai *F* hitung sebesar 19,304 dengan signifikansi sebesar 0,000. Selain itu, nilai *R square* sebesar 0,421 dan adjusted *R*

square sebesar 0,400 menandakan bahwa hubungan masuk dalam kategori moderat. Hal ini berarti variabel IPA dan Pekerjaan berpengaruh sebesar 42,1% terhadap nilai kalkulus, sedangkan 57,9% sisanya dipengaruhi oleh variabel lain yang tidak masuk dalam model.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis regresi berganda berdasarkan karakteristik responden diperoleh variabel yang berpengaruh signifikan terhadap nilai kalkulus yaitu jurusan IPA saat SMA dan status bekerja.

5. DAFTAR PUSTAKA

Hamalik, O. 2006. *Proses Belajar Mengajar*, Jakarta: PT. Bumi Aksara.

Purwanto, N. 1990. *Psikologi Pendidikan*, Jakarta: PT Remaja Rosdakarya.

Slameto, 2010. *Belajar dan Faktor-faktor yang Mempengaruhinya*, Jakarta: PT Rineka Cipta.

PERBANDINGAN ESTIMASI S (SCALE) DAN ESTIMASI MM (METHOD OF MOMENT) PADA MODEL REGRESI ROBUST DENGAN DATA PENCILAN

Arif Semar*, Fitria Virgantari, Hagni Wijayanti.
Program Studi Matematika, Universitas Pakuan
*Corresponding Author Email: ariefsemar11@gmail.com

ABSTRACT

Regression model is a model used to describe the relationship between dependent and independent variables. One method that is often used to estimate the parameters of a regression model is the OLS (Ordinary Least Square) method. In the regression model it is possible that there are outliers that cause some of the regression assumptions are violated so that the predicted value becomes inaccurate. There is method that can handle outlier can be used. One of them is the robust regression method using estimations S (Scale) and MM (Method of Moment). Those methods has a high breakpoint that is maximum amount of outliers data that can be tolerated by a model. This study aims to apply and compare OLS estimates, S estimates and MM estimates that contain outliers data. The data used are secondary data in the form of the ability to read a group of children aged 4 to 7 years, age, memory scores and IQ. The results showed the S estimation robust regression method is the best method compared to OLS estimation and MM estimation because it has the highest R^2 value of 94.29%. Based on the S estimation method obtained by the model $Y = -1,107 + 0,484X_1 + 0,052X_2 + 0,045X_3$ where Y is the reading score of children aged 4 to 7 years, X_1 is age, X_2 is the memory score and X_3 is IQ.

Keywords: outlier, MM estimation, S estimation, robust regression

ABSTRAK

Model regresi merupakan model yang digunakan untuk menggambarkan hubungan antara variabel bebas dan tidak bebas. Salah satu metode yang sering digunakan untuk menduga parameter model regresi adalah metode OLS (*Ordinary Least Square*). Dalam model regresi dimungkinkan terdapat *outlier* (pencilan) yang menyebabkan beberapa asumsi regresi tidak terpenuhi sehingga nilai prediksi menjadi kurang akurat oleh karena itu digunakan metode yang dapat menangani data *outlier*. Salah satunya adalah metode regresi *robust* dengan menggunakan estimasi S (*Scale*) dan MM (*Method of Moment*) karena memiliki *breakpoint* (jumlah maksimum data pencilan yang dapat ditoleransi oleh sebuah model) yang tinggi. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan dan membandingkan estimasi OLS, estimasi S dan estimasi MM yang mengandung data pencilan. Data yang digunakan adalah data sekunder berupa kemampuan membaca sekelompok anak yang berumur 4 sampai 7 tahun, umur, skor daya ingat dan IQ. Hasil penelitian menunjukkan metode regresi *robust* estimasi S merupakan metode terbaik dibandingkan estimasi OLS & estimasi MM karena memiliki nilai R^2 tertinggi yaitu sebesar 94,29%. Berdasarkan metode estimasi S diperoleh model $Y = -1,107 + 0,484X_1 + 0,052X_2 + 0,045X_3$ dengan Y adalah skor membaca anak-anak yang berumur 4 sampai 7 tahun, X_1 adalah umur, X_2 adalah skor daya ingat dan X_3 adalah IQ.

Kata Kunci : pencilan, estimasi MM, estimasi S, regresi *robust*

1. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan suatu analisis yang dapat menggambarkan hubungan antara variabel bebas dengan variabel tidak bebas. Dari hubungan tersebut dapat dibuat model yang dapat memprediksi apa yang akan terjadi di masa mendatang. Salah satu metode yang sangat sering digunakan adalah metode OLS (*Ordinary Least Square*). Dalam model regresi dimungkinkan terdapat *outlier* (pencilan) yang menyebabkan beberapa asumsi regresi tidak terpenuhi sehingga nilai prediksi menjadi kurang akurat oleh karena itu digunakan metode yang dapat menangani data *outlier*, salah satunya adalah metode regresi *robust*. Adapun beberapa penelitian-penelitian tentang regresi *robust* yang pernah dilakukan antara lain Sahari (2012) “Model Produksi Jagung di Indonesia Menggunakan Regresi Robust Estimasi S”. Ada juga penelitian tentang “Kekekaran Regresi Linier Ganda dengan Estimasi MM (*Method Of Moment*) dalam Mengatasi Pencilan” yang dilakukan oleh Kurniawati (2011). Berbeda dengan penelitian sebelumnya, pada penelitian ini akan dibandingkan antara estimasi S (*Scale*) dan estimasi MM (*Method Of Moment*) karena memiliki *breakdown point* (jumlah maksimum data *outlier* yang dapat ditoleransi oleh suatu model) yang tinggi.

2. METODOLOGI

2.1. Data

Data yang digunakan merupakan data kemampuan membaca sekelompok anak yang berumur 4 sampai 7 tahun diperoleh dari *website Statistics for Psychology* diambil dari <http://staff.bath.ac.uk/pssiw/stats2/page16/page16.html> yang berjumlah 20 data dengan 4 variabel yaitu variabel kemampuan membaca (Y), umur (X_1), skor daya ingat (X_2), dan IQ (X_3).

2.2. Tahapan Analisis

Tahapan analisis pada penelitian ini sebagai berikut :

1. Mengumpulkan data. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data umur, skor daya ingat, IQ dan kemampuan membaca sekelompok anak.
2. Memformulasikan model . Bentuk model secara umum

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad (1)$$

Untuk model dugaan sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

Keterangan :

- Y : Kemampuan Membaca
 X_1 : Umur
 X_2 : Skor Daya Ingat
 X_3 : IQ
 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$: Parameter regresi
 ε : Nilai error

3. Menduga parameter dengan metode OLS dengan rumus :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (3)$$

dengan

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2k} \\ 1 & X_{31} & X_{32} & \dots & X_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix}, X' = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{i1} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{ik} \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & \dots & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ik} & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 \end{bmatrix}$$

4. Pengujian asumsi

Menurut Riadi (2014), untuk mendapatkan nilai pemeriksa yang efisien dan tidak bias dari persamaan regresi berganda dengan Metode OLS maka perlu dilakukan pengujian untuk mengetahui model regresi yang dihasilkan memenuhi persyaratan beberapa asumsi klasik yaitu :

a. Uji Normalitas

Salah satu cara untuk menguji asumsi kenormalan adalah dengan Uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan rumus :

H_0 : Residual data berdistribusi normal

H_1 : Residual data tidak berdistribusi normal

Statistik Uji

$$D = \max |F_0(X_i) - S_n(X_i)|, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Keterangan :

$F_0(X_i)$: Fungsi distribusi frekuensi kumulatif relatif dari distribusi teoritis dibawah sisaan distribusi normal.

$S_n(X_i)$: Distribusi frekuensi kumulatif pengamatan sebanyak sampel.

Apabila nilai $D > D_{tabel}$, maka asumsi kenormalan tidak dipenuhi.

b. *Uji Heteroskedastisitas*

Uji yang digunakan untuk menguji asumsi identik adalah Uji Glejser. Hipotesis untuk Uji Glejser adalah sebagai berikut:

H_0 : Tidak ada gejala heteroskedastisitas

H_1 : Ada gejala heteroskedastisitas

Dengan statistik uji :

$$F_{hitung} = \frac{KTR}{KTG} \quad (5)$$

Pengambilan keputusan adalah $F_{hitung} > F(\alpha, k, n-k-1)$ maka tolak H_0 pada tingkat signifikansi α , artinya bahwa residual tidak identik.

c. *Multikolinieritas*.

Salah satu cara pengujian multikolinieritas yang umum digunakan adalah pengujian VIF (*Variance Inflation Factor*) dengan rumus sebagai berikut :

$$VIF = \frac{1}{(1 - R^2)} \quad (6)$$

Keterangan :

VIF : *Variance Inflation Factor*

R : Nilai korelasi antar variabel dependent

5. Mendeteksi *outlier*. Tahap ini mendeteksi adanya pencilan digunakan sisaan terbakukan, dengan rumus :

$$t_i = \frac{e_i}{s_{-i}\sqrt{1 - h_{ii}}} \quad (7)$$

Keterangan :

t_i : Sisaan terbakukan data ke- i

e_i : Nilai residual data ke- i

s_{-i} : Simpangan baku yang dihitung tanpa mengikut sertakan pengamat ke- i

h_{ii} : nilai leverage

dengan

$$h_{ii} = X_i(X^T X)^{-1} X_i^T, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad s_{-i} = \sqrt{\frac{(n-p)s^2 - \frac{e_i^2}{(1-h_{ii})}}{n-p-1}} \quad s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{e_i^2}{n-p}$$

Data dikatakan memiliki pencilan jika sisaan terbakukan (t_i) $> T_{(\alpha/2, n-p-1)}$ dan dilakukan pendeteksian data pencilan yang mempengaruhi model berdasarkan nilai *DfFITS*. *DfFITS* dapat dihitung dengan rumus :

$$|DfFITS| = \left(\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right)^{\frac{1}{2}} e_i \left[\frac{n-p-1}{JKG(1-h_{ii}) - e_i^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Keterangan :

- JKG* : Jumlah kuadrat galat
k : Jumlah variabel bebas
n : Banyaknya pengamatan
 X_i : Data variabel X ke-i

Pengamatan ke-*i* berpengaruh pada model regresi jika

$$|DfFITS| = \begin{cases} > 1, & n < 30 \\ > 2 \sqrt{\frac{p+1}{n}}, & n \geq 30 \end{cases} \quad (9)$$

6. Pendugaan parameter menggunakan estimasi S dan estimasi MM jika dideteksi adanya pencilan dengan perhitungan sebagai berikut :

Menurut Pratitis dan Listyati (2016) berikut langkah-langkah menduga parameter dengan metode estimasi S :

- Menaksir β awal yaitu $\hat{\beta}_{(0)}$ dengan menggunakan OLS
- Menghitung nilai residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$
- Menghitung standar deviasi sisaan $\hat{\sigma}_s$:

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n (e_i^2) - (\sum_{i=1}^n e_i)^2}{n(n-1)}} \quad (10)$$

- Menghitung nilai $u_i = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_i}$
- Menghitung nilai pembobot w_i

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right]^2, & |u_i| < 1,547 \\ 0, & |u_i| \geq 1,547 \end{cases} \quad (11)$$

f. Menghitung OLS terbobot untuk mendapatkan penduga kuadrat terkecil terbobot

$$\hat{\beta}_s = (X'WX)^{-1}X'WY \quad (12)$$

g. Mengulangi langkah b-f sampai diperoleh nilai $\hat{\beta}_s$ yang konvergen.

Menurut Romdi dkk (2015) berikut langkah-langkah menduga parameter dengan metode estimasi MM:

a. Menaksir β awal yaitu $\hat{\beta}_{(0)}$ dengan menggunakan estimasi S

b. Menghitung nilai residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$

c. Menghitung standar deviasi sisaan $\hat{\sigma}_s$

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n (e_i^2) - (\sum_{i=1}^n e_i)^2}{n(n-1)}} \quad (13)$$

d. Menghitung nilai $u_i = e_i / \hat{\sigma}_i$

e. Menghitung nilai pembobot w_i

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right]^2, & |u_i| < 4,685 \\ 0, & |u_i| \geq 4,685 \end{cases} \quad (14)$$

f. Menghitung OLS terbobot untuk mendapatkan penduga kuadrat terkecil terbobot

$$\hat{\beta}_{mm} = (X'WX)^{-1}X'WY \quad (15)$$

g. Mengulangi langkah b-f sampai diperoleh nilai $\hat{\beta}_{mm}$ yang konvergen

Jika data tidak memiliki pencilan, maka dilanjutkan dengan menginterpretasikan model.

7. Tahap selanjutnya yaitu memilih metode estimasi terbaik. Menurut Indra dkk (2013), menentukan metode estimasi terbaik dapat dilihat dari nilai koefisien determinasi yang paling besar, dengan rumus :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (16)$$

Keterangan :

RSE : *Residual Standard Error*

Y_i : Nilai variabel bebas ke-i

\hat{Y}_i : Nilai duga variabel bebas ke-i

8. Tahap terakhir yaitu interpretasi model, pada tahap ini diperoleh metode yang paling optimal untuk menyelesaikan masalah data yang memiliki *outlier* dengan menginterpretasikan model yang diperoleh sesuai permasalahan riil. Setelah itu dilanjutkan dengan kesimpulan dan memberikan saran.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Metode Estimasi OLS

Metode estimasi OLS merupakan metode yang meminimumkan jumlah kuadrat galat. Berdasarkan hasil estimasi yang dibantu dengan aplikasi EVIEWS didapatkan model regresi sebagai berikut :

$$Y = -0.106 + 0.466X_1 + 0.269X_2 + 0.025X_3, \quad R^2 = 0,8349$$

dengan :

Y : Kemampuan Membaca

X_1 : Umur

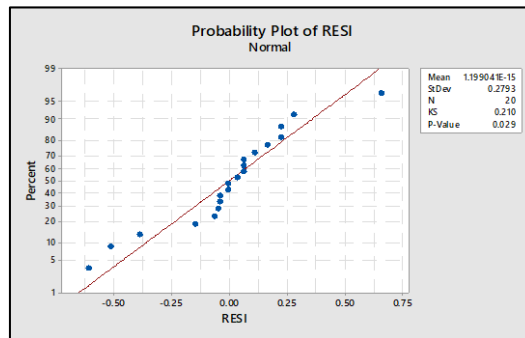
X_2 : Skor Daya Ingat

X_3 : IQ

Besarnya koefisien determinasi model sebesar 0,8349 artinya sebesar 83,49% kemampuan membaca seorang anak dijelaskan oleh variabel umur, daya ingat dan IQ, sisanya sebesar 16,51% dijelaskan oleh faktor-faktor diluar variabel umur, daya ingat, dan IQ. Setelah mendapatkan model regresi dilanjutkan dengan uji asumsi

Uji Normalitas

Pengujian normalitas bertujuan untuk melihat apakah sisaan dalam model berdistribusi normal berdasarkan Gambar 1 berikut



Gambar 1. Uji Normalitas

P-value sebesar 0,029 kurang dari taraf nyata yaitu sebesar 0,05 sehingga diambil keputusan tolak H_0 maka residual tidak berdistribusi normal

Uji Heteroskedastisitas

Pengujian heteroskedastisitas bertujuan untuk mengetahui adanya kesamaan varian residual. Untuk mendeteksi heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan uji Glesjer. Hasil uji Glesjer disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Hasil Uji Heteroskedastisitas

F-statistic	1.102690	Prob. F(3,16)	0.3769
Obs*R-squared	3.426619	Prob. Chi-Square (3)	0.3304
Scaled explained SS	3.974184	Prob. Chi-Square (3)	0.2643

(17)

Berdasarkan Tabel 1 nilai Prob. Chi-Square (3) sebesar 0,3304 lebih besar dari tingkat kepercayaan sebesar 0,05 maka tolak H_0 dapat disimpulkan varians residual bersifat homoskedastisitas.

Uji Multikolinieritas

Pengujian multikolinieritas bertujuan untuk mengetahui ada tidaknya hubungan linear antara variabel bebas. Untuk mendeteksi multikolinieritas dapat dilakukan dengan Uji VIF (*Variance Inflation Factor*). Hasil Uji VIF disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Uji Multikolinieritas

Variabel Bebas	VIF
X_1 (Umur)	3,50
X_2 (Daya Ingat)	3,70
X_3 (IQ)	1,84

Berdasarkan Tabel 2 didapatkan nilai VIF < 10 sehingga dapat dikatakan tidak terdapat masalah multikolinieritas dalam model.

Deteksi Pencilan (*Outlier*)

Pencilan merupakan pengamatan yang nilai sisaannya jauh lebih besar dari sisaan lainnya. Hasil perhitungan menggunakan *Software* MINITAB dapat dilihat di Tabel 3.

Tabel 3 Nilai *Standardized Residual* & *DFFITs*

No	t_i	DFFITs
1	2.33607	1.14995
2	0.21529	0.08186
3	-0.5976	-0.4085
4	0.36913	0.09547
5	0.60267	0.29237
6	-0.154	-0.0747
7	-1.4915	-0.9381
8	-0.1756	-0.0826
9	-2.2225	-1.2442
10	1.04035	0.54517
11	-2.155	-1.9364
12	-0.023	-0.0094
13	0.12551	0.04703
14	-0.225	-0.088
15	0.8866	0.61183
16	-0.154	-0.0747
17	0.21529	0.08186
18	-0.023	-0.0094
19	0.8866	0.61183
20	0.21529	0.08186

Data yang termasuk pencilan jika $|t_i| > t_{tabel} = 2.109$ dan $DFFITs > 2\sqrt{\frac{k+1}{n}} = 0,894$, sehingga dari Tabel 3, data yang termasuk pencilan yaitu pengamatan ke-1, ke-7, ke-9 dan ke-11.

Regresi Robust Estimasi S

Karena hasil uji menyatakan ada data pencilan & residual tidak berdistribusi normal maka dilanjutkan dengan estimasi S. Berdasarkan hasil estimasi menggunakan metode ini, didapatkan model regresi sebagai berikut :

$$Y = -1,107 + 0,484X_1 + 0,052X_2 + 0,045X_3 \quad (18)$$

Besarnya koefisien determinasi model sebesar 0,9429 yang artinya sebesar 94,29% kemampuan membaca seorang anak dijelaskan oleh variabel umur, daya ingat dan IQ,

sisanya yang sebesar 5,71% dijelaskan oleh faktor-faktor diluar variabel umur, daya ingat, dan IQ.

Regresi Robust Estimasi MM

Berdasarkan hasil estimasi menggunakan metode ini, didapatkan model regresi sebagai berikut :

$$Y = -1,514 + 0,514X_1 - 0,008X_2 + 0,005X_3 \quad (19)$$

Besarnya koefisien determinasi model sebesar 0,6671 yang artinya sebesar 66,71% kemampuan membaca seorang anak dijelaskan oleh variabel umur, daya ingat dan IQ, sisanya yang sebesar 33,29% dijelaskan oleh faktor-faktor diluar variabel umur, daya ingat, dan IQ.

Signifikansi Model

Uji F

Pengujian simultan bertujuan untuk menguji semua variabel bebas model tersebut mempunyai pengaruh secara bersamaan terhadap variabel terikat.

Tabel 4 Hasil Uji F

No	Model	F hitung
1	Estimasi OLS	26,98
2	Estimasi S	88,23
3	Estimasi MM	10,68

Berdasarkan Tabel 4 $|F_{hitung}| > F_{tabel} = 3,238$ sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap variabel bebas berpengaruh signifikan terhadap model.

Uji T

Pengujian parsial berfungsi untuk mengetahui adanya pengaruh variabel bebas terhadap variabel tidak bebas. Hasil perhitungan nilai t_{hitung} setiap variabel model disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5 Hasil Uji T

Parameter	Estimasi OLS	Nilai Hitung	
		Estimasi S	Estimasi MM
Intercept	-0,079	-7,634	-7,928
X ₁	3,819	27,231	30,235
X ₂	1,115	2,08	0,244
X ₃	1,667	22,5	2,5

Keputusan yang diambil pada uji parsial ini adalah jika $|t_{hitung}| > t_{tabel} = 2,473$ Tabel 5 menunjukkan variabel X_1 dan X_3 model estimasi S dan estimasi MM mempengaruhi variabel tidak bebas, sedangkan estimasi OLS dipengaruhi oleh variabel X_1 .

Permilihan Metode Estimasi Terbaik

Setelah mengetahui model regresi dari masing-masing parameter, dilanjutkan dengan membandingkan nilai koefisien determinasi untuk mendapatkan model terbaik.

Tabel 6 Perbandingan Nilai Koefisien Determinasi dengan Estimasi OLS, S, dan MM

Parameter	Estimasi OLS	Estimasi S	Estimasi MM
Intercept	-0,106	-1,107**	-1,514**
Umur (X_1)	0,466**	0,484**	0,514**
Daya Ingat (X_2)	0,269	0,052	-0,008
IQ (X_3)	0,025	0,045**	0,005**
R^2	0.834961	0.942946	0.667083

** : signifikan pada taraf $\alpha = 5\%$

Metode terbaik adalah metode yang memiliki nilai R^2 paling besar. Dari Tabel 6 dapat dilihat nilai R^2 metode estimasi S bernilai 0,94 lebih besar dibandingkan nilai R^2 metode estimasi OLS yang bernilai 0,83 dan estimasi MM bernilai 0,66 yang artinya estimasi S merupakan metode yang paling baik digunakan untuk mengestimasi parameter regresi untuk kasus kemampuan membaca sekelompok anak.

Interpretasi Model

Pada metode regresi robust estimasi S dihasilkan model persamaan regresi sebagai berikut :

$$Y = -1,107 + 0,484X_1 + 0,052X_2 + 0,045X_3 \quad (20)$$

Model ini mempunyai R^2 sebesar 0,9429 artinya 94,29% variasi variabel tidak bebas dijelaskan oleh variabel bebas dan sisanya dipengaruhi oleh faktor lain. Persamaan regresi di atas dapat diuraikan sebagai berikut :

1. Koefisien regresi variabel X_1 sebesar 0,484 artinya dengan menganggap variabel bebas lainnya bernilai konstan, setiap bertambahnya umur 1 tahun maka skor kemampuan membaca seorang anak akan meningkat sebesar 0,484

2. Koefisien regresi variabel X_2 sebesar 0,052 artinya dengan menganggap variabel bebas lainnya bernilai konstan, setiap bertambahnya 1 satuan skor daya ingat maka skor kemampuan membaca seorang anak akan meningkat sebesar 0,052
3. Koefisien regresi variabel X_3 sebesar 0,045 artinya dengan menganggap variabel bebas lainnya bernilai konstan, setiap bertambahnya 1 satuan IQ maka skor kemampuan membaca seorang anak akan meningkat sebesar 0,045

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan maka dapat disimpulkan metode regresi robust estimasi S merupakan metode yang menghasilkan model terbaik dalam kasus data kemampuan membaca sekelompok anak, karena metode estimasi S memiliki R^2 sebesar 94,29% yang lebih besar dibandingkan R^2 metode estimasi OLS sebesar 83,49% dan metode estimasi MM sebesar 66,7%.

Berdasarkan Metode Estimasi S diperoleh model terbaik skor kemampuan membaca seorang anak (Y) yang dipengaruhi oleh faktor umur (X_1), skor daya ingat (X_2) dan IQ (X_3), dihasilkan model regresi sebagai berikut : $Y = -1,107 + 0,484X_1 + 0,052X_2 + 0,045X_3$.

5. SARAN

Dalam penulisan skripsi ini Metode Regresi Robust yang digunakan adalah Metode Estimasi S dan Metode Estimasi MM, untuk penelitian selanjutnya dapat dicoba menggunakan estimasi robust yang lainnya seperti Metode Estimasi M (*Maximum Likelihood type*), LTS (*Least Trimmed Square*), atau LMS (*Least Median Square*).

Selain itu penelitian selanjutnya dapat dilakukan dengan membandingkan metode-metode yang bisa mengatasi outlier selain regresi robust seperti menghilangkan data outlier ataupun mentransformasikan data.

6. DAFTAR PUSTAKA

Indra S, Vionanda D, Sriningsih R. 2013. Pendeteksian Data Pencilan dan Pengamatan Berpengaruh pada Beberapa Kasus Data Menggunakan Metode Diagnostik. *Journal of Mathematics*. Vol. 2, No. 1, 67-74. Universitas Negeri Padang.

- Kurniawati, LD. 2011. Kekekaran Regresi Linier Ganda dengan Estimasi MM (*Method of Moment*) dalam Mengatasi Pencilan. Skripsi. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta
- Pratitis WD dan Listyani E. 2016. Perbandingan Metode Estimasi-M , Estimasi-S , Dan Estimasi-MM Pada Model Regresi Robust Untuk Memprediksi Produksi Kedelai Di Indonesia. Jurnal Pendidikan Matematika dan Saint. Vol. 5, No. 5. Universitas Negeri Yogyakarta
- Riadi E. 2014. Metode Statistika Parametrik & Nonparametrik. Pustaka Mandiri. Tangerang.
- Romdi, Wahyuningsih S, dan Yuniarti D. 2015. Regresi Robust Linear Sederhana dengan Menggunakan Estimasi MM (*Method of Memont*). Jurnal Eksponensial. Vol.6. No. 2. Universitas Mulawarman. Samarinda.
- Sahari R. 2012. Model Produksi Jagung di Indonesia Menggunakan Regresi Robust Estimasi S. Skripsi. Universitas Sebelas Maret.

OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PRODUK CAKE DENGAN METODE SIMPLEKS

Aden*, Tabah Heri Setiawan

Jurusan Matematika, Universitas Pamulang

*Corresponding Author Email: dosen00527@unpam.ac.id

ABSTRACT

Simplex is an optimization analysis method used to find out the maximum gross results. The purpose of this study is know the form of mathematical models that are formed from the production process of muffins, using a simplex method to determine the optimal profit, and the optimal amount of muffins production. Research methods using survey methods. The results obtained are by the simplex analysis, which is a mathematical model with the objective function

$$\begin{aligned}
 f(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}) \\
 &= 6000B_1 + 5000B_1 + 5000B_3 + 5000B_4 + 5400B_5 + 6400B_6 \\
 &+ 7200B_7 + 6000B_8 + 6400B_9 + 6400B_{10}
 \end{aligned}$$

Constraints function

$$\begin{aligned}
 0,15B_1 + 0,13B_1 + 0,13B_3 + 0,13B_4 + 0,13B_5 + 0,13B_6 + 0,07B_7 + 0,13B_8 \\
 + 0,13B_9 + 0,18B_{10} \leq 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,2B_1 + 0,15B_1 + 0,15B_3 + 0,15B_4 + 0,15B_5 + 0,15B_6 + 0,15B_7 + 0,15B_8 \\
 + 0,15B_9 + 0,3B_{10} \leq 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\
 + 0,05 \leq 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,1B_1 + 0,1B_1 + 0,1B_3 + 0,1B_4 + 0,1B_5 + 0,1B_6 + 0,2B_7 + 0,1B_8 + 0,1B_9 \\
 \leq 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\
 + 0,05 + 0,5B_{10} \leq 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,2B_1 + 0,2B_1 + 0,2B_3 + 0,2B_4 + 0,2B_5 + 0,2B_6 + 0,2B_7 + 0,2B_8 + 0,2B_9 \\
 + 0,3B_{10} \leq 25
 \end{aligned}$$

$$18B_1 \leq 200$$

$$0,05B_{10} \leq 1$$

$$0,1B_1 \leq 0,1$$

The maximum profit from the production is producing 90 pcs marble muffin, 10 pcs Surabaya muffin and 10 pcs Lapis legit muffin with a profit of Rp 714,000.00.

Keywords: *optimization, simplex*

ABSTRAK

Simpleks merupakan metode analisis optimalisasi yang digunakan untuk mengetahui hasil bruto yang maksimal. Tujuan penelitian ini yaitu mengetahui bentuk model matematika yang terbentuk dari proses produksi bolu, mengetahui keuntungan yang optimal dengan menggunakan metode simpleks, dan mengetahui jumlah produksi bolu yang di produksi sehingga mendapatkan keuntungan yang optimal. Metode penelitian dengan menggunakan metode Survei. Hasil yang diperoleh sesuai analisis simpleks yaitu model matematika dengan fungsi tujuan

$$f(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}) \\ = 6000B_1 + 5000B_1 + 5000B_3 + 5000B_4 + 5400B_5 + 6400B_6 \\ + 7200B_7 + 6000B_8 + 6400B_9 + 6400B_{10}$$

fungsi kendala

$$0,15B_1 + 0,13B_1 + 0,13B_3 + 0,13B_4 + 0,13B_5 + 0,13B_6 + 0,07B_7 + 0,13B_8 \\ + 0,13B_9 + 0,18B_{10} \leq 15$$

$$0,2B_1 + 0,15B_1 + 0,15B_3 + 0,15B_4 + 0,15B_5 + 0,15B_6 + 0,15B_7 + 0,15B_8 \\ + 0,15B_9 + 0,3B_{10} \leq 20$$

$$0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\ + 0,05 \leq 5$$

$$0,1B_1 + 0,1B_1 + 0,1B_3 + 0,1B_4 + 0,1B_5 + 0,1B_6 + 0,2B_7 + 0,1B_8 + 0,1B_9 \\ \leq 12$$

$$0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\ + 0,05 + 0,5B_{10} \leq 6$$

$$0,2B_1 + 0,2B_1 + 0,2B_3 + 0,2B_4 + 0,2B_5 + 0,2B_6 + 0,2B_7 + 0,2B_8 + 0,2B_9 \\ + 0,3B_{10} \leq 25$$

$$18B_1 \leq 200$$

$$0,05B_{10} \leq 1$$

$$0,1B_1 \leq 0,1$$

Maksimum keuntungan dari hasil produksi yaitu memproduksi Bolu Marmer 90 pcs, Bolu Surabaya 10 pcs dan bolu Lapis legit 10 pcs dengan keuntungan Rp 714.000,00.

Kata kunci: optimalisasi, simpleks

1. PENDAHULUAN

Keuntungan penjualan sebuah produk sangat ditentukan dengan kesesuaian varian yang diproduksi oleh industri. Semakin tidak sesuai yang diproduksi maka akan mengakibatkan kerugian dari penjualan produk yang diproduksi. Tetapi jika produksi dengan bentuk varian sesuai dengan kebutuhan pasar maka akan mengakibatkan keuntungan penjualan baik dan semakin baik.

Pencatatan secara detail setiap proses produksi roti untuk lebih mengetahui proses supaya kualitas semakin lebih meningkat (Aden, 2019). Planing yang matang untuk sebuah produksi produk akan menjadikan langkah menuju detailisasi pembuatan produk dari hulu hingga hilir. Sehingga bahan baku yang baik akan menjadikan produk baik. Sebaliknya bahan baku yang kurang baik akan menjadikan hasil produksi yang kurang baik juga. Ukuran bahan baku yang sangat detail akan menjadikan perhitunagn analisis semakin baik. Menentukan kualitas produk yang sesuai dengan kesepakatan diawal sehingga akan memuaskan pelanggan. (Waryanto, H., & Setiawan, T. H., 2019)

Jumlah yang tidak diprediksikan dan dianalisis akan menjadikan produk berlebih dan akan menjadi produk yang sia-sia. Penjualan yang tidak optimal akan menjadikan kerugian yang berarti bahwa keuntungan belum optimal sesuai harapan. Sebaliknya jika diprediksikan

dan dianalisis dengan baik maka akan menjadikan produk tidak jauh dari kebutuhan sehingga produk tidak tersisa signifikan bahkan tepat. Sehingga keuntungan yang diperoleh akan lebih optimal sesuai yang diharapkan.

Penyelesaian masalah di atas dapat diselesaikan dengan metode program linier dengan metode grafik, eliminasi, substitusi dan simpleks. Jika sedikit variabelnya maka dapat diselesaikan dengan menggunakan metode grafik, substitusi, dan eliminasi. Sedangkan jika variabelnya banyak dan kendalanya banyak maka lebih tepat menggunakan metode simpleks untuk mendapatkan hasil yang lebih tepat.

Metode yang dipilih dalam penelitian ini yaitu metode simpleks. Metode simpleks yaitu metode penyelesaian program linier dengan banyak variabel dan banyak kendala dengan langkah iterasi yang disesuaikan dengan bentuk tujuan dan kendala serta hasilnya. Metode simpleks dapat dibantu penyelesaiannya dengan menggunakan *POM QM for windows* dan *Excel*. Sehingga dengan metode ini peneliti dapat menemukan jumlah produksi dengan keuntungan yang seoptimal mungkin.

Sesuai dengan latar belakang yang telah disebutkan di atas, maka peneliti akan melakukan penelitian yang berjudul “Optimalisasi Keuntungan Produk *Cake* dengan Metode Simpleks”.

1.1. Rumusan Masalah

Perumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk model matematika yang terbentuk dari proses produksi bolu?
2. Berapakah keuntungan yang optimal dengan menggunakan metode simpleks?
3. Berapakah jumlah produksi bolu yang di produksi sehingga mendapatkan keuntungan yang optimal?

1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian yang dilaksanakan yaitu:

1. Mengetahui bentuk model matematika yang terbentuk dari proses produksi bolu.
2. Mengetahui keuntungan yang optimal dengan menggunakan metode simpleks.
3. Mengetahui jumlah produksi bolu yang di produksi sehingga mendapatkan keuntungan yang optimal.

2. METODOLOGI PENELITIAN

2.1. Metode Penelitian

Metode penelitian merupakan suatu penyelidikan yang sistematis untuk meningkatkan sejumlah pengetahuan, juga merupakan suatu usaha yang sistematis dan terorganisasi untuk menyelidiki masalah tertentu yang memerlukan jawaban. Metode penelitian kuantitatif dapat diartikan sebagai metode penelitian yang berlandaskan pada filsafat positivisme, digunakan untuk meneliti pada populasi dan sampel tertentu, pengumpulan data menggunakan instrumen penelitian, analisis data bersifat kuantitatif atau statistik, dengan tujuan untuk menguji hipotesis yang telah ditetapkan (Sugiyono, 2016). Metode penelitian pada penelitian ini menggunakan metode kuantitatif karena berbentuk data angka-angka.

2.2. Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi dan sampel merupakan dua hal yang saling berhubungan yang tidak dapat terpisahkan dalam sebuah penelitian. Jika populasi dengan sampel tidak saling berhubungan dan tidak proporsional maka dianggap sebuah penelitian tersebut belum akurat untuk dapat diambil kesimpulan.

2.3. Metode Penentuan Populasi

Totalitas semua nilai yang mungkin, hasil menghitung maupun pengukuran, kuantitatif maupun kualitatif mengenai karakteristik tertentu dari semua anggota kumpulan yang lengkap dan jelas yang ingin dipelajari sifat-sifatnya dinamakan dengan populasi (Sudjana, 2005). Populasi yaitu sekumpulan objek yang akan dijadikan sebagai bahan penelitian dengan ciri mempunyai karakteristik yang sama. (Andi Supangat, 2007). Populasi dapat berupa benda hidup atau mati yang mempunyai karakteristik yang dapat didefinisikan atau diidentifikasi dengan jelas. Populasi dalam penelitian ini adalah data produksi *Cake* dan bahan mentah setiap bulan.

2.4. Metode Penentuan Sampel

Sampel yaitu bagian dari populasi untuk dijadikan sebagai bahan penelaahan dengan harapan contoh yang diambil dari populasi tersebut dapat mewakili terhadap populasi (Andi Supangat, 2007). Sampel adalah bagian dari jumlah dan karakteristik yang dimiliki populasi (Sugiyono, 2012). Sampel merupakan bagian dari populasi yang diambil sebagian secara proporsional sesuai dengan metode yang telah ditetapkan oleh peneliti dalam menentukan jumlah sampel. Untuk mendapatkan sampel digunakan teknik sampel terstruktur. Data sampel pada penelitian ini data yang diambil secara survei dan wawancara dengan bentuk

tujuan keuntungan, bahan yang tersedia dan jenis bolu.

2.5. Metode Pengolahan Data

Pengolahan data pada penelitian ini dilakukan dalam bentuk manual. Langkah-langkah perhitungan pengolahan data dalam penelitian ini yaitu:

1. Mengumpulkan data dengan cara survei dan wawancara;
2. Membuatkan model matematis baik tujuan kendalanya;
3. Membuat dalam bentuk tabel simpleks;
4. Menghitung dengan metode simpleks sehingga terjadi beberapa iterasi yang menuju optimalisasi keuntungan;
5. Menentukan jumlah keuntungan;
6. Menentukan jumlah produk yang menjadikan keuntungan yang optimal;
7. Membandingkan keuntungan metode simpleks dengan metode yang telah dijalankan di Karoma *Cake*; dan
8. Membuat kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Data Hasil Penelitian

Data penelitian diperoleh dengan menggunakan metode survei dan wawancara kepada karyawan dan pemilik UKM Karoma *Cake*. Data penelitian awal yaitu data produksi bolu dengan rincian sebagai berikut:

1. Bolu Brownies memerlukan terigu 1,5 kg, gula putih 2 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, telur 2 kg, dan koko 180 mg untuk dijadikan 16 bolu brownies dalam produksi 1 hari.
2. Bolu tape memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu tape dalam produksi 1 hari.
3. Bolu pisang memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu pisang dalam produksi 1 hari.
4. Bolu keju memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu keju dalam produksi 1 hari.

5. Bolu pandan memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu pandan dalam produksi 1 hari.
6. Bolu marmer memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 2 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu marmer dalam produksi 1 hari.
7. Bolu surabaya memerlukan terigu 0,7 kg, gula putih 1 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 4 bolu surabaya dalam produksi 1 hari.
8. Bolu ketan item memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu ketan item dalam produksi 1 hari.
9. Bolu tiga rasa memerlukan terigu 1,3 kg, gula putih 1,5 kg, benzoat $\frac{1}{2}$ sendok, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, dan telur 2 kg untuk dijadikan 10 bolu tiga rasa dalam produksi 1 hari.
10. Bolu lapis legit memerlukan terigu 1,8 kg, gula putih 3 kg, paneli 1 sendok, soda kue $\frac{1}{2}$ sendok, telur 3 kg, pewarna $\frac{1}{2}$ sendok dan kayu manis $\frac{1}{2}$ sendok untuk dijadikan 12 bolu lapis legit dalam produksi 1 hari.

Persediaan bahan mentah dalam 1 hari yaitu

1. Terigu 15 kg
2. Gula putih 20 kg
3. Benzoat 5 sendok
4. Paneli 12 sendok
5. Soda kue 6 sendok
6. Telor 25 kg
7. Kokoa 200 mg
8. Pewarna 2 sendok
9. Kayu manis 2 sendok

Harga penjualan yaitu:

1. Bolu brownies dengan harga Rp 30.000,00
2. Bolu tape dengan harga Rp 25.000,00
3. Bolu pisang dengan harga Rp 25.000,00

4. Bolu keju dengan harga Rp 25.000,00
5. Bolu pandan dengan harga Rp 27.000,00
6. Bolu marmer dengan harga Rp 32.000,00
7. Bolu surabaya dengan harga Rp 36.000,00
8. Bolu ketan item dengan harga Rp 30.000,00
9. Bolu tiga rasa dengan harga Rp 32.000,00
10. Bolu lapis legit dengan harga Rp 32.000,00

Dengan keuntungan dari penjualan sebesar 20%.

3.2. Hasil Analisis dengan Metode Simpleks

3.2.1. Model matematika

Untuk jenis bolu dimisalkan B sehingga ada 10 variabel yaitu B₁ sampai B₁₀. Sedangkan untuk jenis bahan mentah dimisalkan dengan M sehingga terdapat 9 variabel yaitu M₁ sampai dengan M₉. Model matematika yang terbentuk yaitu:

Fungsi tujuan

$$\begin{aligned}
 f(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}) \\
 &= 6000B_1 + 5000B_1 + 5000B_3 + 5000B_4 + 5400B_5 + 6400B_6 \\
 &+ 7200B_7 + 6000B_8 + 6400B_9 + 6400B_{10}
 \end{aligned}$$

Fungsi kendala

$$\begin{aligned}
 0,15B_1 + 0,13B_1 + 0,13B_3 + 0,13B_4 + 0,13B_5 + 0,13B_6 + 0,07B_7 + 0,13B_8 \\
 + 0,13B_9 + 0,18B_{10} \leq 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,2B_1 + 0,15B_1 + 0,15B_3 + 0,15B_4 + 0,15B_5 + 0,15B_6 + 0,15B_7 + 0,15B_8 \\
 + 0,15B_9 + 0,3B_{10} \leq 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\
 + 0,05 \leq 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,1B_1 + 0,1B_1 + 0,1B_3 + 0,1B_4 + 0,1B_5 + 0,1B_6 + 0,2B_7 + 0,1B_8 + 0,1B_9 \\
 \leq 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\
 + 0,05 + 0,5B_{10} \leq 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0,2B_1 + 0,2B_1 + 0,2B_3 + 0,2B_4 + 0,2B_5 + 0,2B_6 + 0,2B_7 + 0,2B_8 + 0,2B_9 \\
 + 0,3B_{10} \leq 25
 \end{aligned}$$

$$18B_1 \leq 200$$

$$0,05B_{10} \leq 1$$

$$0,1B_1 \leq 0,1$$

3.2.2. Pembuatan tabel simpleks

Tabel 1 Proses Awal Tabel Simpleks

JENIS BAHAN	JENIS PRODUKSI										PERSEDIAAN
	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	
M1	0,15	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,07	0,13	0,13	0,18	15
M2	0,2	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,3	20
M3	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0	5
M4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	12
M5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	6
M6	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	25
M7	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	200
M8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	1
M9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0,1

3.2.3. Hasil Simpleks

Pembuatan simpleks dengan mengubah dari model matematika menjadi bentuk model simpleks

Fungsi tujuan:

$$f(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}) = z$$

Sehingga model simpleksnya:

$$z - 000B_1 - 5000B_1 - 5000B_3 - 5000B_4 - 5400B_5 - 6400B_6 - 7200B_7 - 6000B_8 - 6400B_9 - 6400B_{10} - 0S_1 - 0S_2 - 0S_2 - 0S_3 - 0S_4 - 0S_5 - 0S_6 - 0S_7 - 0S_8 - 0S_9 - 0S_{10} = 0$$

Fungsi kendala:

$$0,15B_1 + 0,13B_1 + 0,13B_3 + 0,13B_4 + 0,13B_5 + 0,13B_6 + 0,07B_7 + 0,13B_8 + 0,13B_9 + 0,18B_{10} + S_1 + 0S_2 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 15$$

$$0,2B_1 + 0,15B_1 + 0,15B_3 + 0,15B_4 + 0,15B_5 + 0,15B_6 + 0,15B_7 + 0,15B_8 + 0,15B_9 + 0,3B_{10} + 0S_1 + S_2 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 20$$

$$0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 + 0,05B_9 + 0,05B_{10} + 0S_1 + 0S_2 + S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 5$$

$$0,1B_1 + 0,1B_1 + 0,1B_3 + 0,1B_4 + 0,1B_5 + 0,1B_6 + 0,2B_7 + 0,1B_8 + 0,1B_9 + 0,1B_{10} + 0S_1 + 0S_2 + 0S_2 + 0S_3 + S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 12$$

$$0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 + 0,05 + 0,5B_{10} + 0S_1 + 0S_2 + 0S_2 + S_3 + 0S_4 + S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 6$$

$$0,2B_1 + 0,2B_1 + 0,2B_3 + 0,2B_4 + 0,2B_5 + 0,2B_6 + 0,2B_7 + 0,2B_8 + 0,2B_9 + 0,3B_{10} + 0S_1 + 0S_2 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + S_6 + 0S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 25$$

$$18B_1 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + S_7 + 0S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 200$$

$$0,05B_{10} + 0S_1 + 0S_2 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + S_8 + 0S_9 + 0S_{10} = 1$$

$$0,1B_1 + 0S_1 + 0S_2 + 1S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + 0S_6 + 0S_7 + 0S_8 + S_9 + 0S_{10} = 0,1$$

3.2.4. Hasil Iterasi Maksimum dari Simpleks

Proses analisis data dengan menggunakan Simpleks untuk data produksi Bolu di Karoma Cake sampai dengan 4 iterasi. Sehingga diperoleh hasil maksimumnya disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Hasil Iterasi Maksimum

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10		RHS
Maximize	6000	5000	5000	5000	5400	6400	7200	6000	6400	6400		
M1	.15	.13	.13	.13	.13	.13	.07	.13	.13	.18	<=	15
M2	.2	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.3	<=	20
M3	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	0	<=	5
M4	.1	.1	.1	.1	.1	.1	.2	.1	.1	.1	<=	12
M5	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	<=	6
M6	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.2	.3	<=	25
M7	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	200
M8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.05	<=	1
M9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.1	<=	1
Solution->	0	0	0	0	0	90	10	0	0	10		712000

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh bahwa B6 dengan bentuk produksi Bolu Marmer dengan jumlah 90 pcs, B7 bentuk produksi Bolu Surabaya dengan jumlah 10 pcs dan B10 bentuk produksi Bolu lapis legit dengan jumlah 10. Jumlah keuntungan maksimum Rp 712.000,00.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil data penelitian dan pembahasan, maka peneliti menyimpulkan sebagai berikut:

1. Bentuk model matematika yang terbentuk diperoleh dari produksi per hari dengan banyak awal produksi masing-masing bolu berbeda dengan bahan dasar yang berbeda. Persediaan yang berbeda setiap bahan sehingga model matematika dapat diperoleh sebagai Fungsi tujuan

$$\begin{aligned} f(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}) \\ = 6000B_1 + 5000B_1 + 5000B_3 + 5000B_4 + 5400B_5 + 6400B_6 \\ + 7200B_7 + 6000B_8 + 6400B_9 + 6400B_{10} \end{aligned}$$

Dan Fungsi kendala

$$\begin{aligned} 0,15B_1 + 0,13B_1 + 0,13B_3 + 0,13B_4 + 0,13B_5 + 0,13B_6 + 0,07B_7 + 0,13B_8 \\ + 0,13B_9 + 0,18B_{10} \leq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,2B_1 + 0,15B_1 + 0,15B_3 + 0,15B_4 + 0,15B_5 + 0,15B_6 + 0,15B_7 + 0,15B_8 \\ + 0,15B_9 + 0,3B_{10} \leq 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\ + 0,05 \leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,1B_1 + 0,1B_1 + 0,1B_3 + 0,1B_4 + 0,1B_5 + 0,1B_6 + 0,2B_7 + 0,1B_8 + 0,1B_9 \\ \leq 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,05B_1 + 0,05B_1 + 0,05B_3 + 0,05B_4 + 0,05B_5 + 0,05B_6 + 0,05B_7 + 0,05B_8 \\ + 0,05 + 0,5B_{10} \leq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,2B_1 + 0,2B_1 + 0,2B_3 + 0,2B_4 + 0,2B_5 + 0,2B_6 + 0,2B_7 + 0,2B_8 + 0,2B_9 \\ + 0,3B_{10} \leq 25 \end{aligned}$$

$$18B_1 \leq 200$$

$$0,05B_{10} \leq 1$$

$$0,1B_1 \leq 0,1$$

2. Hasil optimum keuntungan yang diperoleh dengan menggunakan metode simpleks yaitu Rp 714.000,00.
3. Produksi yang menjadikan keuntungan maksimum yaitu produksi Bolu Marmer 90 pcs, Bolu Surabaya 10 pcs dan bolu Lapis legit 10 pcs.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Aden, Setiawan TH. 2019. Analisis Pengendalian Kualitas Produk Roti Melalui Kartu Kendali Proporsi (Studi Kasus: CV. Spesial Bakery). *Statmat: Jurnal Statistika Dan Matematika*, 1(1): 25-43.
- Sudjana. 2005. Metode Statistika. Taksiti, Bandung.
- Sugiyono. 2012. Statistik untuk Penelitian. Alfabetha, Bandung.
- Sugiyono. 2016. Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D. Alfabetha, Bandung.
- Supangat, Andi. 2007. Statistika dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Nonparametrik. Kencana, Jakarta.
- Waryanto H, Setiawan TH. 2019. Statistik Pengendalian Kualitas. UNPAM Press, Tangerang Selatan.

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN HIV/AIDS PADA PENGGUNA NARKOBA MELALUI JARUM SUNTIK

Isnaini Mahuda
Universitas Bina Bangsa
Email: isnainimahuda@binabangsa.ac.id

ABSTRACT

Drug users using needles has become vulnerable communities infected with HIV/AIDS. The use of needle alternately among drug users becomes a way in the spread of the virus. The purpose of this study is to make mathematical model the spread of HIV/AIDS among drug users using needle. The mathematical model constructed consists of two populations, namely drug population and needle population. The population of drug users is divided into four compartments, namely the population of drug users susceptible, exposed, infected, and AIDS while the population of needle is divided into two compartments, namely the population of susceptible and infected syringes. From the results of the analysis of the model, two equilibrium points are obtained, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point, and the stability analysis is carried out. Basic Reproduction Ratio as the threshold of an outbreak is obtained by finding the greatest characteristic value of the Next generation Matrix (NGM). In this study also carried out numerical simulations to see the dynamics of drug user populations and needle populations then conducted a sensitivity analysis to determine the parameters that most influence the spread of HIV / AIDS in drug users using needle.

Keywords: *Mathematical model, HIV/AIDS, needle*

ABSTRAK

Pengguna narkoba melalui jarum suntik menjadi komunitas yang rawan terinfeksi HIV/AIDS. Penggunaan jarum suntik secara bergantian di kalangan pengguna narkoba menjadi jalan dalam penyebaran virus. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan penyebaran HIV/AIDS di kalangan pengguna narkoba melalui media jarum suntik secara matematis. Model matematika yang dikonstruksi terdiri dari 2 populasi yaitu populasi pengguna narkoba dan populasi jarum suntik. Populasi pengguna narkoba dibagi menjadi 4 kompartemen yaitu populasi pengguna narkoba *susceptible*, *exposed*, *infected* dan AIDS sedangkan populasi jarum suntik dibagi menjadi 2 kompartemen yaitu populasi jarum suntik *susceptible* dan *infected*. Dari hasil analisis model diperoleh 2 titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik kemudian dilakukan analisis kestabilannya. *Basic Reproduction Rasio* sebagai ambang batas suatu wabah penyakit diperoleh dengan cara mencari nilai karakteristik terbesar dari polinom karakteristik Next Geration Matriks (NGM). Pada penelitian ini juga dilakukan simulasi numerik untuk melihat dinamika populasi pengguna narkoba dan populasi jarum suntik kemudian dilakukan analisis sensitivitas untuk menentukan parameter yang paling mempengaruhi penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik.

Kata kunci: Model Matematika, HIV/AIDS, Jarum Suntik

1. PENDAHULUAN

HIV atau *Human Immunodeficiency Virus* merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh sehingga mengakibatkan imunitas tubuh menjadi berkurang. Seseorang yang positif terinfeksi HIV dalam jangka waktu lima hingga sepuluh tahun kemudian orang tersebut akan mengidap AIDS (*Acquired Immunodeficiency Syndrome*). Endemi HIV ini masih menjadi masalah serius di dalam dunia kesehatan. Di Indonesia, pada tahun 2014 menunjukkan bahwa *HIV/AIDS* sudah menyebar di 386 kabupaten/kota diseluruh provinsi di Indonesia dengan jumlah manusia terinfeksi *HIV* sebanyak 150.296 orang, dan jumlah manusia terserang penyakit *AIDS* sebanyak 55.799 orang (Depkes R1, 2014).

Penularan HIV dapat terjadi disebabkan oleh beberapa hal diantaranya yaitu melakukan hubungan seks baik itu heteroseksual ataupun homoseksual dengan penderita HIV, kontak langsung dengan darah penderita HIV, transmisi perinatal dan pemakaian jarum suntik secara bergantian di kalangan pengguna narkoba. Berdasarkan faktor resiko penularan HIV dominan terjadi pada heteroseksual dan pemakaian jarum suntik secara bergantian di kalangan pengguna narkoba (infoDATIN, 2014).

Pemodelan matematika penting digunakan untuk menganalisis penularan HIV/AIDS. Pemodelan matematika merupakan suatu cara untuk dapat membantu memahami suatu fenomena nyata melalui abstraksi masalah. Pemodelan matematika seputar penyebaran HIV/AIDS telah banyak dilakukan. Ram Naresh dan Dilep Sharma (2011) menggunakan model SIA (*Susceptible, Infected, AIDS*) untuk menganalisis penularan HIV/AIDS secara vertikal dari ibu ke bayinya dan waktu tundaan (*time-delay*). Selain itu, Setiawaty dkk (2013) juga menganalisis kestabilan model penyebaran HIV/AIDS pada populasi Gay dan perumpuan beresiko rendah. Begitupun penelitian yang dilakukan oleh Triska dan Gusriani (2016) membahas tentang analisis angka reproduksi dasar model matematika penyebaran HIV melalui jarum suntik pada populasi pengguna narkoba. Triska dan Gusriani dalam penelitiannya masih menggunakan model SIA (*Susceptible, Infected, AIDS*) yang merupakan modifikasi dari model SIR (*Susceptible, Infected, Recovery*).

Penelitian ini bertujuan untuk mengkonstruksi model matematika pada penyebaran HIV/AIDS pada *pengguna* narkoba melalui jarum suntik dimana populasinya terdiri dari 2 populasi utama yaitu populasi pengguna narkoba dan populasi jarum suntik. Populasi pengguna narkoba dibagi menjadi 4 kompartemen yaitu populasi penggunaan narkoba

Susceptible, Exposed, Infected dan AIDS sedangkan populasi jarum suntik dibagi menjadi 2 kompartemen yaitu populasi jarum suntik *Susceptible dan Infected*. Dalam penelitian ini juga akan dianalisis kestabilan dari model dan *basic reproduction rasio* serta dilakukan simulasi dan analisis sensitivitas untuk melihat parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik. Dengan demikian, langkah-langkah pencegahan untuk mengurangi penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba dengan jarum suntik dapat dilakukan.

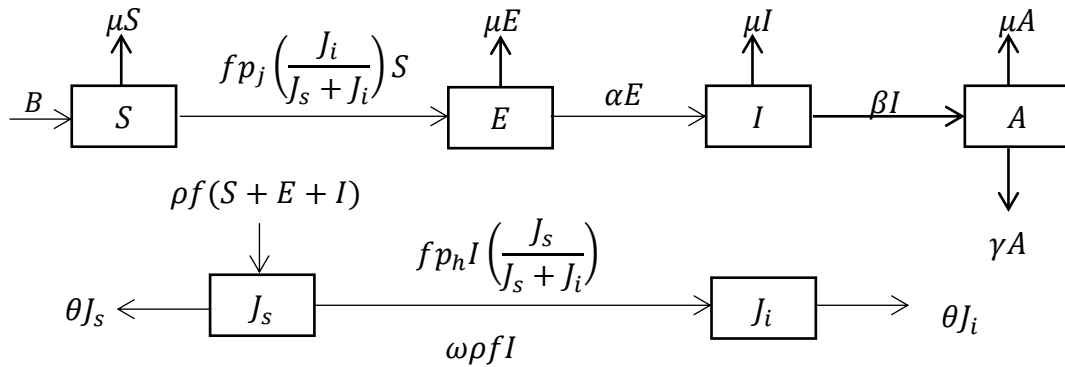
2. METODOLOGI

Penelitian ini menggunakan teori yang relevan berdasarkan kajian literature. Adapun prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu menetapkan asumsi, mengkonstruksi model transmisi HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik. Dari model yang telah dibuat dicari titik kesetimbangannya kemudian dianalisis kondisi kestabilannya dan menentukan basic reproduction rasio dengan *Next Generation Matriks*. Selain itu juga dilakukan simulasi dan analisis sensitivitas untuk menentukan parameter yang paling dominan berpengaruh dalam penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Konstruksi Model

Pada model ini populasi pengguna narkoba dibagi menjadi 4 kompartemen yaitu S, E, I dan A dimana S adalah populasi pengguna narkoba susceptible, E adalah pengguna narkoba exposed, I pengguna narkoba Infected dan A pengguna narkoba dengan AIDS. Populasi jarum dibagi menjadi 2 kompartemen yaitu J_s adalah populasi jarum suntik susceptible dan J_i adalah populasi jarum suntik terinfeksi. Secara umum, model matematika penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik dapat dilihat pada diagram berikut:



Gambar 1. Diagram transmisi penyebaran HIV/AIDS

Diagram diatas menggambarkan laju perubahan populasi tiap kompartemen. Arah panah masuk menunjukkan pertambahan jumlah populasi dan arah panah keluar menunjukkan pengurangan jumlah populasi. Pada model ini diasumsikan jumlah populasi pada pengguna narkoba dianggap konstan (tidak ada proses migrasi) dan penderita HIV tidak mendapatkan perlakuan antiretroviral.

Model matematika dari diagram tranmisi pada gambar 1 dapat diekspresikan sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = B - f p_j \left(\frac{J_i}{J_s + J_i} \right) S - \mu S.$$

$$\frac{dE}{dt} = f p_j \left(\frac{J_i}{J_s + J_i} \right) S - (\mu + \alpha) E.$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - (\mu + \beta) I$$

$$\frac{dA}{dt} = \beta I - (\mu + \gamma) A.$$

$$\frac{dJ_s}{dt} = \rho f (S + E + I) - f p_h I \left(\frac{J_s}{J_s + J_i} \right) - \theta J_s - \omega \rho f I.$$

$$\frac{dJ_i}{dt} = \omega \rho f I + f p_h I \left(\frac{J_s}{J_s + J_i} \right) - \theta J_i.$$

dengan:

B merupakan laju kelahiran alami dari populasi pengguna narkoba dengan $B > 0$

μ merupakan laju kematian alami dari populasi pengguna narkoba dengan $\mu > 0$

α adalah laju transisi dari kompartemen *exposed* kekompartemen *infected*

β adalah laju transisi dari kompartemen *infected* ke AIDS

θ adalah laju kerusakan jarum suntik

γ adalah laju kematian akibat AIDS

f adalah frekuensi pengguna narkoba menggunakan jarum suntik

p_j adalah peluang infeksi dari jarum terinfeksi ke pengguna narkoba *susceptible*, dengan $0 < p_j < 1$

p_h adalah peluang infeksi dari pengguna narkoba terinfeksi ke jarum suntik *susceptible*, dengan $0 < p_h < 1$

ρ adalah peluang seorang pengguna narkoba membawa jarum suntik baru dengan $0 < \rho < 1$

ω adalah peluang terinfeksi jarum bersih yang dibawa oleh pengguna narkoba yang terinfeksi dengan $0 < \omega < 1$

3.2. Menentukan Titik Keseimbangan

Titik keseimbangan diperoleh ketika sistem pada model tidak mengalami perubahan populasi atau $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dA}{dt} = 0, \frac{dJ_s}{dt} = 0, \frac{dJ_i}{dt} = 0$ sehingga terdapat dua jenis titik keseimbangan pada model ini yaitu titik keseimbangan bebas penyakit atau $DFE = (S, 0, 0, 0, J_s, 0)$ dan titik keseimbangan endemi atau $END = (S^*, E^*, I^*, A^*, J_s^*, J_i^*)$.

Titik keseimbangan bebas penyakit dari model diekspresikan sebagai,

$$DFE = \left(S = \frac{B}{\mu}, 0, 0, 0, J_s = \frac{\rho f B}{\mu \theta}, 0 \right)$$

Titik DFE ini menunjukkan bahwa hanya populasi pengguna narkoba *susceptible* dan jarum *susceptible* saja yang bernilai positif sedangkan populasi pengguna narkoba yang terinfeksi dan AIDS serta jarum suntik yang terinfeksi bernilai nol.

Adapun titik keseimbangan endemik dari model diekspresikan sebagai $END = (S^*, E^*, I^*, A^*, J_s^*, J_i^*)$ dengan,

$$S^* = \frac{(\rho\mu + \rho\beta + \rho\alpha + p_h\alpha)B}{\alpha(p_h\mu + p_hfp_j - \rho\beta + \rho\omega fp_j)}$$

$$E^* = \frac{(B(-\rho\mu^2 - \rho\mu\beta - \rho\alpha\mu - \rho\alpha\beta + \rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j))}{((p_h\mu^2 + p_hfp_j\mu + \mu p_h\alpha - \rho\mu\beta + \rho\omega fp_j\mu + \rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_n\alpha\beta)\alpha)}$$

$$I^* = \frac{B(-\rho\mu^2 - \rho\mu\beta - \rho\alpha\mu + \rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j - \rho\alpha\beta)}{p_h\mu^3 + a_1\mu^2 + a_2\mu + \rho\omega f\alpha p_j\beta - \rho\alpha\beta^2 + p_h f\alpha p_j\beta}$$

$$A^* = \frac{\beta B(-\rho\mu^2 - \rho\mu\beta - \rho\alpha\mu + \rho\omega f\alpha p_n + p_h f\alpha p_j - \rho\alpha\beta)}{(p_h\mu^3 + a_1\mu^2 + a_2\mu + \rho\omega f\alpha p_j\beta - \alpha\beta^2 + p_h f\alpha p_j\beta)(\mu + \gamma)}$$

$$J_s^* = \frac{(B(p_h\mu^2 + a_3\mu + a_4)\rho^2(\mu^2 + (\alpha + fp_j + \beta)\mu + \alpha fp_j + \alpha\beta - \omega f\alpha p_j + p_j f\beta))}{(\mu + \gamma)(\mu + \beta)a_5\theta p_j(\rho\mu + \rho\alpha + \rho\beta + p_h\alpha)}$$

$$J_i^* = \frac{(B(p_h\mu^2 + a_3\mu + a_4)\rho(-\rho\mu^2 + (-\rho\alpha - \rho\beta)\mu + \rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j - \rho\alpha\beta))}{((\mu^3\rho + a_6\mu^2 + a_7\mu + a_8)p_j\theta a_5)}$$

Dimana,

$$a_1 = p_h f p_j + p_h \alpha - \rho \beta + p_h \beta + \rho \omega f p_j$$

$$a_2 = \rho \omega f \alpha p_j + p_h \alpha \beta + p_h f \alpha p_j - \rho \alpha \beta + p_h f p_j \beta + \rho \omega f p_j \beta - \rho \beta^2$$

$$a_3 = \rho \omega f p_j + p_h f p_j + p_h \beta + p_h \alpha$$

$$a_4 = p_h f \alpha p_j + \rho \omega f p_j \beta + \rho \omega f \alpha p_j + p_h f p_j \beta + p_h \alpha \beta$$

$$a_5 = p_h \mu + p_h f p_j - \rho \beta + \rho \omega f p_j$$

$$a_6 = 2\rho\alpha + 2\rho\beta + p_h\alpha$$

$$a_7 = p_h\alpha\beta + 3\rho\alpha\beta + \rho\beta^2 + \alpha^2\rho + p_h\alpha^2$$

$$a_8 = p_h\alpha^2\beta + \rho\alpha\beta^2 + \alpha^2\rho\beta$$

Eksistensi titik kesetimbangan endemik terpenuhi ketika populasi pengguna narkoba *susceptible, exposed, infected* dan AIDS serta populasi jarum suntik *susceptible* dan *infected* bernilai positif.

Dengan demikian,

$$-\rho\mu^2 - \rho\mu\beta - \rho\alpha\mu + \rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j - \rho\alpha\beta > 0$$

$$\rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j > \rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta$$

$$\frac{\rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta} > 1$$

Sehingga eksistensi titik kesetimbangan endemik terpenuhi ketika $R_0 > 1$ dengan,

$$R_0 = \frac{\rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta}$$

3.3. Analisis Besaran Ambang Batas atau *Basic Reproduction Ratio*

Basic Reproductive Ratio biasanya dinotasikan sebagai R_0 menurut Diekmann (2009) diperoleh dengan cara membangun sebuah matriks yang disebut sebagai *Next Generation Matriks* (NGM). R_0 mempunyai nilai ambang batas 1, artinya jika $R_0 > 1$ maka akan terjadi endemik yang ditandai dengan meningkatnya populasi yang terinfeksi. Namun jika $R_0 < 1$ maka tidak terjadi endemik. *Next Generation Matrix* dari model dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$NGM = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{p_j}{\rho} \\ \frac{\alpha}{\mu + \alpha} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho\omega f + p_h f}{\mu + \beta} & 0 \end{pmatrix}$$

Polinom karakteristik untuk menemukan R_0 dari NGM dapat ditulis sebagai berikut:

$$F(\lambda) = \lambda^3(\mu + \alpha)\rho(\mu + \beta) - \alpha p_j f(\rho\omega + p_h)$$

Dengan demikian diperoleh R_0 sebagai nilai eigen terbesar dari polinom karakteristik matriks NGM yaitu

$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{\alpha p_j f(\rho\omega + p_h)}{(\mu + \alpha)\rho(\mu + \beta)}} = \sqrt[3]{\frac{\rho\omega f \alpha p_j + p_h f \alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta}}$$

3.4. Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan

Kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dapat ditentukan berdasarkan nilai karakteristik dari matriks Jacobi sistem. Pelinearan model disekitar titik kesetimbangan bebas penyakit.

$$DFE = (S, E, I, A, J_s, J_i) = (S, 0, 0, 0, J_s, 0) = \left(\frac{B}{\mu}, 0, 0, 0, \frac{\rho f B}{\mu\theta}, 0\right)$$

Menghasilkan matriks Jacobi:

$$Jac = \begin{pmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{p_j\theta}{\rho} \\ 0 & -\mu - \alpha & 0 & 0 & 0 & \frac{p_j\theta}{\rho} \\ 0 & \alpha & -\mu - \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta & -\mu - \gamma & 0 & 0 \\ \rho f & \rho f & \rho f - \rho\omega f - p_h f & 0 & -\theta & 0 \\ 0 & 0 & \rho\omega f + p_h f & 0 & 0 & -\theta \end{pmatrix}$$

Nilai karakteristik dari matriks Jacobi diatas adalah:

$$\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -\theta \text{ dan } \lambda_3 = -(\mu + \gamma)$$

sedangkan $\lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ merupakan akar-akar dari persamaan berikut,

$$\lambda^3 \rho + \rho b_1 \lambda^2 + \rho b_2 \lambda - \theta b_3$$

Dimana,

$$b_1 = \theta + 2\mu + \alpha + \beta$$

$$b_2 = 2\theta\mu + \mu^2 + \theta\alpha + \theta\beta + \beta\mu + \alpha\mu + \alpha\beta$$

$$b_3 = -\rho\mu^2 - \rho\mu\beta - \rho\alpha\mu + \rho\omega f\alpha p_j \theta\alpha + p_h f\alpha \theta p_j - \rho\alpha\beta$$

Titik kesetimbangan bebas penyakit akan bersifat stabil jika semua akar dari polinom karakteristik dari matriks Jacobi bernilai negatif. Dari polinom tersebut dapat diketahui bahwa syarat agar titik kesetimbangan ini stabil adalah $b_3 < 0$,

$$b_3 = -\rho\mu^2 - \rho\mu\beta - \rho\alpha\mu + \rho\omega f\alpha p_j \alpha + p_h f\alpha p_j - \rho\alpha\beta < 0$$

$$\rho\omega f\alpha p_j \alpha + p_h f\alpha p_j < \rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta$$

$$\frac{\rho\omega f\alpha p_j \alpha + p_h f\alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta} < 1$$

Sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil ketika $R_0 < 1$, dengan,

$$R_0 = \frac{\rho\omega f\alpha p_j \alpha + p_h f\alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta}$$

3.5. Simulasi Numerik dan Analisis Sensitivitas

Untuk keperluan simulasi diasumsikan nilai-nilai parameter sebagai berikut:

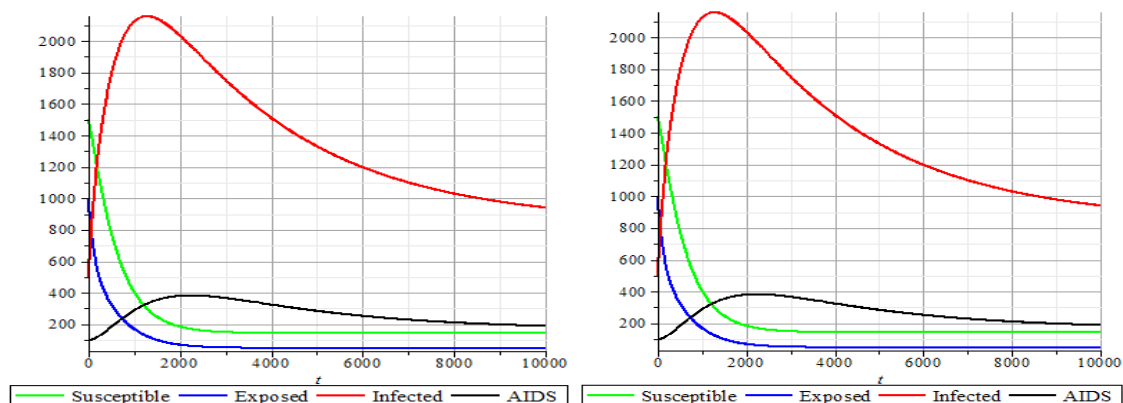
Tabel 1. Parameter dan nilai Simulasi

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
B	0,29397	f	2
μ	$4,2145 \times 10^{-4}$	p_j	0,001
α	$5,4795 \times 10^{-2}$	p_h	0,65
β	$2,7397 \times 10^{-3}$	ρ	0,15
θ	0,33333	ω	0,75
γ	$1,3699 \times 10^{-2}$		

Adapun populasi awal dari tiap kompartemen dipilih nilai-nilai yang secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S(0) = 1500, E(0) = 1000, I = 500, A(0) = 100, J_s(0) = 500, J_i(0) = 100.$$

Hasil dari simulasi numerik terlihat pada gambar 2 berikut:

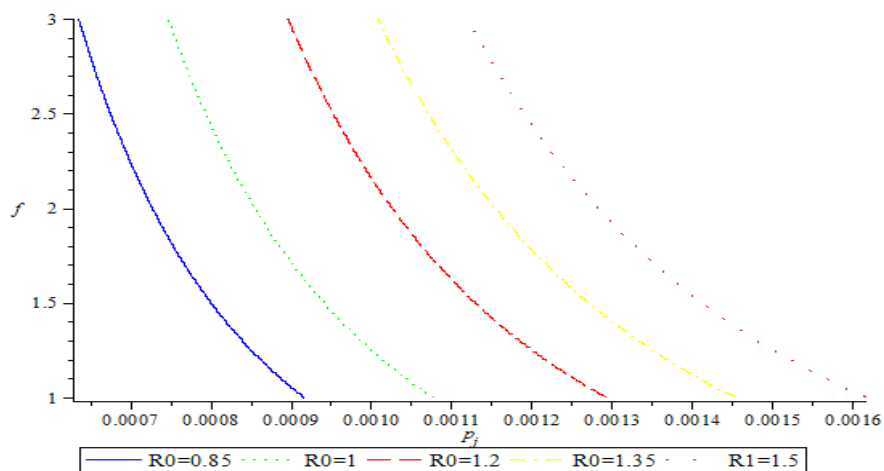


Gambar 2 (a)

Gambar 2 (b)

Hasil simulasi ini menggambarkan dinamika setiap populasi baik pada populasi pengguna narkoba maupun populasi jarum suntik. Pada gambar 2(a) menunjukkan bahwa populasi pengguna narkoba susceptible dan exposed mengalami penurunan sedangkan pada populasi pengguna narkoba infected dan AIDS mengalami peningkatan hingga mencapai puncaknya kemudian menurun dan pada jangka waktu yang cukup lama populasinya akan stabil pada jumlah tertentu. Begitupun pada populasi jarum suntik, pada gambar 2(b) memperlihatkan bahwa populasi jarum suntik susceptible mengalami penurunan sedangkan populasi jarum suntik infected mengalami peningkatan hingga pada titik tertentu jumlahnya menurun kemudian stabil. Jika disubstitusi nilai-nilai parameter yang digunakan pada simulasi ini maka akan diperoleh nilai $R_0 = 3,171990416 > 1$ sehingga terjadi endemik yang ditandai dengan meningkatnya populasi yang terinfeksi.

Analisis sensitivitas dilakukan untuk melihat parameter-parameter mana yang paling berpengaruh terhadap nilai *Basic Reproduction Ratio* atau R_0 . Dari hasil analisis sensitivitas diperoleh parameter yang cukup berpengaruh terhadap nilai R_0 adalah parameter p_j dan f . Hasil analisis sensitivitas ditunjukkan pada gambar 3 berikut ini.



Gambar 3. Analisis Sensitivitas

Dari gambar 3 dapat dilihat bahwa semakin besar nilai parameter p_j dan f maka nilai R_0 juga menjadi semakin besar. Artinya semakin besar frekuensi menyuntik yang dilakukan pengguna narkoba dan semakin besar peluang sukses infeksi dari jarum terinfeksi ke pengguna narkoba susceptible maka akan meningkatkan nilai R_0 sehingga ketika $R_0 > 1$ endemik akan terjadi.

4. SIMPULAN

Adapun kesimpulan dari hasil penelitian ini adalah:

1. Model matematika penyebaran HIV/AIDS pada pengguna narkoba melalui jarum suntik adalah:

$$\frac{dS}{dt} = B - fp_j \left(\frac{J_i}{J_s + J_i} \right) S - \mu S.$$

$$\frac{dE}{dt} = fp_j \left(\frac{J_i}{J_s + J_i} \right) S - (\mu + \alpha) E.$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - (\mu + \beta) I$$

$$\frac{dA}{dt} = \beta I - (\mu + \gamma) A.$$

$$\frac{dJ_s}{dt} = \rho f(S + E + I) - fp_h I \left(\frac{J_s}{J_s + J_i} \right) - \theta J_s - \omega \rho f I.$$

$$\frac{dJ_i}{dt} = \omega \rho f I + fp_h I \left(\frac{J_s}{J_s + J_i} \right) - \theta J_i.$$

2. Diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $DFE = \left(S = \frac{B}{\mu}, 0, 0, 0, J_s = \frac{\rho f B}{\mu \theta}, 0 \right)$ dan titik kesetimbangan endemik adalah sebagai berikut:

$$S^* = \frac{(\rho \mu + \rho \beta + \rho \alpha + p_h \alpha) B}{\alpha (p_h \mu + p_h f p_j - \rho \beta + \rho \omega f p_j)}$$

$$E^* = \frac{(B(-\rho \mu^2 - \rho \mu \beta - \rho \alpha \mu - \rho \alpha \beta + \rho \omega f \alpha p_j + p_h f \alpha p_j))}{((p_h \mu^2 + p_h f p_j \mu + \mu p_h \alpha - \rho \mu \beta + \rho \omega f p_j \mu + \rho \omega f \alpha p_j + p_h f \alpha p_n \alpha \beta) \alpha)}$$

$$I^* = \frac{B(-\rho \mu^2 - \rho \mu \beta - \rho \alpha \mu + \rho \omega f \alpha p_j + p_h f \alpha p_j - \rho \alpha \beta)}{p_h \mu^3 + a_1 \mu^2 + a_2 \mu + \rho \omega f \alpha p_j \beta - \rho \alpha \beta^2 + p_h f \alpha p_j \beta}$$

$$A^* = \frac{\beta B(-\rho \mu^2 - \rho \mu \beta - \rho \alpha \mu + \rho \omega f \alpha p_n + p_h f \alpha p_j - \rho \alpha \beta)}{(p_h \mu^3 + a_1 \mu^2 + a_2 \mu + \rho \omega f \alpha p_j \beta - \alpha \beta^2 + p_h f \alpha p_j \beta)(\mu + \gamma)}$$

$$J_s^* = \frac{(B(p_h \mu^2 + a_3 \mu + a_4) \rho^2 (\mu^2 + (\alpha + f p_j + \beta) \mu + \alpha f p_j + \alpha \beta - \omega f \alpha p_j + p_j f \beta))}{(\mu + \gamma)(\mu + \beta) a_5 \theta p_j (\rho \mu + \rho \alpha + \rho \beta + p_h \alpha)}$$

$$J_i^* = \frac{(B(p_h\mu^2 + a_3\mu + a_4)\rho(-\rho\mu^2 + (-\rho\alpha - \rho\beta)\mu + \rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j - \rho\alpha\beta))}{((\mu^3\rho + a_6\mu^2 + a_7\mu + a_8)p_j\theta a_5)}$$

Dimana,

$$a_1 = p_h f p_j + p_h \alpha - \rho \beta + p_h \beta + \rho \omega f p_j$$

$$a_2 = \rho \omega f \alpha p_j + p_h \alpha \beta + p_h f \alpha p_j - \rho \alpha \beta + p_h f p_j \beta + \rho \omega f p_j \beta - \rho \beta^2$$

$$a_3 = \rho \omega f p_j + p_h f p_j + p_h \beta + p_h \alpha$$

$$a_4 = p_h f \alpha p_j + \rho \omega f p_j \beta + \rho \omega f \alpha p_j + p_h f p_j \beta + p_h \alpha \beta$$

$$a_5 = p_h \mu + p_h f p_j - \rho \beta + \rho \omega f p_j$$

$$a_6 = 2\rho\alpha + 2\rho\beta + p_h\alpha$$

$$a_7 = p_h\alpha\beta + 3\rho\alpha\beta + \rho\beta^2 + \alpha^2\rho + p_h\alpha^2$$

$$a_8 = p_h\alpha^2\beta + \rho\alpha\beta^2 + \alpha^2\rho\beta$$

Eksistensi titik kesetimbangan endemik terpenuhi ketika,

$$\frac{\rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta} > 1$$

3. Diperoleh nilai *Basic Reproductive Ratio* (R_0) yang dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{\alpha p_j f (\rho\omega + p_h)}{(\mu + \alpha)\rho(\mu + \beta)}} = \sqrt[3]{\frac{\rho\omega f\alpha p_j + p_h f\alpha p_j}{\rho\mu^2 + \rho\mu\beta + \rho\alpha\mu + \rho\alpha\beta}}$$

4. Dari hasil simulasi numerik diperoleh dinamika laju perubahan tiap populasi pada model sedangkan dari hasil analisis numerik diperoleh bahwa parameter yang cukup berpengaruh terhadap nilai R_0 adalah parameter p_j dan f . Semakin besar frekuensi menyuntik yang dilakukan pengguna narkoba dan semakin besar peluang infeksi dari jarum terinfeksi ke pengguna narkoba susceptible maka akan meningkatkan nilai R_0 sehingga ketika $R_0 > 1$ endemik akan terjadi

5. DAFTAR PUSTAKA

Departemen Kesehatan RI., *Departemen Kesehatan Republik Indonesia*,
<http://www.depkes.go.id/>, diakses 30 Oktober 2019.

- Diekmann O., Heesterbeek J.A.P., Roberts M.G. 2009. *The Construction of Next Generation Matrix For Compartmental Epidemics Models*. Journal of The Royal Society Interface, 7:873-885.
- Pusat Data dan Informasi Kementerian Kesehatan RI (InfoDATIN). 2014. Situasi dan Analisis HIV AIDS.
- Ram Naresh, Agraj Tripathi, Dileep Sharma. 2011. *A nonlinear AIDS epidemic model with screening and time delay*. Applied Mathematics and Computation 217(9): 4416-4426.
- Setiawaty dkk. 2013. *Analisis Kestabilan Pada Model Penyebaran Hiv/AIDS Di Kota Palu*. Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan Vol.10 No.1 Hal 74-82.
- Triska dan Gusriani. 2016. *Analisis angka reproduksi dasar model matematika penyebaran HIV melalui jarum suntik pada populasi pengguna narkoba*. Jurnal Matematika Integratif. Vol.12 No.1 hal 59-66

POLA GRAF PADA ARUS LALU LINTAS PEREMPATAN SRENGSENG KEMBANGAN JAKARTA BARAT

Choirul Basir

Program Studi Matematika, Universitas Pamulang
*Corresponding Author Email: dosen02278@unpam.ac.id

ABSTRACT

Everyday problems can be translated into mathematical language so as to produce a picture of an accurate and well-visualized solution. The regulation of highway traffic flow can also be described in graphs so that an optimal solution is obtained from traffic problems that actually have complex problems. But at least, when the traffic flow is visualized in the form of graphs it will be easier to find a solution. As happened in the flow of traffic at the Srengseng Kembangan crossroad, West Jakarta, which is included in an area with quite a level of congestion because it is the main road connecting the suburbs of Jakarta with Jakarta, connecting West Jakarta with South Jakarta and Central Jakarta. After the graph pattern of the Srengseng intersection is made, then a traffic flow observation is carried out in order to get the knot coloring model to produce chromatic numbers $\chi(G)=4$ and side coloring results in chromatic numbers $\chi(G)=4$ as well to further optimize traffic flow to make it more smoothly.

Keywords: *Graph, Graph Theory Application, Traffic.*

ABSTRAK

Permasalahan sehari-hari dapat diterjemahkan kedalam bahasa matematika sehingga menghasilkan gambaran solusi yang akurat dan tervisualisasi dengan baik. Pengaturan arus lalu lintas jalan raya juga dapat digambarkan dalam bentuk graf sehingga didapatkan solusi optimal dari permasalahan lalu lintas yang sebenarnya memiliki masalah yang kompleks. Tapi paling tidak, ketika arus lalu lintas tervisualisasikan dalam bentuk graf maka akan lebih mudah mencari solusinya. Seperti yang terjadi pada arus lalu lintas di perempatan Srengseng Kembangan Jakarta Barat yang termasuk wilayah dengan tingkat kemacetan lumayan karena merupakan jalan utama yang menghubungkan wilayah pinggiran Jakarta dengan Jakarta, menghubungkan Jakarta Barat dengan Jakarta Selatan dan Jakarta Pusat. Setelah pola graf dari perempatan Srengseng dibuat, selanjutnya dilakukan pengamatan arus lalu lintas sehingga didapatkan model pewarnaan simpul nya menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G)=4$ serta pewarnaan sisinya menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G)=4$ juga untuk lebih mengoptimalkan arus lalu lintas agar lebih lancar.

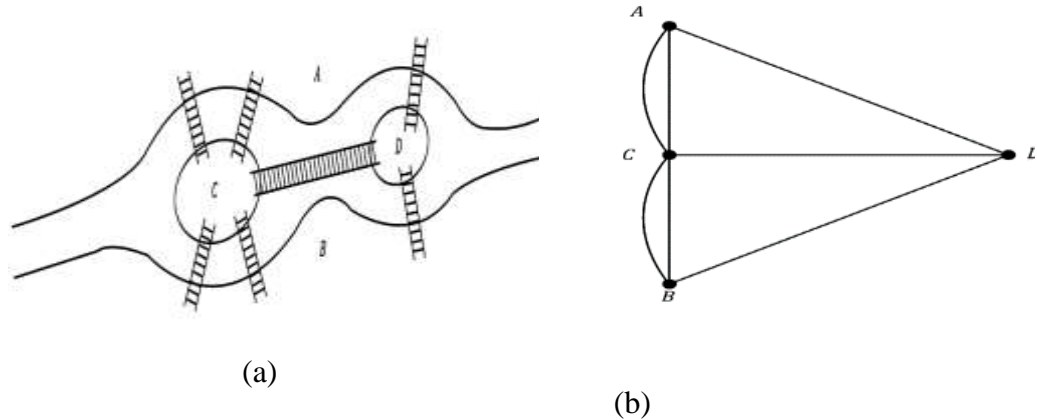
Kata kunci: *Graf, Aplikasi Teori Graf, Lalu lintas.*

1. PENDAHULUAN

Awal mula penggunaan graf pada masalah jembatan Konigsberg di kota Kaliningrad Rusia di tahun 1736, ada tujuh jembatan yang menghubungkan daratan tersebut. Masalah jembatan Konigsberg adalah apakah mungkin melewati masing-masing ketujuh jembatan tersebut tepat sekali dengan syarat harus kembali ketitik awalnya?

Pada tahun 1736 juga ada seorang matematikawan Swiss bernama L. Euler yang dapat

memecahkan permasalahan tersebut dengan sederhana. Euler memodelkan masalah jembatan Konigsberg dalam model graf dimana daratan disimbolkan dengan simpul (*vertex*) yang ditandai dengan abjad A, B, C, D sedang jembatan disimbolkan dengan sisi (*edges*) seperti terlihat pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 (a) Ilustrasi jembatan Konigsberg
 (b) Model permasalahan Jembatan Konigsberg menurut Euler

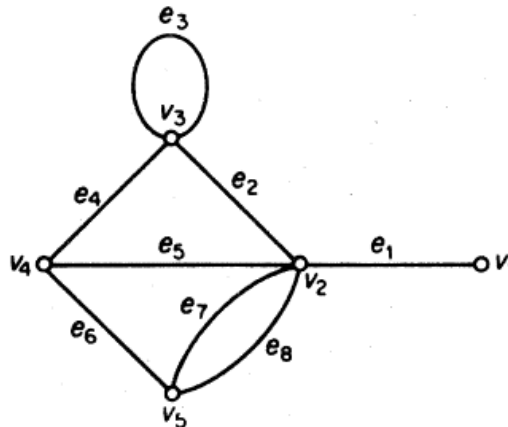
Akhirnya Euler mengambil kesimpulan bahwa mustahil orang dapat melalui tepat sekali ketujuh jembatan untuk kembali ke titik awal pemberangkatan.

Definisi 1:

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V,E) , ditulis dengan ditulis dengan notasi $G = (V,E)$, dengan V adalah himpunan tak kosong dari simpul-simpul (*vertex*) dan E adalah himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul (Rinaldi Munir, 2016).

Definisi 1 mengatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada. Secara umum dapat dituliskan sebagai:

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \text{ dan } E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}.$$



Gambar 1.2 contoh graf

Pada Gambar 1.2 didapatkan sisi ganda pada sisi yang menghubungkan v_2 dan v_5 yaitu e_7 dan e_8 , sedang *looping* terjadi pada simpul v_3 yaitu pada sisi e_3 .

Unsur-Unsur Graf

- Simpul (*Vertex*) adalah daratan (titik - titik yg dihubungkan oleh jembatan), yang dinyatakan sebagai titik (noktah).
- Sisi (*Edge*) adalah jembatan yang dinyatakan sebagai garis.

Komponen Graf

- **Alur** adalah setiap lintasan yang semua titik simpul berbeda satu sama lain kecuali titik awal dan titik akhirnya.
- **Panjang** adalah banyak sisi / lintasan yang ditempuh.
- **Derajat (*Degree*)** adalah jumlah sisi (*edge*) yang menuju satu titik simpul.
- **Titik terasing** adalah titik yang tidak memiliki garis penghubung / jalan.
- **Jalan tapak** adalah suatu lintasan yang tidak memiliki dua sisi yang sama.
- **Ketetanggan (*Adjacent*)** adalah dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung.
- **Simpul terpencil** adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.
- **Graf Kosong** adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong (N_n).
- **Siklus atau sirkuit** adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
- **Panjang sirkuit** adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut.

- **Terhubung (*Connected*)** adalah dua buah simpul v_1 dan simpul v_2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 .

Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung (graf tidak berarah dari G diperoleh dengan cara menghilangkan arahnya). Dua simpul, u dan v , pada graf berarah G disebut terhubung kuat (*strongly connected*) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u . Jika u dan v tidak terhubung kuat tetapi terhubung pada graf tidak berarahnya, maka u dan v dikatakan terhubung lemah (*weakly connected*). Graf berarah G disebut graf terhubung kuat (*strongly connected graph*) apabila untuk setiap pasang simpul sembarang u dan v di G , terhubung kuat. Kalau tidak, G disebut graf terhubung lemah.

- **Upagraf dan Komplemen Upagraf** Komplemen dari upagraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2, E_2)$ sedemikian sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E_2 bersisian dengannya. Komponen graf (*connected component*) adalah jumlah maksimum upagraf terhubung dalam graf G .
- **Cut Set** adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, *cut-set* selalu menghasilkan dua buah komponen.
- **Graf berbobot** adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

Pewarnaan Graf

Dalam pewarnaan graf bukan hanya mewarnai simpul atau sisi atau wilayah dengan warna yang berbeda dengan simpul atau sisi atau wilayah tetangganya, namun diharapkan warna tersebut merupakan jumlah minimum warna yang dimungkinkan.

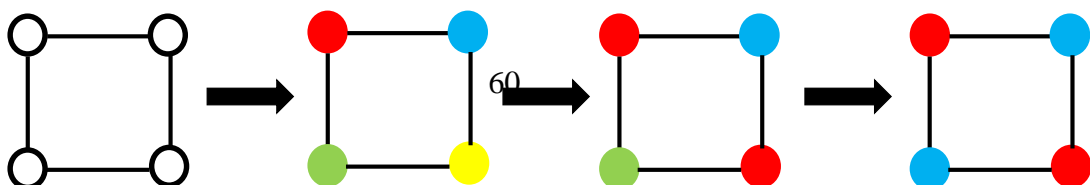
Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul atau sisi atau wilayah disebut Bilangan Kromatik dari graf biasanya dilambangkan dengan $\chi(G)$.

Pewarnaan graf meliputi 3 jenis, yaitu:

1. Pewarnaan Simpul (*vertex*)

Perwarna simpul merupakan pewarnaan yang memberikan warna yang berbeda untuk simpul yang bertetangga.

Sebagai contoh:

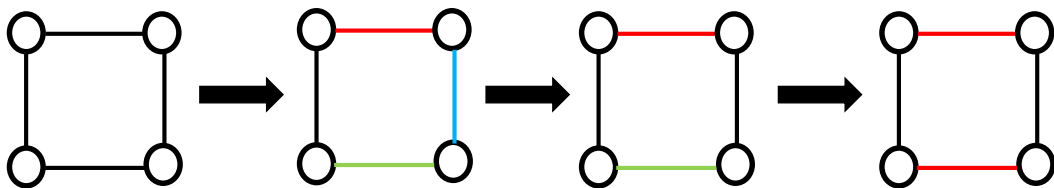


Gambar 1.3 Pewarnaan simpul

Jadi dari contoh di atas terdapat bilangan kromatik $\chi(G) = 2$.

2. Pewarnaan Sisi (*edge*)

Pewarnaan sisi merupakan pewarnaan yang memberikan warna yang berbeda untuk sisi yang bertetanggaan. Sebagai contoh:



Gambar 1.4 Pewarnaan sisi

Jadi dari contoh di atas terdapat bilangan kromatik $\chi(G) = 2$.

Bilangan kromatik $\chi(G)$ pada pewarnaan sisi graf dapat dituliskan:

$$c(v) \leq d(v)$$

dengan $c(v)$ merupakan pewarnaan sisi dan $d(v)$ merupakan derajat (*degree*) dari simpulnya. (John Adrian Bondy dan Murty, 1982)

3. Pewarnaan Wilayah (*region*)

Pewarnaan sisi merupakan pewarnaan yang memberikan warna yang berbeda untuk wilayah yang bertetanggaan. Sebagai contoh:



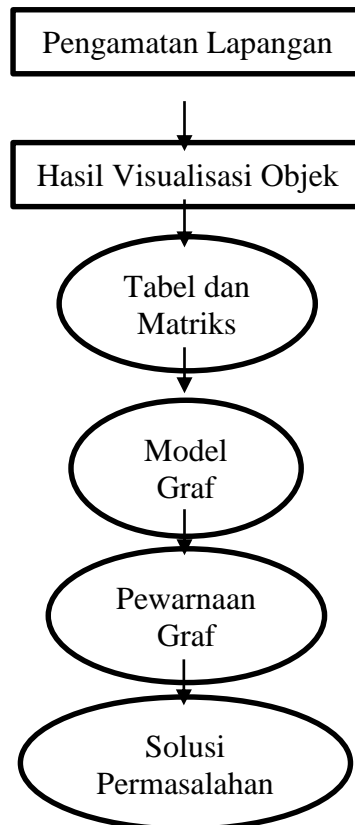
Gambar 1.5 Pewarnaan wilayah

Jadi dari contoh di atas terdapat bilangan kromatik $\chi(G) = 3$.

2. METODOLOGI

Bilangan kromatik merupakan salah satu bahasan pada teori graf yang dapat digunakan untuk melihat antar simpul (*vertex*) tidak terjadi warna yang sama ketika simpul tersebut

terhubung (*connected*). Untuk permasalahan pada lalu lintas maka bilangan kromatik ini dapat membantu untuk melihat terjadinya arus lalu lintas yang akan mengalami berbentrokan sehingga dapat membantu menyelesaikan masalah lalulintas secara efektif dan efisien. Beberapa langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

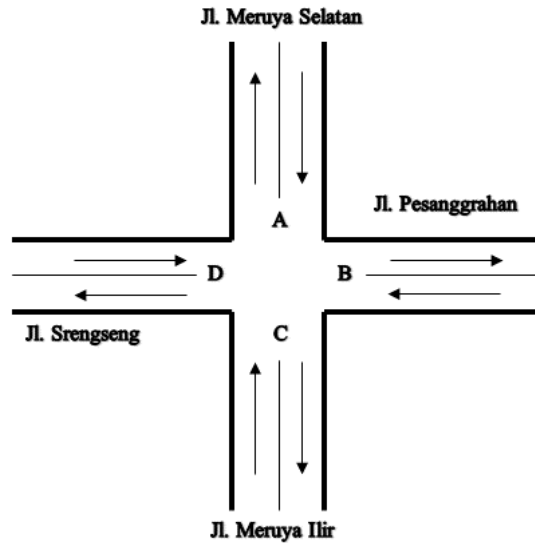


Gambar 2.1 Alur penyelesaian masalah

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Data Penelitian

Berikut merupakan gambaran alur lalu lintas di perempatan Srengseng Kembangan Jakarta Barat:



Gambar 3.1 Perempatan Srengseng Kembangan Jakarta Barat

dari Gambar 3.1 didapatkan bawah terdapat jalur dari A ke B, A ke C, A ke D, B ke A, B ke C, B ke D, C ke A, C ke B, C ke D, D ke A, D ke B, dan D ke C.

Jalur tersebut dapat dituliskan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 3.1 Nilai Alur Lalu Lintas Perempatan Srengseng

Jalur	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	1	0	1	1
C	1	1	0	1
D	1	1	1	0

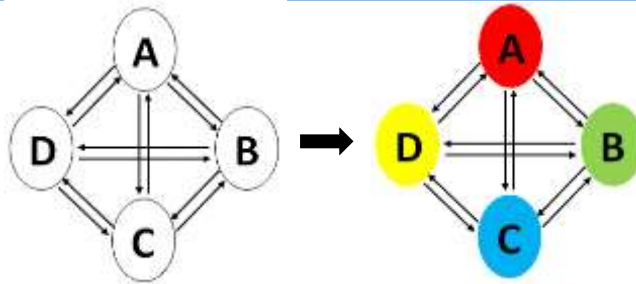
Jika dituliskan dalam bentuk matriks alur lalu lintas perempatan Srengseng sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks di atas menggambarkan ada tidaknya arah menuju ke jalur tersebut sesuai dengan Tabel 3.1.

3.2. Pembahasan

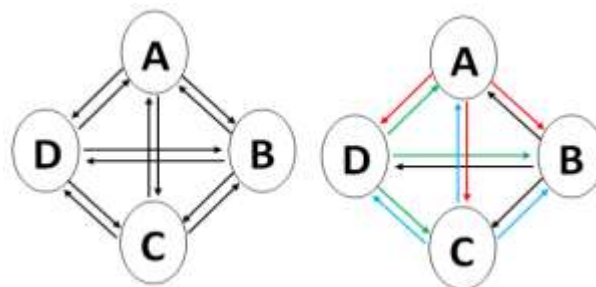
Jika dilakukan pewarnaan simpul (*vertex*) pada arus lalu lintas perempatan Srengseng Kembangan Jakarta Barat tersebut graf di atas menjadi:



Gambar 3.1 Proses pewarnaan simpul (*vertex*)

Setiap simpul (*vertex*) terhubung dengan simpul (*vertex*) yang lain sehingga menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G)$ sejumlah simpul (*vertex*). Perempatan Srengseng jika digambarkan secara graf memperlihatkan terdiri dari 4 buah simpul (*vertex*) dan 12 sisi (*edge*) yang menghubungkan. Setiap simpul saling terhubung dengan rincian masing-masing simpul (*vertex*) 3 *in* dan 3 *out*, maka bilangan kromatik $\chi(G)$ adalah 4 sehingga terlihat menghasilkan 4 warna yang berbeda.

Jika dilakukan pewarnaan sisi (*edge*) pada arus lalu lintas perempatan Srengseng Kembangan Jakarta Barat menghasilkan pola graf berikut:



Gambar 3.2 Proses pewarnaan sisi (*edge*)

Sisi-sisi (*edges*) yang menghubungkan simpul (*vertex*) menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G)$ juga yang mempengaruhi arus lalu lintas. Arus lalu lintas akan optimal jika warna nya sama, tetapi jika warna yang berbeda terjadi arus lalu lintas secara bersamaan maka akan ada bentrokan arus lalu lintas. Bilangan kromatik $\chi(G)$ yang dihasilkan dari kasus ini $\chi(G) = 4$.

Meskipun dilakukan skema belok ke kiri jalan terus pun akan didapatkan bilangan kromatik $\chi(G)$ yang sama yaitu 4, tetapi akan menghasilkan beda proses kelancaran arus lalu lintas di bandingkan mengikuti pola pada Gambar 3.2.

4. SIMPULAN DAN SARAN

4.1. Simpulan

Bilangan kromatik $\chi(G)$ pada pewarnaan simpul (*vertex*) yang dihasilkan sejumlah dengan simpulnya jika setiap simpulnya terhubung (*connected*). Untuk kasus perempatan jalan jika setiap ruas jalannya terdapat lajur dua arah maka akan menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G)$ yang lebih dari sama dengan jumlah derajat masuk (d_{in}) atau derajat keluar (d_{out}) nya. Dalam kasus ini menghasilkan bilangan kromatik $\chi(G) = 4$.

Untuk kasus perempatan jalan yang setiap ruasnya terdapat dua lajur berlawanan maka diharapkan diberlakukan belok kiri jalan terus karena jika tidak diberlakukan belok kiri jalan terus akan mengakibatkan lamanya durasi lampu merah pada masing-masing simpul.

4.2. Saran

Dilakukan simulasi untuk segala jenis model perempatan sebagai contoh kasus berikut ini:

1. Perempatan dengan 1 ruas jalan yang terdiri dari lajur bolak balik sedang 3 ruas lainnya hanya lajur searah.
2. Perempatan dengan 2 ruas jalan yang terdiri dari lajur bolak balik sedang 2 ruas lainnya hanya lajur searah.
3. Perempatan dengan 1 ruas jalan yang terdiri dari lajur bolak balik sedang 1 ruas lainnya hanya lajur searah dan lain-lain.

Kasus ini pun masih dapat dikembangkan pada simulasi jika ruas searahnya masuk atau keluar saja atau kombinasi ruas yang searah adalah masuk dan keluar. Jika semua simulasi kemungkinan arus lalu lintas yang mungkin maka akan didapatkan formula yang paling efektif arus lalu lintas untuk model jalan berupa perempatan sehingga menghasilkan jalan yang lancar tanpa harus melebarkan luas jalan.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Munir, Rinardi. 2003. *Metode Diskrit*. Informatika, Bandung.
- Bondy, John Adrian and Murty, U.S.R. 1982. *Graph Theory With Applications*. North Holland, Amsterdam.

OPERASI PENJUMLAHAN EKSPONENSIAL KOMPLEKS FUZZY MENGUNAKAN METODE APROKSIMASI PIRAMIDA

Siti Na'imah^{1*}, Syarif Abdullah², Warli¹, Mu'jizatin Fadiana¹, dan Aswata²

¹Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Ronggolawe, Jl. Manunggal No.
61 Tuban 62381, Indonesia

*Corresponding Author Email: sitinaimah191@yahoo.co.id

²Teknik Mesin, Sultan Ageng Tirtayasa, Jl. Jenderal Sudirman KM. 03
Cilegon, Banten 42435, Indonesia

ABSTRACT

Exponential functions are also known in complex functions that are defined as $f(z) = e^z, z \in \mathbb{C}$, where $z = x + iy$, with x and y are real numbers. In its development, complex analysis is combined with fuzzy algebra. Component real number x and y in complex numbers are replaced by fuzzy numbers, and then called fuzzy complex numbers. The addition operation of complex fuzzy exponential that are defined as $\tilde{Z} = e^{\tilde{a}} + ie^{\tilde{b}}$ where $i^2 = -1$ can be represented by a pyramid graph using the Pyramid Approximate Method. The addition operation of complex fuzzy exponential using Pyramid Approximate Method obtained a general formula in the form of α -cuts is $(\tilde{Z} + \tilde{W})_{\alpha} = \left[[e^{a_1} + e^{c_1} + \alpha(e^{a_2} + e^{c_2} - e^{a_1} - e^{c_1}), e^{a_3} + e^{c_3} - \alpha(e^{a_3} + e^{c_3} - e^{a_2} - e^{c_2})], [e^{b_1} + e^{d_1} + \alpha(e^{b_2} + e^{d_2} - e^{b_1} - e^{d_1}), e^{b_3} + e^{d_3} - \alpha(e^{b_3} + e^{d_3} - e^{b_2} - e^{d_2})] \right]$.

Keywords: Pyramid Approximate Method, Complex Fuzzy Exponent

ABSTRAK

Fungsi eksponensial juga dikenal dalam fungsi kompleks yang didefinisikan sebagai $f(z) = e^z, z \in \mathbb{C}$, dimana $z = x + iy$ dengan x dan y adalah bilangan real. Dalam perkembangannya analisis kompleks dipadukan dengan aljabar *fuzzy*. Bagian real x dan y dalam bilangan kompleks digantikan dengan bilangan *fuzzy*, yang selanjutnya disebut bilangan kompleks *fuzzy*. Operasi penjumlahan eksponensial *fuzzy* kompleks yang didefinisikan sebagai: $\tilde{Z} = e^{\tilde{a}} + ie^{\tilde{b}}$ dengan $i^2 = -1$ dapat direpresentasikan dengan sebuah grafik piramida menggunakan Metode Aproksimasi Piramida. Operasi penjumlahan eksponensial kompleks *fuzzy* menggunakan Metode Aproksimasi Piramida diperoleh rumus umum dalam bentuk potongan- α , $(\tilde{Z} + \tilde{W})_{\alpha} = \left[[e^{a_1} + e^{c_1} + \alpha(e^{a_2} + e^{c_2} - e^{a_1} - e^{c_1}), e^{a_3} + e^{c_3} - \alpha(e^{a_3} + e^{c_3} - e^{a_2} - e^{c_2})], [e^{b_1} + e^{d_1} + \alpha(e^{b_2} + e^{d_2} - e^{b_1} - e^{d_1}), e^{b_3} + e^{d_3} - \alpha(e^{b_3} + e^{d_3} - e^{b_2} - e^{d_2})] \right]$.

Kata kunci: Metode Aproksimasi, Eksponensial *Fuzzy* Kompleks

1. PENDAHULUAN

Fungsi eksponensial juga dikenal dalam fungsi kompleks yang didefinisikan sebagai

$f(z) = e^z, z \in \mathbb{C}$, dimana $z = x + iy$ dengan x dan y adalah bilangan real. Dalam perkembangannya analisis kompleks dipadukan dengan aljabar *fuzzy*. Seperti pada analisis kompleks real, analisis kompleks *fuzzy* juga membahas tentang operasi bilangan kompleks *fuzzy*, konjugat, modulus, dan eksponensial bilangan kompleks *fuzzy*. Umumnya untuk dapat menentukan nilai suatu eksponensial, digunakan metode aproksimasi (hampiran). Sedangkan dalam bilangan kompleks *fuzzy*, dapat direpresentasikan bilangan kompleks *fuzzy* \tilde{Z} dengan sebuah grafik piramida. Hal inilah yang menarik minat peneliti untuk mengetahui operasi penjumlahan eksponensial *fuzzy* kompleks menggunakan Metode Aproksimasi Piramida (*Pyramid Approximate Method*)

Definisi 1:

Diberikan $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3), \tilde{b} = (b_1, b_2, b_3)$ dua bilangan real *fuzzy*. Sebuah bilangan kompleks *fuzzy* didefinisikan sebagai: $\tilde{Z} = \tilde{a} + i\tilde{b}$ dengan $i^2 = -1$. Untuk lebih singkatnya ditulis: $\tilde{Z} = (\tilde{a}, \tilde{b})$, dimana \tilde{a} adalah bagian real *fuzzy* dan \tilde{b} adalah bagian imajiner *fuzzy* (Fares, 2006).

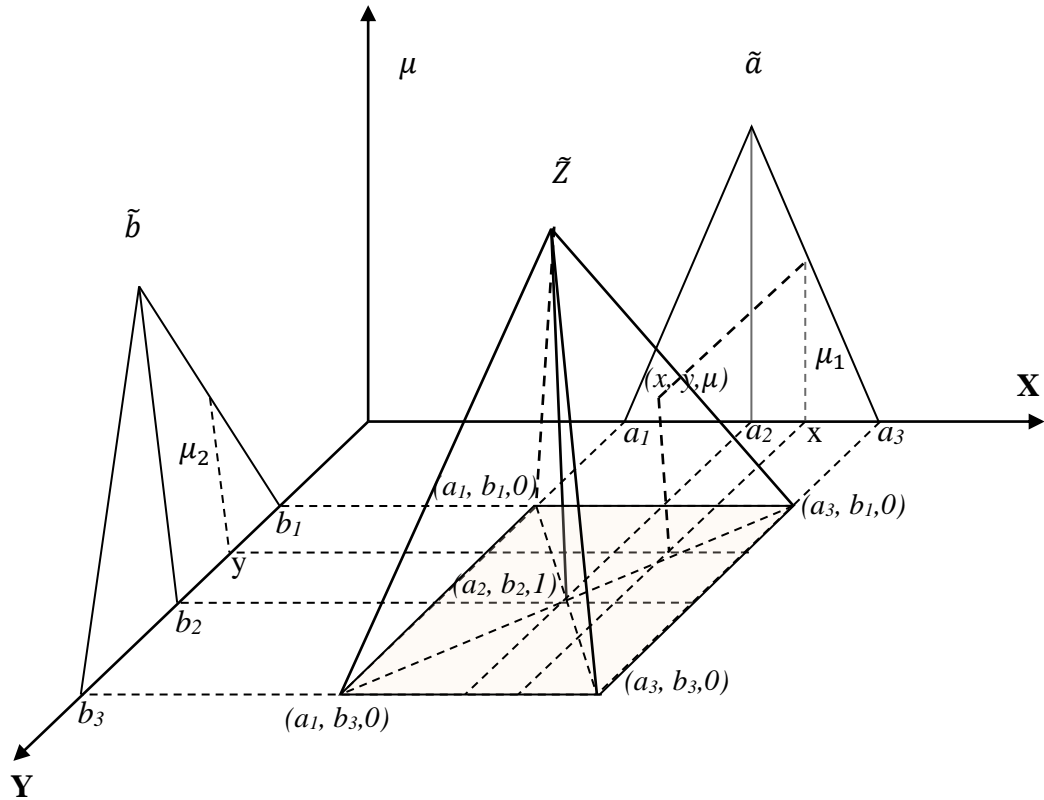
Bilangan \tilde{Z} juga dapat ditulis dalam bentuk $\tilde{Z} = ((a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3))$ atau dalam bentuk potongan- α sebagai berikut:

$$\tilde{Z}_\alpha = [[a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 - \alpha(a_3 - a_2)], [b_1 + \alpha(b_2 - b_1), b_3 - \alpha(b_3 - b_2)]] \tag{1}$$

Untuk setiap bilangan $z = x + iy$, dimana $(z, u) \in \tilde{Z}, (x, u_1) \in \tilde{a}$ dan $(y, u_2) \in \tilde{b}, \mu = \inf(u_1, u_2)$.

Bilangan kompleks *fuzzy* \tilde{Z} dapat direpresentasikan dengan sebuah piramida, yang memiliki domain *fuzzy* $\tilde{a} \times \tilde{b}$, dengan puncaknya berupa titik $(a_2, b_2, 1)$. Sedangkan bagian dasarnya berupa titik $(a_1, b_1, 0), (a_1, b_3, 0), (a_3, b_1, 0), (a_3, b_3, 0)$.

Untuk setiap $z \in \tilde{Z}$, diberikan $z = x + iy, (x, \mu_1) \in \tilde{a}, (y, \mu_2) \in \tilde{b}$, maka dapat didefinisikan $\mu(z) = \min\{\mu_1(x), \mu_2(y)\}$, dimana μ menyatakan fungsi keanggotaan z di \tilde{Z} dan μ_1, μ_2 menyatakan fungsi keanggotaan dari x dan y secara langsung di \tilde{a} dan \tilde{b} yang diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1 Bilangan Kompleks *Fuzzy* \tilde{Z}

$\tilde{Z} = \tilde{a} + i\tilde{b}$ direpresentasikan dengan sebuah piramida, dengan alasnya yaitu domain *fuzzy* $\tilde{a} \times \tilde{b}$ berupa titik $(x + iy, \mu)$, yang mana pada permukaan piramida dapat didefinisikan dalam himpunan titik-titik $\{(a_3, b_1, 0), (a_3, b_3, 0), (a_2, b_2, 1)\}$

Fares (2006) menyatakan operasi penjumlahan dari dua bilangan kompleks *fuzzy* sebagai berikut:

$$\text{Diberikan } \tilde{Z} = (\tilde{x}, \tilde{y}) \text{ dan } \tilde{M} = (\tilde{m}, \tilde{n}) = ((m_1, m_2, m_3), (n_1, n_2, n_3))$$

Atau dalam bentuk potongan- α

$$\tilde{M} = [[m_1 + \alpha(m_2 - m_1), m_3 - \alpha(m_3 - m_2)], [n_1 + \alpha(n_2 - n_1), n_3 - \alpha(n_3 - n_2)]] \quad (2)$$

Maka,

$$\begin{aligned} \tilde{Z} + \tilde{M} &= (\tilde{x}, \tilde{y}) + (\tilde{m}, \tilde{n}) \\ &= ((\tilde{x} + \tilde{m}), (\tilde{y} + \tilde{n})) \\ &= (((x_1, x_2, x_3) + (m_1, m_2, m_3)), ((y_1, y_2, y_3) + (n_1, n_2, n_3))) \\ &= ((x_1 + m_1, x_2 + m_2, x_3 + m_3), (y_1 + n_1, y_2 + n_2, y_3 + n_3)) \end{aligned} \quad (3)$$

Atau dalam bentuk potongan- α

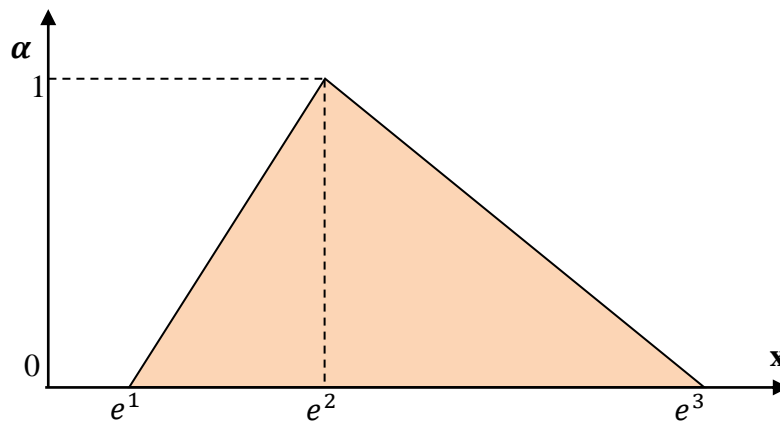
$$\tilde{Z}_\alpha + \tilde{M}_\alpha = \left[[x_1 + m_1 + \alpha(x_2 + m_2 - (x_1 + m_1)), x_3 + m_3 - \alpha(x_3 + m_3 - (x_2 + m_2))], [y + n_1 + \alpha(y_2 + n_2 - (y_1 + n_1)), y_3 + m_3 - \alpha(x_3 + m_3 - (x_2 + m_2))] \right] \quad (4)$$

Fungsi Eksponensial dari Bilangan Real *Fuzzy*

Diberikan $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$ bilangan real *fuzzy*, maka $e^{\tilde{a}} = (e^{a_1}, e^{a_2}, e^{a_3})$ dan $e^{\tilde{a}}$ dapat dinyatakan dalam bentuk $(e^{\tilde{a}})_\alpha$ dan $e^{\tilde{a}\alpha}$.

Contoh 1:

Diberikan $\tilde{a} = (1, 2, 3)$, maka $e^{\tilde{a}} = (e^1, e^2, e^3)$, ditunjukkan pada Gambar 2



Gambar 2. Metode Aproksimasi $x = e^{(1,2,3)} = e^{\tilde{a}}$

Dalam bentuk potongan- α dapat ditulis sebagai:

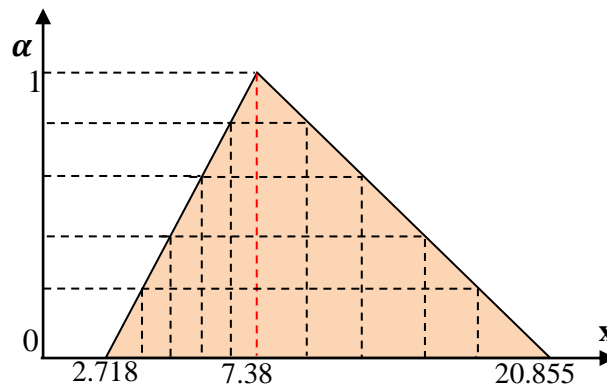
$$(e^{\tilde{a}})_\alpha = [e^1 + \alpha(e^2 - e^1), e^3 - \alpha(e^3 - e^2)]$$

Selanjutnya $(e^{\tilde{a}})_\alpha$ dapat direpresentasikan dalam bentuk gambar dengan menghitung:

Tabel 1. Perhitungan Eksponensial Menggunakan Metode Aproksimasi

α	$e^1 + \alpha(e^2 - e^1)$	$e^3 - \alpha(e^3 - e^2)$
0.0	2.71828	20.08554
0.2	3.65244	17.54624
0.4	4.58659	15.00694
0.6	5.52075	12.46765
0.8	6.45490	9.92835
1.0	7.38906	7.38906

Yang selanjutnya disajikan dalam bentuk gambar berikut:



Gambar 3. Metode Aproksimasi $x_\alpha = (e^{\tilde{a}})_\alpha$

Ekspensial *Fuzzy Kompleks*

Fungsi yang berbentuk $f(z) = e^z, z \in \mathbb{C}$ disebut fungsi eksponen. Fungsi eksponen $f(z) = e^z$ dapat ditulis dalam bentuk

$$f(z) = e^z = e^{x+iy} = e^x \cdot e^{iy}$$

Adapun ekspensial kompleks *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2

Diberikan $\tilde{Z} = (\tilde{x}, \tilde{y})$ bilangan kompleks *fuzzy*, maka $e^{\tilde{Z}} = e^{(\tilde{x}, \tilde{y})} = e^{\tilde{x}} e^{i\tilde{y}} = e^{\tilde{x}} e^{(0, \tilde{y})} = e^{\tilde{x}} (\cos \tilde{y} + i \sin \tilde{y})$.

Sedangkan ekspensial *fuzzy* kompleks didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 3

Diberikan $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3), \tilde{b} = (b_1, b_2, b_3)$ dua bilangan real *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan segitiga, maka $e^{\tilde{a}} = (e^{a_1}, e^{a_2}, e^{a_3})$ dan $e^{\tilde{b}} = (e^{b_1}, e^{b_2}, e^{b_3})$. Sebuah ekspensial *fuzzy* kompleks didefinisikan sebagai: $\tilde{Z} = e^{\tilde{a}} + ie^{\tilde{b}}$ dengan $i^2 = -1$. Untuk lebih singkatnya ditulis: $\tilde{Z} = (e^{\tilde{a}}, e^{\tilde{b}})$, Dimana $e^{\tilde{a}}$ adalah bagian real *fuzzy* dan $e^{\tilde{b}}$ adalah bagian imajiner *fuzzy*.

Ekspensial *fuzzy* kompleks \tilde{Z} juga dapat ditulis dalam bentuk $\tilde{Z} = ((e^{a_1}, e^{a_2}, e^{a_3}), (e^{b_1}, e^{b_2}, e^{b_3}))$ atau dalam bentuk potongan- α sebagai berikut:

$$(\tilde{Z})_\alpha = \left[[e^{a_1} + \alpha(e^{a_2} - e^{a_1}), e^{a_3} - \alpha(e^{a_3} - e^{a_2})], [e^{b_1} + \alpha(e^{b_2} - e^{b_1}), e^{b_3} - \alpha(e^{b_3} - e^{b_2})] \right]$$

$$\tilde{Z}_\alpha = [e^{[a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 - \alpha(a_3 - a_2)]}, e^{[b_1 + \alpha(b_2 - b_1), b_3 - \alpha(b_3 - b_2)]}]$$

2. METODOLOGI

Penelitian ini merupakan sebuah penelitian kepustakaan (*library research*) yaitu melakukan penelitian untuk memperoleh data-data dan informasi menggunakan teknik dokumenter, artinya data-data sumber penelitian dikumpulkan dari dokumen-dokumen, baik yang berupa buku, artikel, jurnal, majalah, maupun karya ilmiah lainnya yang berkaitan dengan topik atau permasalahan yang diteliti. Metode yang digunakan yaitu Metode Aproksimasi Piramida (*Pyramid Approximate Method*).

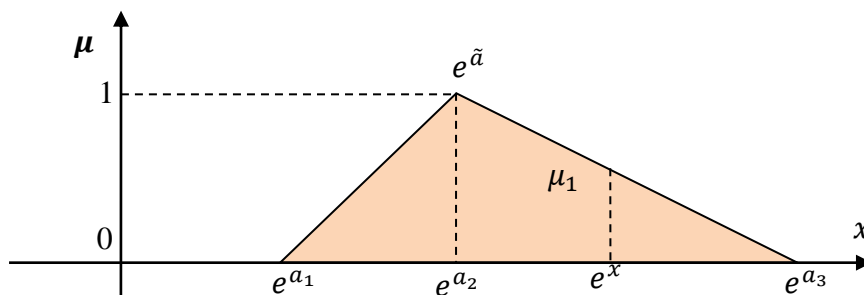
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut akan disajikan pembahasan mengenai operasi penjumlahan eksponensial *fuzzy* kompleks dengan menggunakan metode aproksimasi piramida.

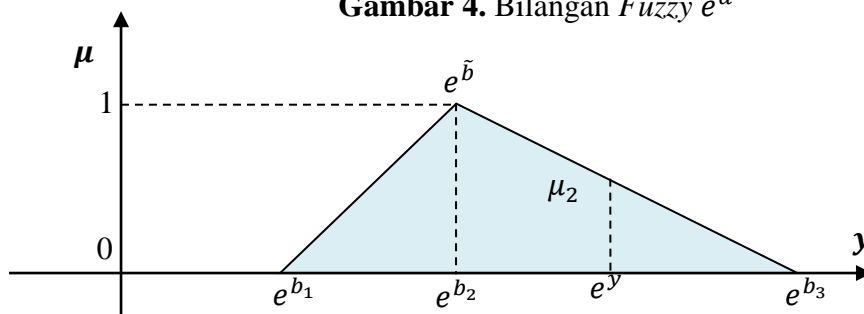
3.1. Penjumlahan Eksponensial *Fuzzy* Kompleks

Misalkan $\tilde{Z} = e^{\tilde{a}} + ie^{\tilde{b}}$, $\tilde{Z} = (e^{\tilde{a}}, e^{\tilde{b}})$ dengan $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3)$ adalah bilangan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan segitiga.

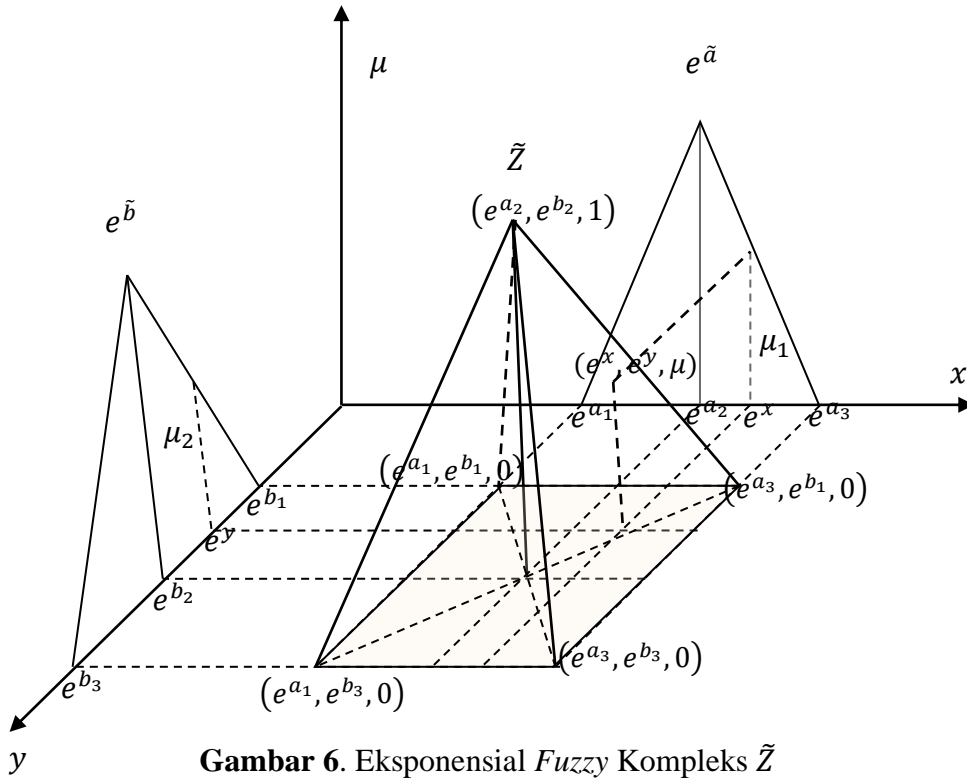
Dengan menggunakan metode Aproksimasi piramida, \tilde{Z} dapat direpresentasikan dalam bentuk gambar sebagai berikut:



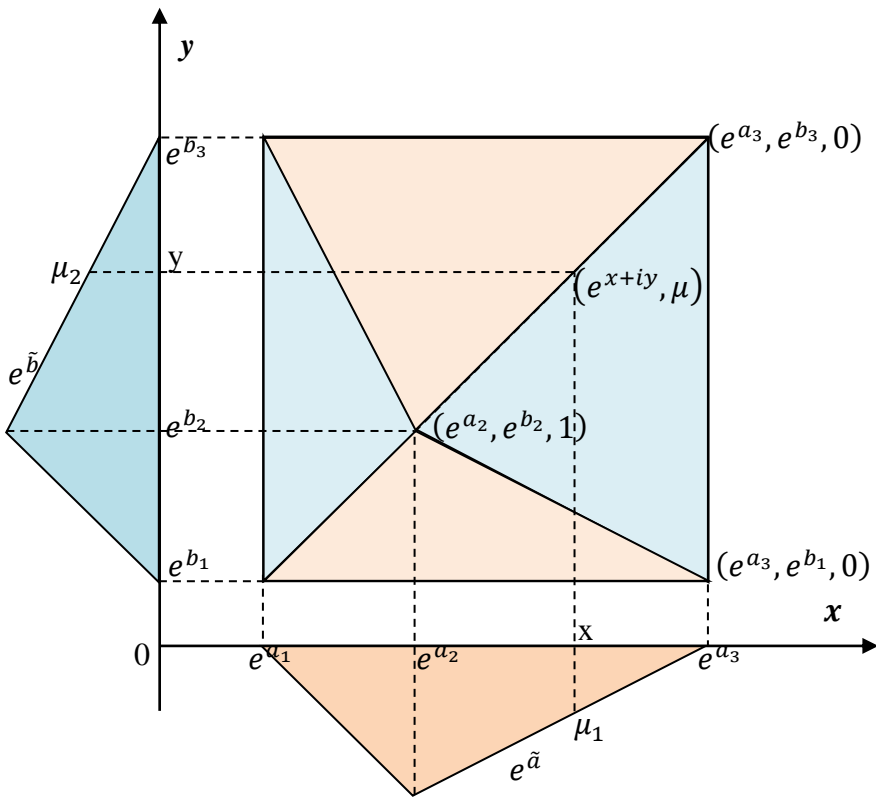
Gambar 4. Bilangan *Fuzzy* $e^{\tilde{a}}$



Gambar 5. Bilangan *Fuzzy* $e^{\tilde{b}}$



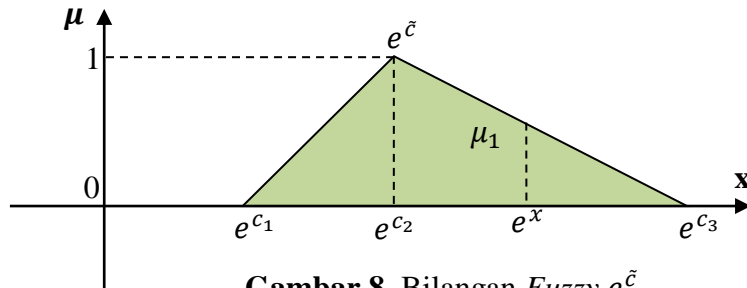
Gambar 6. Ekspensial *Fuzzy Kompleks* \tilde{Z}



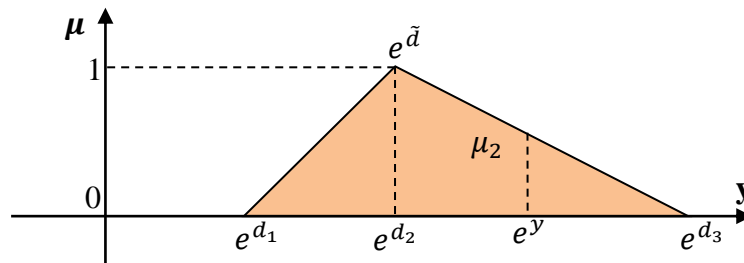
Gambar 7. $e^{\tilde{a}} + i e^{\tilde{b}}$

Misalkan $\tilde{W} = e^{\tilde{c}} + ie^{\tilde{d}}$, $\tilde{W} = (e^{\tilde{c}}, e^{\tilde{d}})$ dengan $\tilde{c} = (c_1, c_2, c_3)$ dan $\tilde{d} = (d_1, d_2, d_3)$ adalah bilangan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan segitiga.

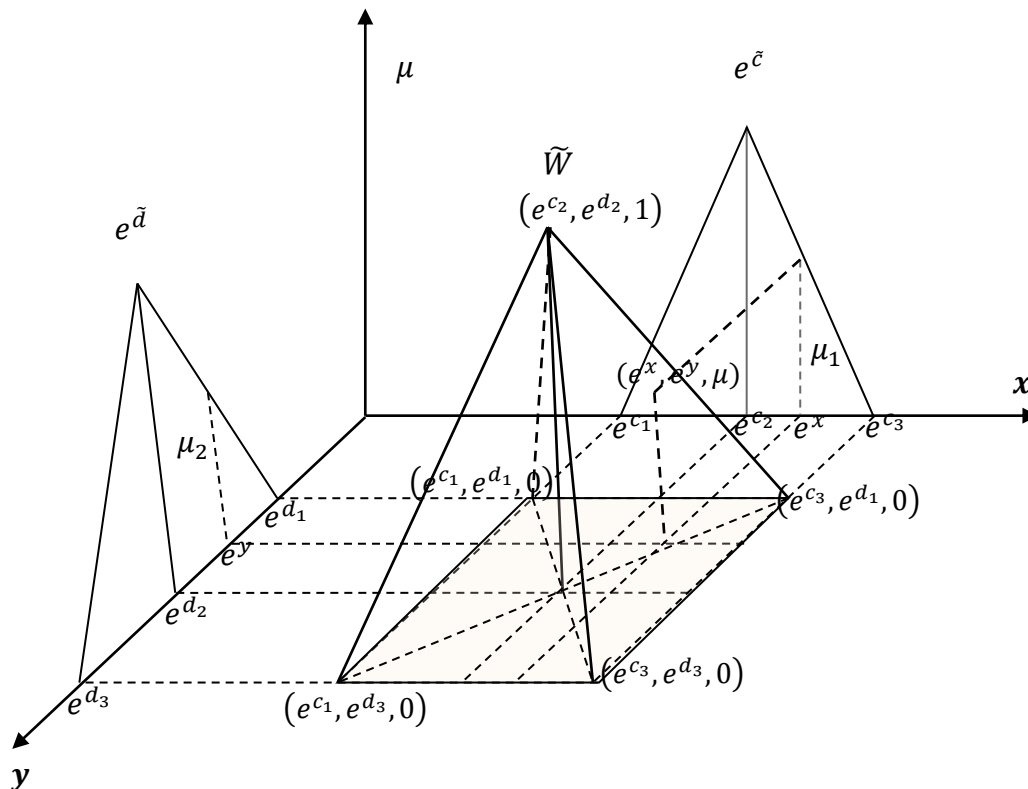
Dengan menggunakan metode Aproksimasi piramida, \tilde{W} dapat direpresentasikan dalam bentuk gambar sebagai berikut:



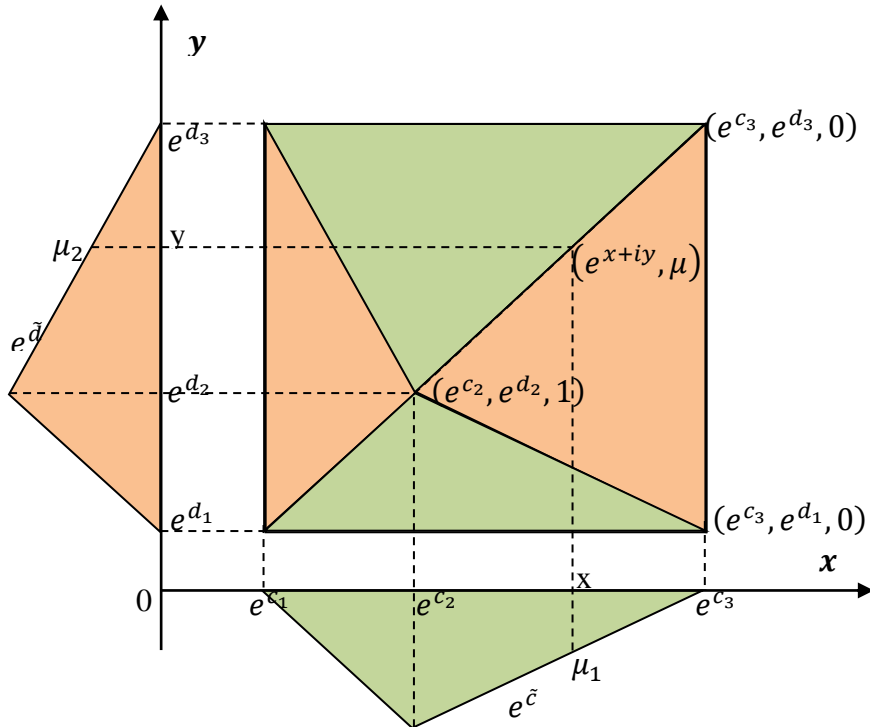
Gambar 8. Bilangan *Fuzzy* $e^{\tilde{c}}$



Gambar 9. Bilangan *Fuzzy* $e^{\tilde{d}}$



Gambar 10. Eksponensial *Fuzzy* Kompleks \tilde{W}



Gambar 11. $e^{\tilde{c}} + ie^{\tilde{d}}$

Dengan menggunakan operasi penjumlahan bilangan kompleks, penjumlahan eksponensial *fuzzy* kompleks diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{Z} + \tilde{W} &= (e^{\tilde{a}} + ie^{\tilde{b}}) + (e^{\tilde{c}} + ie^{\tilde{d}}) \\ &= (e^{\tilde{a}}, e^{\tilde{b}}) + (e^{\tilde{c}}, e^{\tilde{d}}) \\ &= (e^{\tilde{a}} + e^{\tilde{c}}, e^{\tilde{b}} + e^{\tilde{d}}) \\ &= ((e^{a_1}, e^{a_2}, e^{a_3}) + (e^{c_1}, e^{c_2}, e^{c_3}), (e^{b_1}, e^{b_2}, e^{b_3}) + (e^{d_1}, e^{d_2}, e^{d_3})) \\ &= ((e^{a_1} + e^{c_1}, e^{a_2} + e^{c_2}, e^{a_3} + e^{c_3}), (e^{b_1} + e^{d_1}, e^{b_2} + e^{d_2}, e^{b_3} + e^{d_3})) \end{aligned}$$

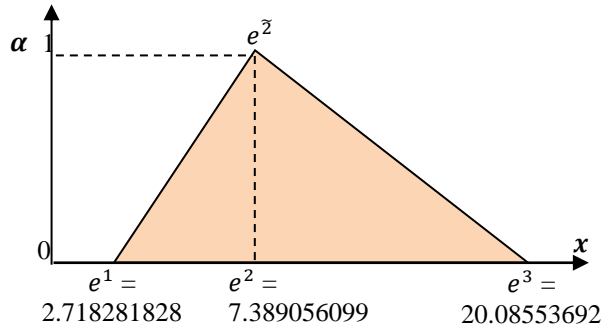
Atau dalam bentuk potongan- α

$$\begin{aligned} (\tilde{Z} + \tilde{W})_{\alpha} &= ((e^{a_1} + e^{c_1}, e^{a_2} + e^{c_2}, e^{a_3} + e^{c_3}), (e^{b_1} + e^{d_1}, e^{b_2} + e^{d_2}, e^{b_3} + e^{d_3}))_{\alpha} \\ &= \left[[e^{a_1} + e^{c_1} + \alpha(e^{a_2} + e^{c_2} - e^{a_1} - e^{c_1}), e^{a_3} + e^{c_3} - \alpha(e^{a_3} + e^{c_3} - e^{a_2} - e^{c_2})], [e^{b_1} + e^{d_1} + \alpha(e^{b_2} + e^{d_2} - e^{b_1} - e^{d_1}), e^{b_3} + e^{d_3} - \alpha(e^{b_3} + e^{d_3} - e^{b_2} - e^{d_2})] \right] \end{aligned}$$

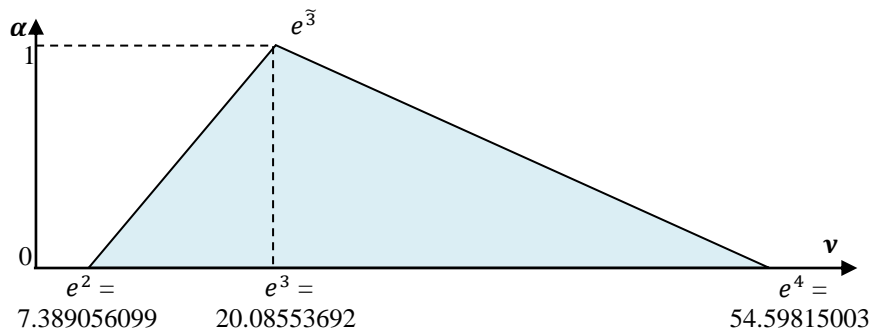
Contoh 2:

Diberikan $\tilde{Z} = e^{\tilde{2}} + ie^{\tilde{3}}$ dengan $\tilde{2} = (1, 2, 3)$ dan $\tilde{3} = (2, 3, 4)$ dan $\tilde{W} = e^{\tilde{3}} + ie^{\tilde{4}}$ dengan $\tilde{3} = (1, 3, 5)$ dan $\tilde{4} = (2, 4, 6)$.

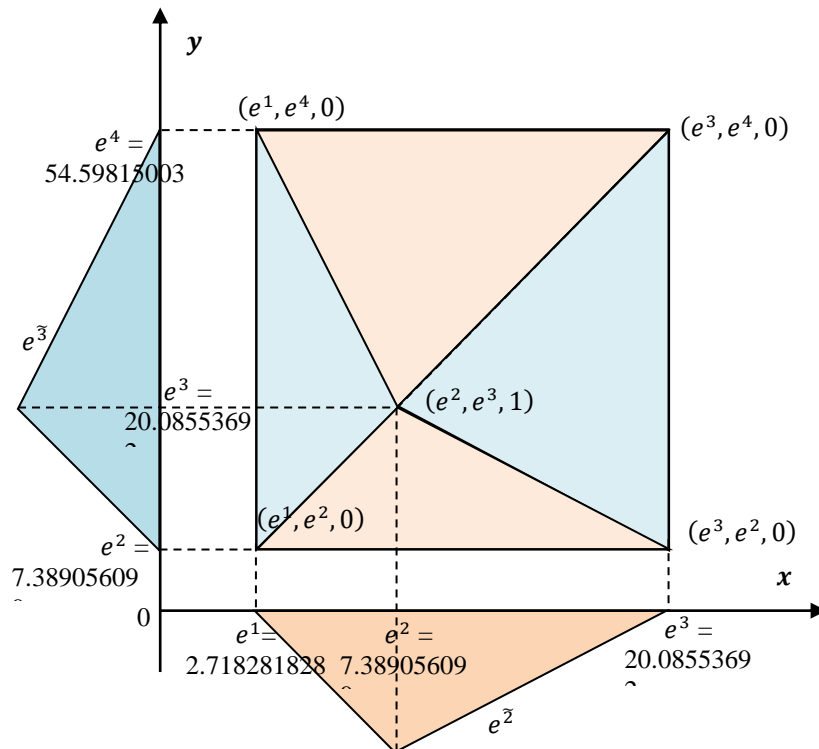
Dengan menggunakan Metode Aproksimasi Piramida dapat direpresentasikan dalam bentuk gambar sebagai berikut:



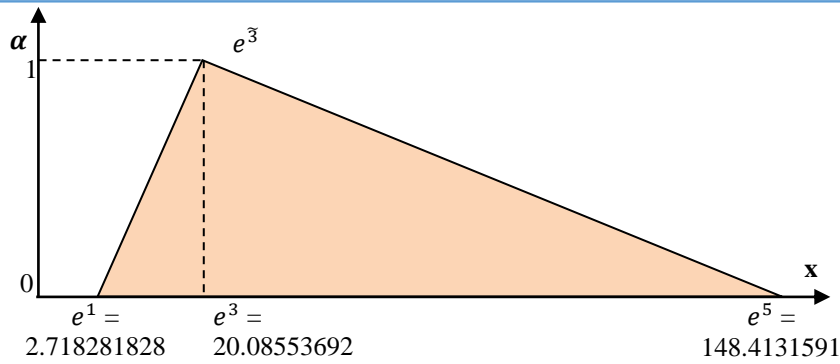
Gambar 12. Metode Aproksimasi $x = e^{(1,2,3)} = e^{\tilde{2}}$



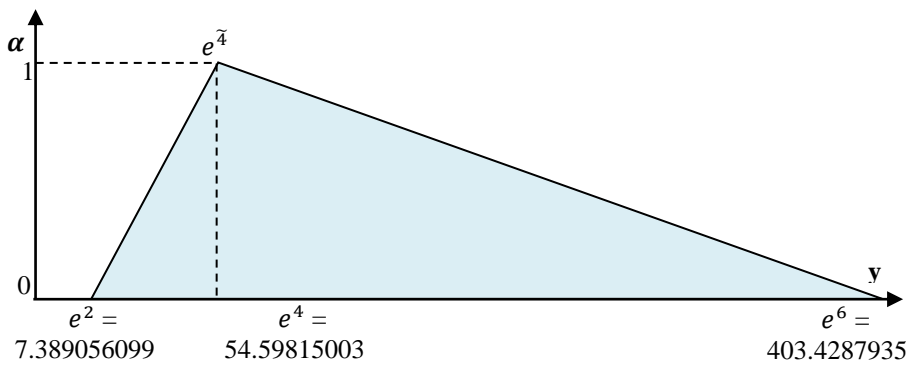
Gambar 13. Metode Aproksimasi $y = e^{(2,3,4)} = e^{\tilde{3}}$



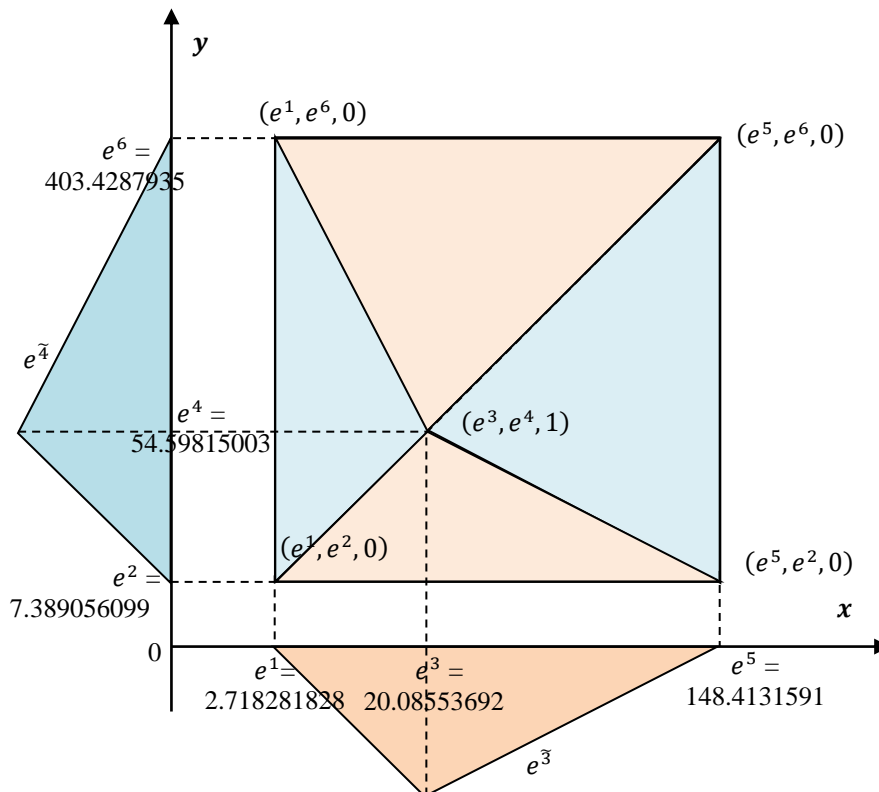
Gambar 14. $\tilde{Z} = e^{\tilde{2}} + ie^{\tilde{3}}$



Gambar 15. Metode Aproksimasi $x = e^{(1,3,5)} = e^{\tilde{3}}$



Gambar 16. Metode Aproksimasi $y = e^{(2,4,6)} = e^{\tilde{4}}$



Gambar 17. $\tilde{W} = e^{\tilde{3}} + ie^{\tilde{4}}$

Sehingga

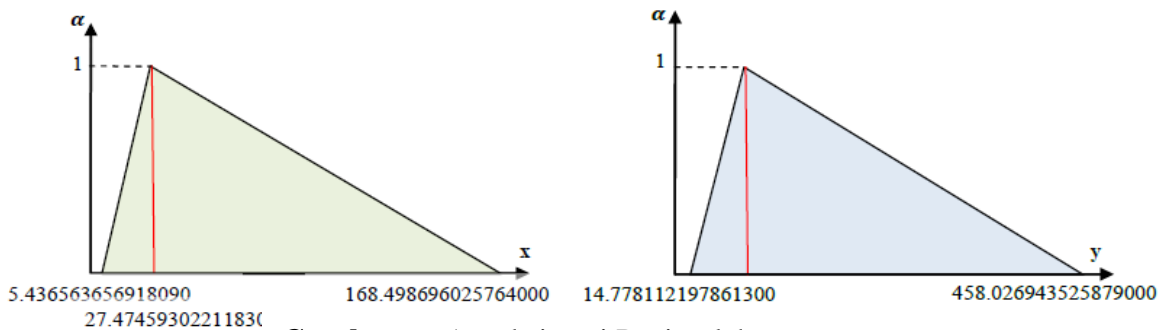
$$\begin{aligned} \tilde{Z} + \tilde{W} &= (e^{\tilde{a}} + e^{\tilde{c}}, e^{\tilde{b}} + e^{\tilde{d}}) \\ &= [(e^{\tilde{2}} + e^{\tilde{3}}), (e^{\tilde{3}} + e^{\tilde{4}})] \\ &= (((e^1, e^2, e^3) + (e^1, e^3, e^5)), ((e^2, e^3, e^4) + (e^2, e^4, e^6))) \\ &= ((e^1 + e^1, e^2 + e^3, e^3 + e^5), (e^2 + e^2, e^3 + e^4, e^4 + e^6)) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan perhitungan program excel diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 2. Penjumlahan Menggunakan Metode Aproksimasi Piramida

$e^1 + e^1$	5.436563656918090
$e^2 + e^3$	27.474593022118300
$e^3 + e^5$	168.498696025764000
$e^2 + e^2$	14.778112197861300
$e^3 + e^4$	74.683686956331900
$e^4 + e^6$	458.026943525879000

Dari Tabel 2 dapat direpresentasikan dalam bentuk kurva sebagai berikut:



Gambar 18. Aproksimasi Penjumlahan

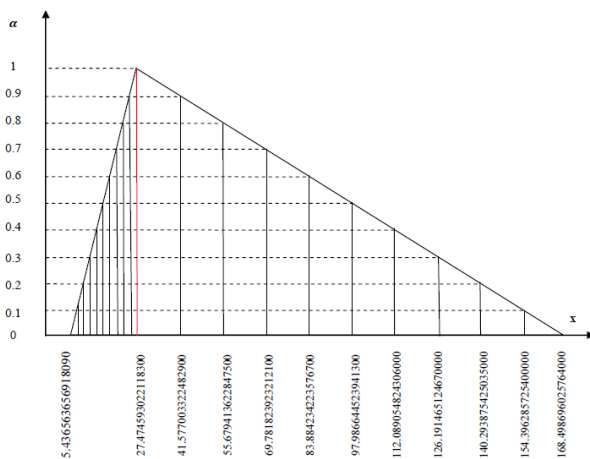
Atau dalam bentuk potongan- α

$$\begin{aligned} (\tilde{Z} + \tilde{W})_{\alpha} &= \\ &= [[e^1 + \alpha(e^2 - e^1), e^3 - \alpha(e^3 - e^2)], [e^2 + \alpha(e^3 - e^2), e^4 - \alpha(e^4 - e^3)]] + \\ &+ [[e^1 + \alpha(e^3 - e^1), e^5 - \alpha(e^5 - e^3)], [e^2 + \alpha(e^4 - e^2), e^6 - \alpha(e^6 - e^4)]] \\ &= [[e^1 + e^1 + \alpha(e^2 + e^3 - e^1 - e^1), e^3 + e^5 - \alpha(e^3 + e^5 - e^2 - e^3)], [e^2 + e^2 + \\ &\alpha(e^3 + e^4 - e^2 - e^2), e^4 + e^6 - \alpha(e^4 + e^6 - e^3 - e^4)]] \end{aligned}$$

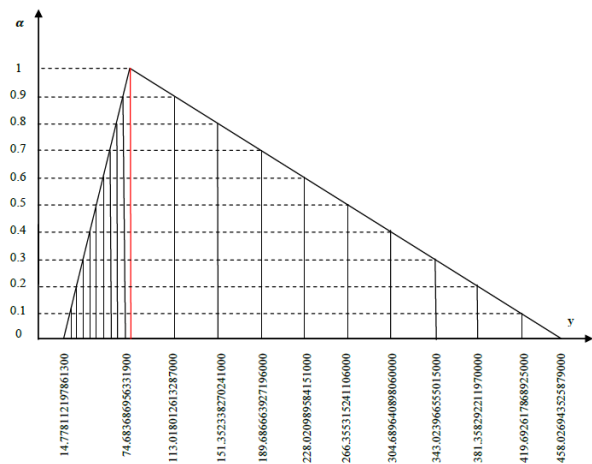
Dengan menggunakan perhitungan program excel diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3 Penjumlahan Menggunakan Metode Aproksimasi Piramida dalam Bentuk Potongan- α

α	$e^1 + e^1 + \alpha(e^2 + e^3 - e^1 - e^1)$	$e^3 + e^5 - \alpha(e^3 + e^5 - e^2 - e^3)$	$e^2 + e^2 + \alpha(e^3 + e^4 - e^2 - e^2)$	$e^4 + e^6 - \alpha(e^4 + e^6 - e^3 - e^4)$
0	5.436563656918090	168.498696025764000	14.778112197861300	458.026943525879000
0.1	7.640366593438110	154.396285725400000	20.768669673708400	419.692617868925000
0.2	9.844169529958140	140.293875425035000	26.759227149555400	381.358292211970000
0.3	12.047972466478200	126.191465124670000	32.749784625402500	343.023966555015000
0.4	14.251775402998200	112.089054824306000	38.740342101249500	304.689640898060000
0.5	16.455578339518200	97.986644523941300	44.730899577096600	266.355315241106000
0.6	18.659381276038200	83.884234223576700	50.721457052943700	228.020989584151000
0.7	20.863184212558300	69.781823923212100	56.712014528790700	189.686663927196000
0.8	23.066987149078300	55.679413622847500	62.702572004637800	151.352338270241000
0.9	25.270790085598300	41.577003322482900	68.693129480484800	113.018012613287000
1	27.474593022118300	27.474593022118300	74.683686956331900	74.683686956331900

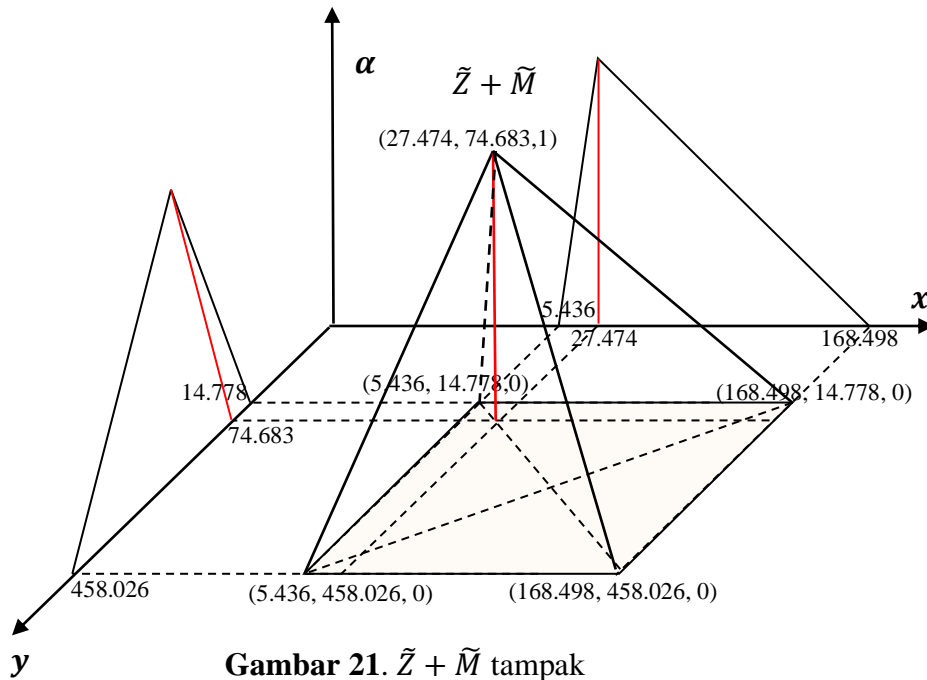


Gambar 19. Aproksimasi Penjumlahan Menggunakan Potongan- α pada Bidang $-x\alpha$

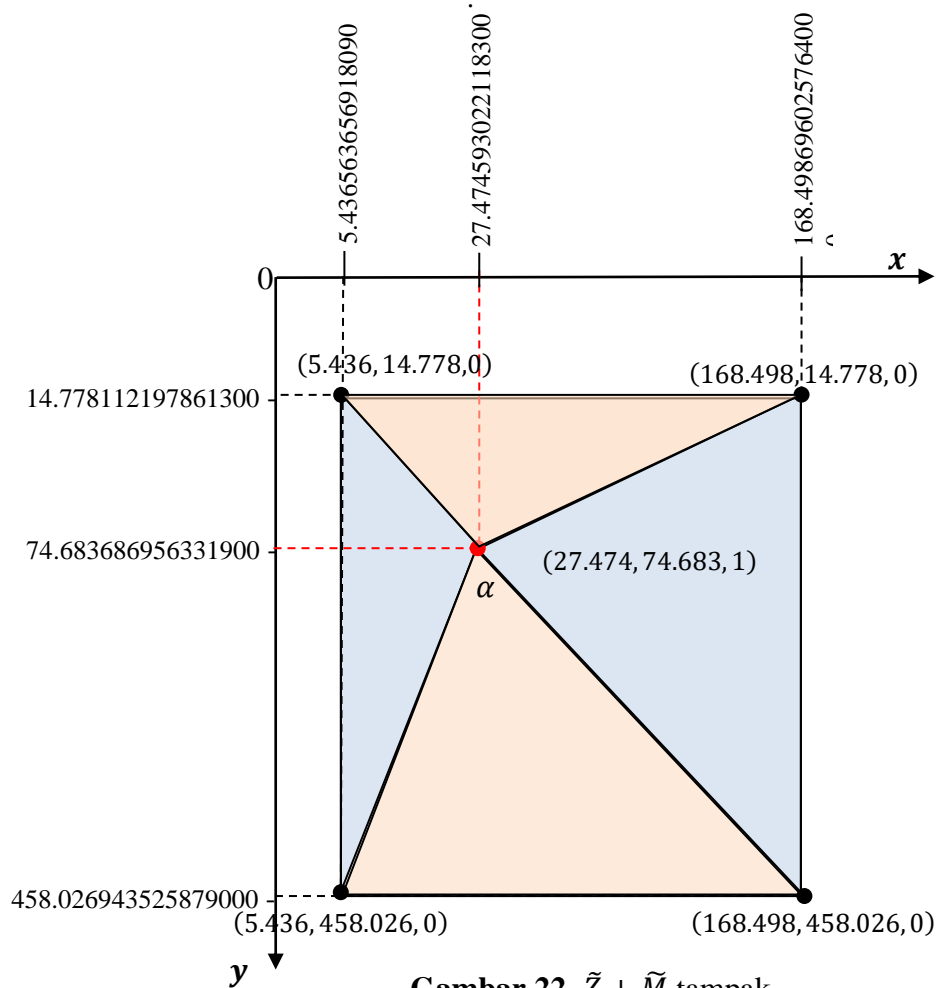


Gambar 20. Aproksimasi Penjumlahan Menggunakan Potongan- α pada Bidang $-y\alpha$

Dari Tabel 3 dan Gambar 20, untuk $\alpha = 1$ diperoleh titik puncak yang sama pada bidang $x\alpha$, yaitu $(27.474593022118300, 1)$. Begitu pula dari Tabel 3 dan Gambar 21, untuk $\alpha = 1$ diperoleh nilai puncak yang sama pada bidang $-y\alpha$, yaitu $(74.683686956331900, 1)$. Sehingga didapatkan $\tilde{Z} + \tilde{W}$ mempunyai titik puncak pada piramida $(27.474593022118300, 74.683686956331900, 1)$, yang dapat digambarkan seperti gambar berikut:



Gambar 21. $\tilde{Z} + \tilde{M}$ tampak



Gambar 22. $\tilde{Z} + \tilde{M}$ tampak

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dipaparkan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa untuk menentukan operasi eksponensial *fuzzy* kompleks menggunakan Metode Piramida diperoleh rumus umum:

$$\tilde{Z} + \tilde{W} = \left((e^{a_1} + e^{c_1}, e^{a_2} + e^{c_2}, e^{a_3} + e^{c_3}), (e^{b_1} + e^{d_1}, e^{b_2} + e^{d_2}, e^{b_3} + e^{d_3}) \right)$$

Atau dalam bentuk potongan $-\alpha$

$$(\tilde{Z} + \tilde{W})_{\alpha} = \left[[e^{a_1} + e^{c_1} + \alpha(e^{a_2} + e^{c_2} - e^{a_1} - e^{c_1}), e^{a_3} + e^{c_3} - \alpha(e^{a_3} + e^{c_3} - e^{a_2} - e^{c_2})], [e^{b_1} + e^{d_1} + \alpha(e^{b_2} + e^{d_2} - e^{b_1} - e^{d_1}), e^{b_3} + e^{d_3} - \alpha(e^{b_3} + e^{d_3} - e^{b_2} - e^{d_2})] \right]$$

5. DAFTAR PUSTAKA

Fares El-Sayed Mohammed. 2006. *Fuzzy Algebra*. Tesis Diterbitkan: Zagazig University.

ALGORITMA MEMBANGKITKAN PROSES POISSON MAJEMUK DENGAN KOMPONEN PROSES POISSON NONHOMOGEN FUNGSI LINEAR DAN KOMPONEN BERDISTRIBUSI EKSPONENSIAL

Syarif Abdullah^{1*}, Sidik Susilo¹, Shofiatul Ula¹, Aswata¹, Nina Valentika^{2,3}, Sri Istiyarti
Uswatun Chasanah⁴

¹Program Studi Teknik Mesin, Sultan Ageng Tirtayasa

²Program Studi Matematika, Universitas Pamulang

³Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah

⁴Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga

*Corresponding Author Email: abdullahsyarifayis@gmail.com

ABSTRACT

The compound Poisson process is one of the developments of a stochastic process. This process is a model to illustrate a real phenomenon that occurs which has an element of uncertainty. This process has two main components, namely the frequency component that has the Poisson process, and the severity component which has the i.i.d (independent and identically distributed) distribution. This research discusses the making of an algorithm to generate compound Poisson processes with nonhomogeneous Poisson process components in the form of linear functions and exponentially distributed components. The method used is the acceptance-rejections method with the thinning process technique. The results of the research have obtained the algorithm to generate compound Poisson processes and their simulations. These algorithms can be used for computational analysis simulations in various fields of science.

Keywords: Algorithm, exponential distribution, linear function.

ABSTRAK

Proses Poisson majemuk merupakan salah satu pengembangan dari salah satu proses stokastik. Proses ini merupakan suatu model untuk mengilustrasikan suatu fenomena nyata yang terjadi yangmana memiliki unsur ketidakpastian. Proses ini memiliki dua komponen utama, yaitu komponen frekuensi yang memiliki proses Poisson, dan komponen seferitas yang memiliki distribusi i.i.d (*independent and identically distributed*). Penelitian ini membahas tentang pembuatan algoritma untuk membangkitkan proses Poisson majemuk dengan komponen proses poisson nonhomogen berupa fungsi linear dan komponen berdistribusi eksponensial. Metode yang digunakan adalah dengan metode *acceptance-rejections* dengan teknik *thinning process*. Hasil penelitian telah didapatkan algoritma membangkitkan proses Poisson majemuk beserta simulasinya. Algoritma-algoritma tersebut dapat digunakan untuk simulasi analisis komputasi pada berbagai bidang ilmu.

Kata kunci: algoritma, distribusi eksponensial, fungsi linear.

1. PENDAHULUAN

Dalam fenomena nyata terdapat banyak sekali peristiwa-peristiwa yang mengandung unsur kejadian acak. Belum tentu kejadian yang telah terjadi pada masa lampau akan berulang terjadi pada masa sekarang dan akan datang. Namun bisa jadi kejadian tersebut akan berulang kembali, seperti kejadian siklik atau periodik. Sehingga dari fenomena-fenomena nyata

tersebut dibuatlah suatu model yang dapat menyerupai dengan model yang sebenarnya. Model yang sesuai selanjutnya diharapkan dapat memprediksi kejadian yang akan datang baik dari segi keuntungan atau segi kerugian. Dalam ilmu statistik probabilitas, apabila suatu fenomena nyata tersebut mengandung unsur ketidakpastian dan mengandung aturan peluang, maka peristiwa tersebut tergolong pada suatu peristiwa proses stokastik.

Dilihat dari waktu, proses stokastik dapat dibedakan menjadi proses stokastik diskrit dan proses stokastik kontinu. Salah satu proses stokastik kontinu yang sering digunakan untuk menghitung banyaknya kejadian yang terjadi, baik keberhasilan atau kegagalan pada waktu tertentu atau interval waktu tertentu, yaitu proses Poisson. Menurut fungsi intensitasnya, Proses ini dibedakan menjadi proses Poisson homogen (*homogeneous Poisson process* (HPP)) dan proses Poisson nonhomogen (*nonhomogeneous Poisson process* (NHPP)). HPP memiliki fungsi intensitas yang diasumsikan memiliki fungsi intensitas waktu konstan (tidak bergantung pada waktu), sedangkan NHPP memiliki fungsi intensitas yang tidak konstan (bergantung pada waktu). Salah satu contoh HPP dan NHPP dalam bidang teknik dapat dilihat dalam Pahlajani *et al.* (2014), Cha (2013) dan Soltanali *et al.* (2019).

Pemodelan proses stokastik yang tidak hanya menghitung banyaknya kejadian yang muncul pada interval waktu tertentu, namun juga menghitung akibat atau efek dari kejadian itu terjadi disebut dengan proses majemuk. Proses majemuk terdiri dari minimal 2 komponen, yaitu komponen banyaknya kejadian (*frequency*) dan komponen besaran akibat (*severity*). Dalam hal ini, komponen sebaran *frequency* yang dimaksud adalah sebaran banyaknya kejadian pada suatu periode tertentu dan komponen sebaran *severity* adalah sebaran besar akibat yang ditimbulkan ketika kejadian itu terjadi, dapat berupa besaran uang atau yang lain. Apabila diasumsikan pada komponen frekuensi berupa proses Poisson, maka proses majemuk tersebut dinamakan proses Poisson majemuk (*compound Poisson process* (CPP)). Sedangkan pada komponen frekuensi dapat diasumsikan berupa sebaran eksponensial, gamma, pareto dan lain-lain yang sesuai dengan besaran akibat dari kejadian.

Model CPP dengan asumsi pada komponen frekuensinya memiliki komponen HPP, dimana HPP diasumsikan memiliki fungsi intensitas konstan, memiliki banyak aplikasi pada berbagai bidang, misalnya pada bidang biologi, seismografi, demografi, asuransi dan keuangan (lihat referensi pada Abdullah *et al.* (2017) dan bidang teknik (Andrzejczak *et al.* (2018)). Namun, apabila dalam suatu kejadian yang terjadi memiliki kejadian yang naik atau turun pada suatu periode tertentu, dimana memiliki fungsi intensitas yang tidak lagi konstan

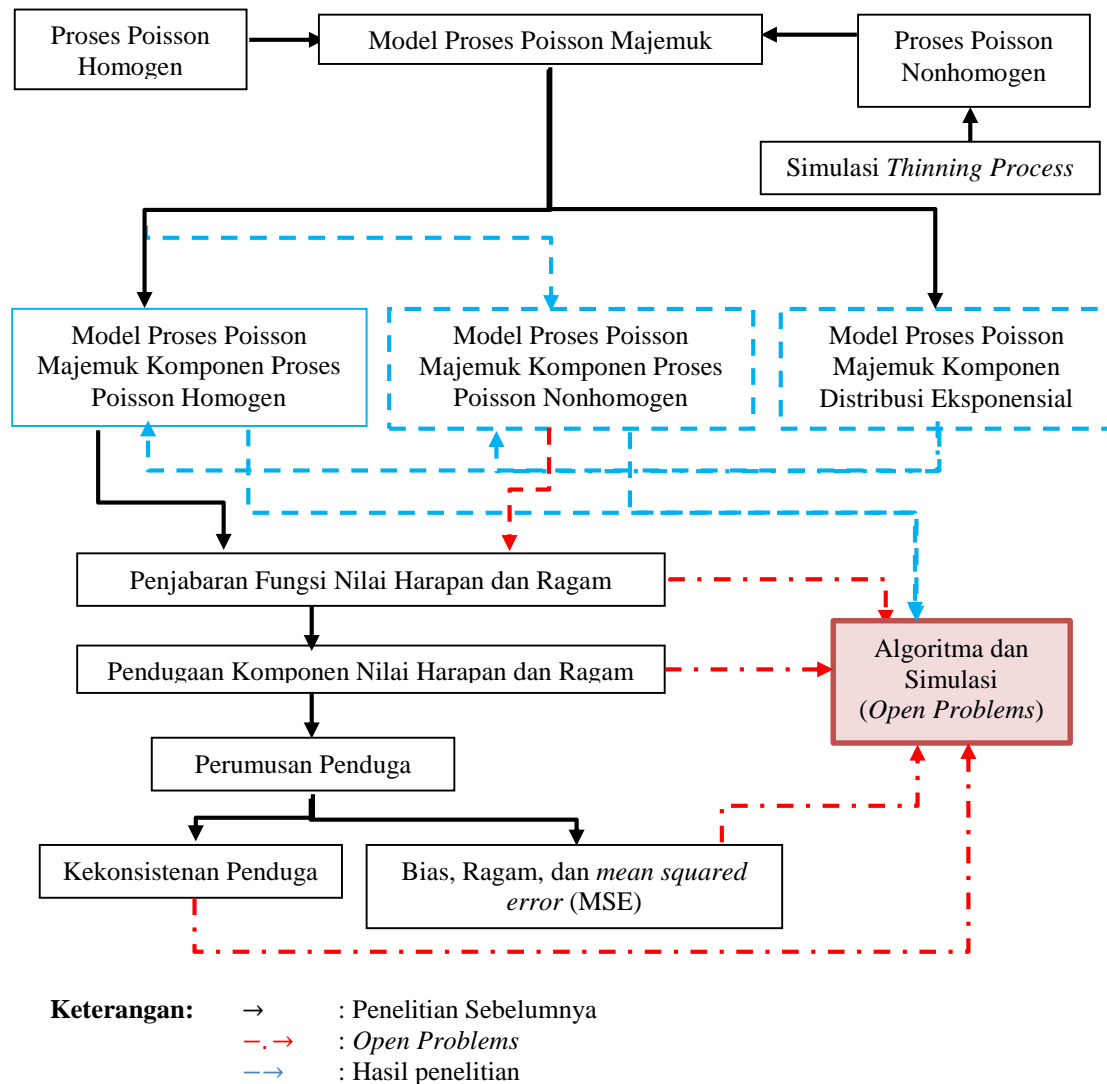
(bergantung pada waktu), maka model tersebut tidak sesuai. Sehingga perlu dikembangkan model baru dimana komponen frekuensi pada CPP diasumsikan memiliki bentuk NHPP. Selanjutnya, apabila dalam suatu kejadian yang terjadi memiliki kejadian yang cenderung berulang sehingga memiliki sifat siklik atau periodik, maka model tersebut harus diubah dengan bentuk NHPP dengan fungsi intensitas berbentuk fungsi periodik (Ruhayat *et al.* (2013), Mangku *et al.* (2013) dan Makhmudah *et al.* (2016)). Karena fungsi intensitas ini memiliki fungsi yang berulang pada periode selanjutnya, maka model ini bagus untuk mendeskripsikan fenomena yang terjadi periodik. Lebih lanjut, apabila dalam model memiliki sifat yang tidak hanya memiliki sifat periodik, namun memiliki sifat periodik yang memiliki tren linear, maka model tersebut harus diubah dengan bentuk NHPP dengan fungsi intensitas berbentuk fungsi periodik dengan tren linear (Wibowo *et al.* (2017) dan Abdullah *et al.* (2017)).

Algoritma untuk melakukan simulasi pada model CPP dengan komponen frekuensi berupa NHPP dan asumsi pada bagian komponen *severity* berupa distribusi eksponensial belum dibuat. Sehingga pada penelitian ini bertujuan untuk membuat algoritma untuk membangkitkan suatu bilangan acak pada model proses Poisson majemuk (*compound Poisson process* (CPP)) dengan komponen proses poisson nonhomogen (*nonhomogeneous Poisson process* (NHPP)) berupa fungsi linear dan komponen berdistribusi eksponensial (*exponential distribution* (ED)). Hasil dari algoritma ini dapat digunakan dalam analisis model pada simulasi komputasi, misalnya untuk analisis reabilitas, total kerugian (*aggregate loss*) dan ukuran risiko, misalnya: *value of risk* (VaR) dan *expected shortfall* (ES), dalam teori risiko. Sehingga perusahaan dapat memberikan proteksi atau perlindungan terhadap kemungkinan kejadian dimasa akan datang yang dapat menimbulkan kerugian finansial.

2. METODOLOGI

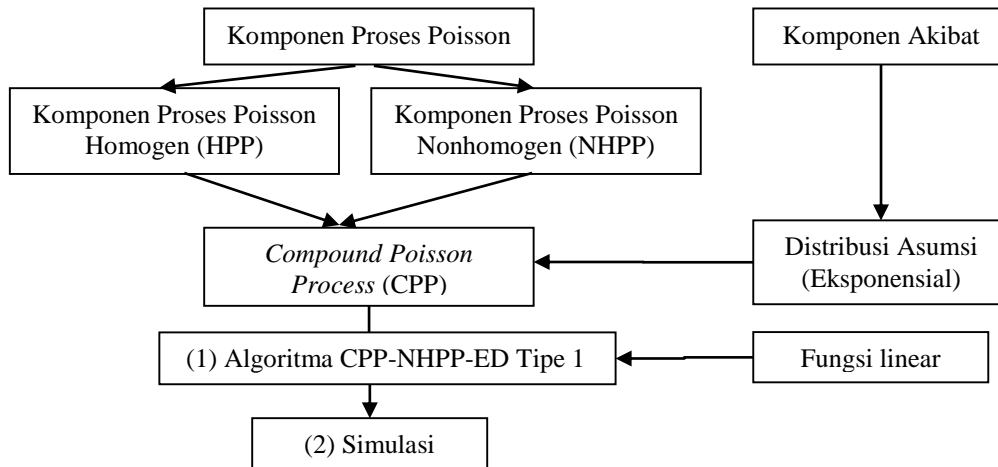
Kerangka pikir penelitian ini didasarkan pada penelitian lanjutan untuk menyelesaikan *open problems* yang belum terpecahkan yang diilustrasikan pada Gambar 1. Sesuai dengan tujuan penelitian diawal, maka penelitian dilanjutkan dengan topik bahasan dengan mengasumsikan komponen pada komponen frekuensi berupa proses Poisson nonhomogen yang memiliki fungsi intensitas berupa fungsi linear dan komponen akibat (*severity*) berupa variabel acak dari distribusi eksponensial. Warna hitam pada Gambar 1 mengilustrasikan tentang penelitian telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya, warna merah

mengilustrasikan tentang *open problems*, sedangkan warna biru mengilustrasikan tentang hasil pada penelitian ini.



Gambar 1. Kerangka Pikir Penelitian

Simulasi pada proses Poisson nonhomogen (*nonhomogeneous Poisson process* (NHPP)) yang digunakan adalah metode simulasi komputasi *acceptance-rejections* dengan teknik *thinning process*. Teknik *thinning process* ini pertama kali dikenalkan oleh Lewis dan Shedler (1979) dan dikembangkan oleh Ross (2010). Modifikasi algoritma yang digunakan pada penelitian ini adalah modifikasi pada Abdullah (2019), yaitu algoritma pembangkitan pada proses Poisson majemuk. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Langkah Penelitian

Sehingga langkah-langkahnya yaitu:

1. Membuat algoritma untuk membangkitkan CPP yang memiliki komponen NHPP fungsi linear dan berdistribusi eksponensial.
2. Membuat simulasi algoritma sesuai tujuan penelitian.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dibahas tentang proses Poisson majemuk dengan komponen NHPP fungsi linear dan distribusi eksponensial dan algoritma untuk membangkitkan proses tersebut.

3.1. Proses Poisson Majemuk dengan Komponen NHPP Fungsi Linear dan Distribusi Eksponensial.

3.1.1. Proses Poisson Majemuk dengan Komponen HPP dan Distribusi Eksponensial.

Proses pencacahan $\{N(t), t \geq 0\}$ merepresentasikan banyaknya kejadian yang terjadi pada waktu T . Proses ini dikatakan sebagai proses Poisson homogen (HPP) jika memiliki distribusi Poisson dan memiliki fungsi intensitas $\lambda > 0$. Karena memiliki fungsi intensitas yang konstan, maka dikatakan proses ini tidak bergantung pada waktu. Definisi formal dan teorema HPP dapat dilihat pada Ross (2010). Nilai harapan dan varian dari HPP berturut-turut sebagai berikut:

$$E[N(t)] = \lambda t \text{ dan } \text{var}[N(t)] = \lambda t . \quad (1)$$

Proses Poisson majemuk memiliki 2 komponen utama, yaitu komponen banyaknya kejadian yang diasumsikan memiliki proses Poisson dan komponen besaran akibat. Definisi proses Poisson majemuk sebagai berikut:

Definisi 1:

Suatu proses $\{Y(t), t \geq 0\}$ dikatakan sebagai satu proses Poisson majemuk jika proses tersebut dapat direpresentasikan sebagai,

$$Y(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i, t \geq 0, \quad (2)$$

dengan $\{N(t), t \geq 0\}$ adalah suatu proses Poisson, dan $\{X_i, i \geq 1\}$ adalah suatu keluarga dari variabel acak yang *independent and identically distributed* (i.i.d) yang juga bebas dari $\{N(t), t \geq 0\}$ (Ross (2012)).

Proses Poisson majemuk dengan komponen frekuensinya berupa proses Poisson dengan fungsi intensitas konstan memiliki nilai harapan (dinotasikan $\psi_1(t)$) dan varian (diotasikan $V_1(t)$) berturut-turut sebagai berikut (Ross (2012)):

$$\psi_1(t) = E[Y(t)] = E[N(t)]E[X_1] \quad (3)$$

$$V_1(t) = \text{var}[Y(t)] = E[N(t)]E[X_1^2]. \quad (4)$$

Asumsikan bahwa X_i berdistribusi eksponensial dengan parameter θ , maka nilai harapan, varian dan orde ke-2 X_i berturut-turut sebagai berikut:

$$E[X_1] = \frac{1}{\theta}, \text{var}[X_1] = \frac{1}{\theta^2} \text{ dan } E[X_1^2] = \frac{1}{\theta^2}. \quad (5)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) dan (5) ke persamaan (3) dan (4), maka didapatkan berturut-turut,

$$\psi_1(t) = \frac{\lambda t}{\theta}, \text{ dan} \quad (6)$$

$$V_1(t) = \frac{\lambda t}{\theta^2}. \quad (7)$$

3.1.2. Proses Poisson Majemuk dengan Komponen NHPP Fungsi Linear dan Distribusi Eksponensial.

Proses pencacahan $\{N(t)^*, t \geq 0\}$ dikatakan sebagai proses Poisson nonhomogen (NHPP) jika memiliki distribusi Poisson dan memiliki fungsi intensitas tak konstan $\lambda(t) > 0$. Karena memiliki memiliki fungsi intensitas yang tidak konstan, maka dikatakan proses ini bergantung pada waktu. Definisi formal dan teorema NHPP dapat dilihat pada Ross (2010). Nilai harapan dan varian dari HPP berturut-turut sebagai berikut:

$$E[N^*(t)] = \Lambda(t) = \text{var}[N^*(t)] \quad (8)$$

Dengan $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s) ds$.

Proses Poisson majemuk dengan komponen frekuensinya berupa proses Poisson dengan fungsi intensitas tak konstan (dinotasikan $Y^*(t)$) memiliki nilai harapan (dinotasikan $\psi_2(t)$) dan varian (dinotasikan $V_2(t)$) berturut-turut sebagai berikut (Utami (2018) dan Abdullah (2017)):

$$\psi_2(t) = E[Y^*(t)] = E[N^*(t)]E[X_1] \quad (9)$$

$$V_2(t) = \text{var}[Y^*(t)] = E[N^*(t)]E[X_1^2]. \quad (10)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) dan (5) ke persamaan (9) dan (10), maka didapatkan berturut-turut,

$$\psi_2(t) = \frac{\Lambda(t)}{\theta}, \text{ dan} \quad (11)$$

$$V_2(t) = \frac{\Lambda(t)}{\theta^2}. \quad (12)$$

Asumsikan bahwa NHPP memiliki fungsi intensitas berupa fungsi linear, sehingga didapatkan,

$$\lambda(s) = a + bs \text{ dan } \Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s) ds = at + \frac{b}{2}t^2. \quad (13)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (13) ke persamaan (11) dan (12), maka didapatkan:

$$\psi_2(t) = \frac{a}{\theta}t + \frac{b}{2\theta}t^2, \text{ dan} \quad (14)$$

$$V_2(t) = \frac{a}{\theta^2}t + \frac{b}{2\theta^2}t^2. \quad (15)$$

3.2. Algoritma Proses Poisson Majemuk dengan Komponen NHPP Fungsi Linear dan Distribusi Eksponensial.

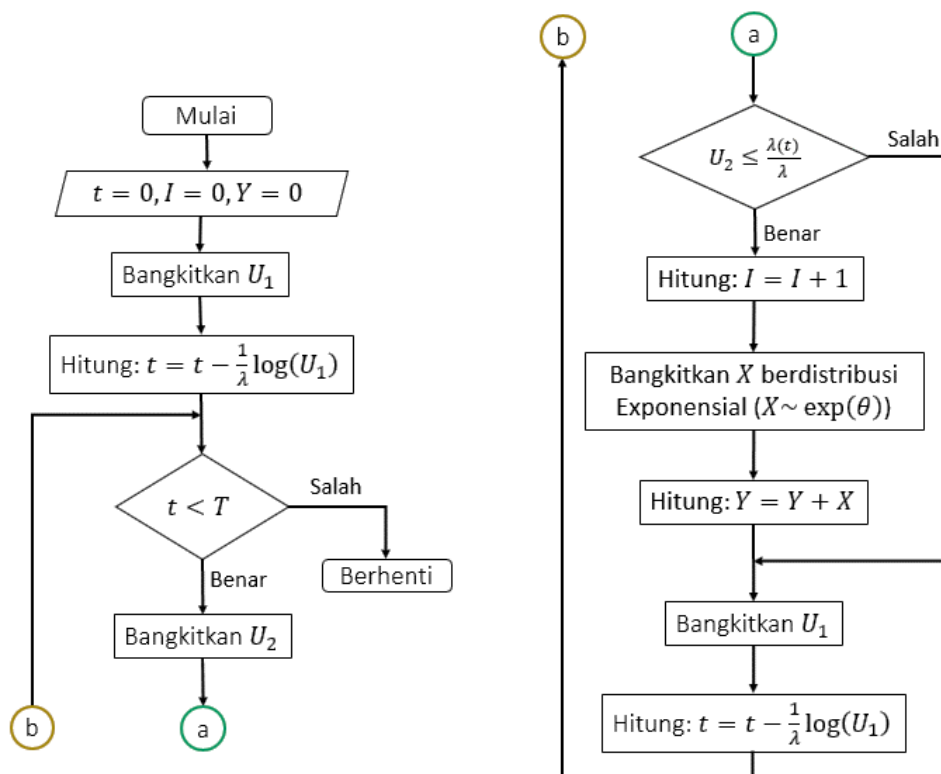
Algoritma membangkitkan proses Poisson majemuk dengan komponen NHPP fungsi linear dan distribusi eksponensial (CPP-NHPP-ED) memiliki 3 langkah utama, yaitu:

1. Membangkitkan suatu proses NHPP (dinotasikan Z_i) yang memiliki intensitas fungsi linear.
2. Membangkitkan suatu bilangan acak X_i yang memiliki distribusi eksponensial (ED).

3. Menghitung CPP.

Sesuai dengan definisi NHPP dan Definisi 1 (persamaan (2)), misalkan proses $N(t)$ terdefinisi pada ruang Ω , sehingga untuk setiap $\omega \in \Omega$ terdefinisi pada ruang peluang (Ω, F, P) . Proses ini memiliki fungsi intensitas tak linear $\lambda(t)$ dan diobservasi. Fungsi $N(\omega)$ merupakan suatu realisasi tunggal dari banyaknya kejadian yang terjadi pada interval $(0, t]$ dengan $N(0) = 0$. Misalkan bahwa untuk setiap titik data yang diobservasi pada $N(\omega)$ berkorespondensi dengan suatu keluarga variabel acak i.i.d X_i berdistribusi eksponensial dengan parameter θ ($X_i \sim \exp(\theta)$).

Modifikasi pada algoritma Abdullah (2019) dilakukan dengan mengganti proses NHPP berupa fungsi linear dan distribusi eksponensial. Ingat bahwa untuk membangkitkan NHPP, harus dipilih nilai λ sehingga $\lambda(t) \leq \lambda$ untuk semua $t \leq T$ dan dengan nilai peluang $\lambda(t)/\lambda$. Setiap Z_i diobservasi, maka Z_i menghasilkan realisasi tunggal untuk memulai membangkitkan X_i dan diberikan nilai dengan distribusi eksponensial. Berikut adalah modifikasi algoritma untuk membangkitkan CPP-HPP-ED yang diilustrasikan pada *flowchart* Gambar 3.



Gambar 3. *Flowchart* CPP-NHPP-ED.

Berikut adalah langkah-langkah modifikasi pembuatan algoritma CPP-NHPP-ED.

- Langkah 1 : $t=0, I=0, Y^*=0$.
- Langkah 2 : Bangkitkan U_1 .
- Langkah 3 : Hitung $t=t-\frac{1}{\lambda}\log(U_1)$.
- Langkah 4 : Jika $t>T$, Berhenti.
- Langkah 5 : Bangkitkan U_2 .
- Langkah 6 : Jika $U_2 \leq \lambda(t)/\lambda$.
- Langkah 7 : Hitung $I=I+1$.
- Langkah 8 : Bangkitkan X ($X \sim \exp(\theta)$) .
- Langkah 9 : Hitung $Y^*=Y^*+X$.
- Langkah 10 : Ulangi langkah 2.

Arti dari simbol-simbol pada *flowchart* dan algoritma di atas berturut-turut adalah sebagai berikut: t merepresentasikan waktu, I merepresentasikan banyaknya kejadian yang terjadi pada waktu t , Y^* merepresentasikan CPP-NHPP-ED, U_1 dan U_2 merepresentasikan bilangan acak berdistribusi seragam, $\lambda(t)$ merepresentasikan fungsi intensitas tak konstan berupa fungsi linear $\lambda(t)=a+bt$ dengan $\lambda(t) \leq \lambda$, T merepresentasikan unit waktu pertama dan X merepresentasikan sebagai bilangan acak berdistribusi eksponensial dengan parameter θ .

3.3. Simulasi

Pada bagian ini dibahas tentang simulasi dari algoritma yang telah dibahas pada bagian sebelumnya. Pertama dibahas tentang simulasi NHPP yang dibandingkan dengan HPP. Kemudian dilakukan simulasi untuk CPP yang memiliki komponen HPP dan NHPP fungsi linear dan berdistribusi eksponensial.

Simulasi dilakukan dengan mengambil beberapa fungsi intensitas sebagai berikut:

$$1. \lambda_1(t)=2 \tag{16}$$

$$2. \lambda_2(t)=\frac{1}{15}t \tag{17}$$

$$3. \lambda_3(t)=1+\frac{29}{30}t \tag{18}$$

Asumsi dengan mengambil waktu $0 \leq t \leq 20=T$ dan X_i memiliki distribusi

eksponensial dengan parameter $\theta=2$. Pembaca dapat mengganti fungsi intensitas dan menetapkan asumsi lain yang diinginkan.

3.3.1. Simulasi Proses Poisson Nonhomogen

Sesuai dengan definisi HPP, maka dengan fungsi intensitas pada persamaan (16) didapatkan nilai harapan dan varian pada HPP berturut-turut sebagai berikut:

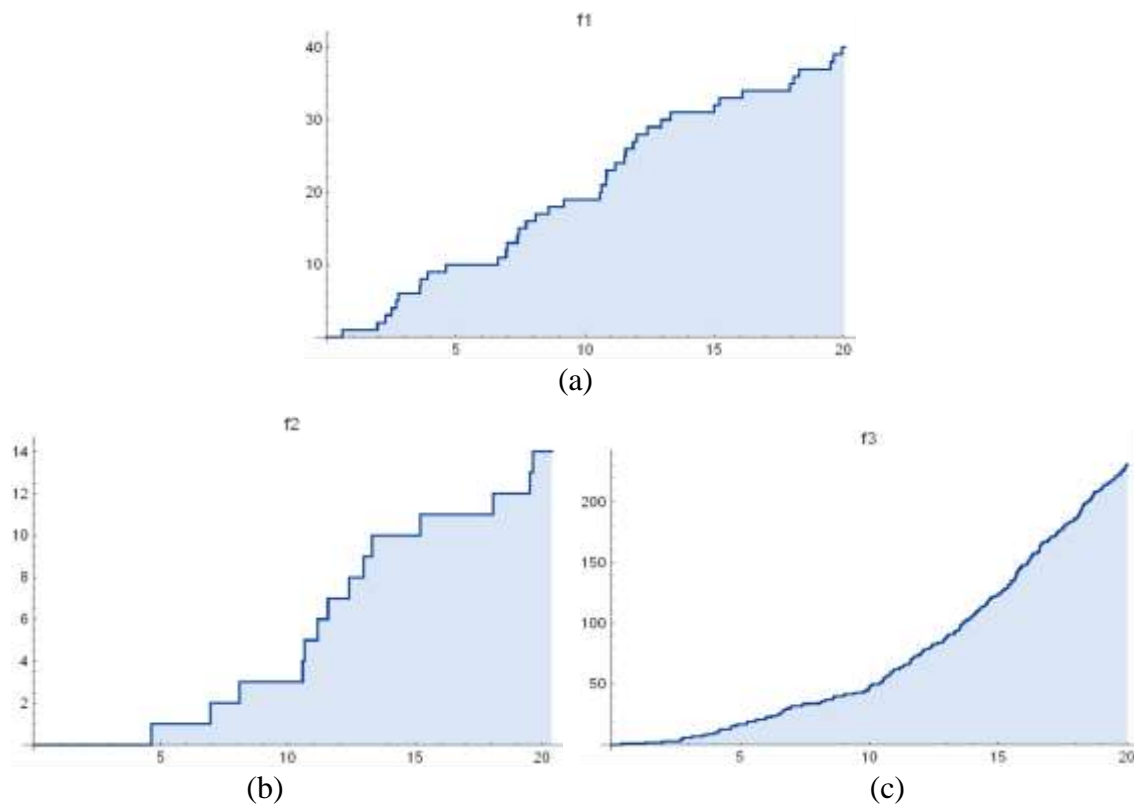
$$E[N_1(t)] = \text{var}[N_1(t)] = 2t. \quad (19)$$

Sedangkan dengan definisi NHPP, maka dengan fungsi intensitas pada persamaan (17) dan (18) didapatkan nilai harapan dan varian pada NHPP berturut-turut sebagai berikut:

$$E[N_2(t)] = \text{var}[N_2(t)] = \frac{1}{30}t^2. \quad (20)$$

$$E[N_3(t)] = \text{var}[N_3(t)] = t + \frac{29}{60}t^2. \quad (21)$$

Dengan menggunakan teknik *thinning process* dan melakukan banyak perulangan sebanyak 10.000 kali pada fungsi intensitas pada persamaan (16-18) maka didapatkan titik kejadian dan banyak kejadian yang diilustrasikan pada Gambar 4.

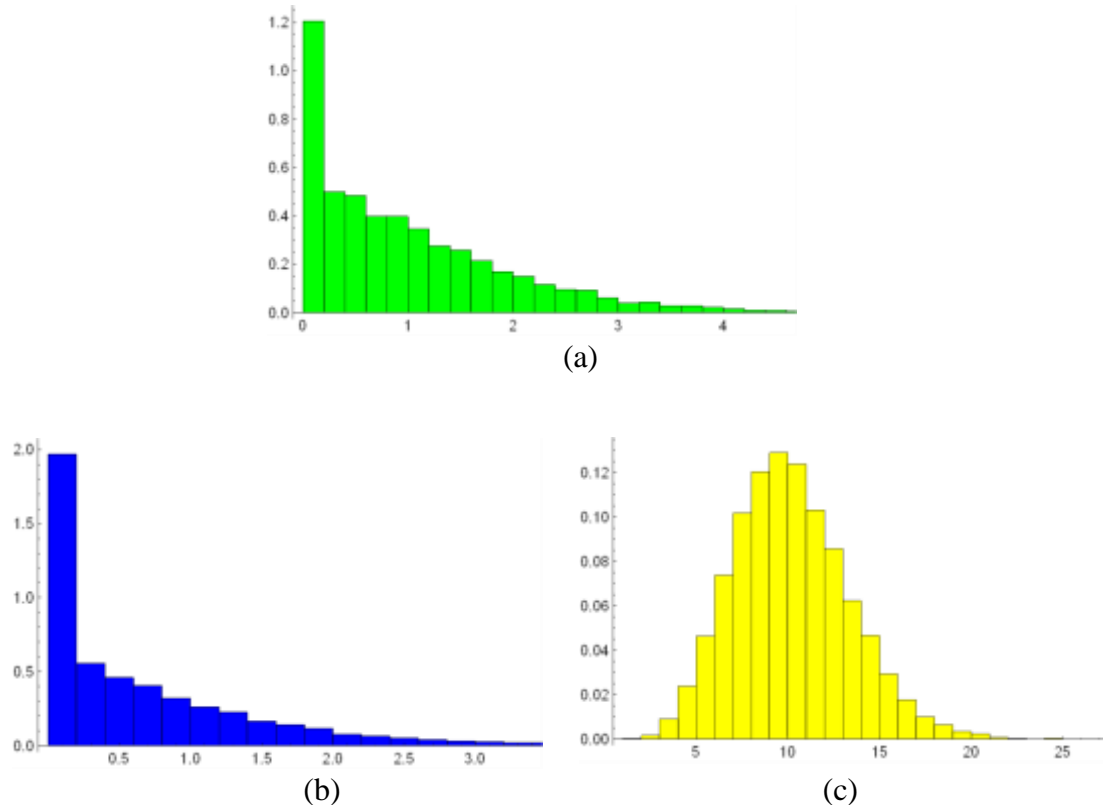


Gambar 4. Titik kejadian dan banyak kejadian: (a) HPP pada persamaan (16), (b) NHPP pada persamaan (17) dan (c) HPP pada persamaan (18)

Gambar 4a terlihat bahwa banyak kejadian pada fungsi intensitas persamaan (16) memiliki banyak kejadian yang lebih banyak dibandingkan dengan fungsi intensitas pada persamaan (17), namun lebih sedikit dibandingkan fungsi intensitas pada persamaan (18). Gambar 4b terlihat bahwa pada fungsi intensitas persamaan (17) memiliki banyak kejadian yang lebih sedikit dibandingkan dengan fungsi intensitas pada persamaan (16) dan (18). Sedangkan pada Gambar 4c, yang memiliki fungsi intensitas persamaan (18) memiliki banyak kejadian yang paling banyak dibandingkan dengan fungsi intensitas pada persamaan (16) dan (17). Hal ini sesuai dengan teori pada persamaan (1) dan (8).

3.3.2. Simulasi Proses Poisson Majemuk

Asumsikan CPP dengan mengambil waktu $0 \leq t \leq 20$, X_i memiliki distribusi eksponensial dengan parameter $\theta=2$ dan perulangan sebanyak 10.000 kali pada fungsi intensitas pada persamaan (16-18). Dengan menggunakan algoritma yang telah dibahas pada bagian sebelumnya, maka didapatkan CPP-HPP-ED dan CPP-NHPP-ED intensitas fungsi linear yang diilustrasikan pada Gambar 5.



Gambar 5. CPP: (a) CPP-HPP-ED pada persamaan (16), (b) CPP-NHPP-ED pada persamaan (17) dan (c) CPP-NHPP-ED pada persamaan (18)

Analisis terhadap hasil simulasi pada Gambar 5c terlihat bahwa CPP-NHPP-ED pada intensitas fungsi linear untuk persamaan (18) memiliki agregat yang paling banyak dibandingkan dengan agregat untuk fungsi intensitas pada persamaan (16) dan (17). Hal ini terjadi karena dengan fungsi intensitas persamaan (18) memiliki kejadian yang terjadi paling banyak dibandingkan dengan menggunakan fungsi intensitas persamaan (16) dan (17). Hal ini sesuai dengan teori yang dibahas pada bagian sebelumnya. Analisis untuk hasil Gambar 5a dan Gambar 5b serupa. Selanjutnya dari hasil ini dapat digunakan untuk analisis model pada simulasi komputasi, misalnya untuk analisis reabilitas, total kerugian (*aggregate loss*) dan ukuran risiko, misalnya: *value of risk* (VaR) dan *expected shortfall* (ES), dalam teori risiko, namun tidak dibahas pada paper ini.

4. SIMPULAN

Hasil penelitian telah didapatkan algoritma untuk membangkitkan suatu bilangan acak pada model proses Poisson majemuk (*compound Poisson process* (CPP)) dengan komponen proses poisson nonhomogen (*nonhomogeneous Poisson process* (NHPP)) berupa fungsi linear dan komponen berdistribusi eksponensial (*exponential distribution* (ED)). Hasil dari algoritma ini dapat digunakan dalam analisis model pada simulasi komputasi pada berbagai bidang ilmu.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah S. 2017. Pendugaan fungsi ragam pada proses Poisson periodik majemuk dengan tren linear [tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- Abdullah S, Ikhsan F, Ula S, Rukmayadi R. 2019. Thinning process algorithms for compound Poisson process having nonhomogeneous Poisson process (NHPP) intensity functions. *International Conference: Broad Exposure to Science and Technology (BEST) 2019. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. 673 (2019) 012062. doi: 10.1088/1757-899X/673/1/012062
- Abdullah S, Mangku IW, Siswadi. 2017. Estimating the variance function of a compound cyclic Poisson process in the presence of linear trend. *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 102(3):559-572. doi:org/10.17654/MS102030559.
- Andrzejczak K, Młyńczak M, Selech J. 2018. Poisson-distributed failures in the predicting of the cost of corrective maintenance. *Eksploatacja i Niezawodność—Maintenance and*

- Reliability*. 20(4):602–609. doi:org/10.17531/ein.2018.4.11.
- Cha JH. 2013. On a stochastic failure model under random shocks. International Conference on Mathematical Modelling in Physical Sciences IOP Publishing. *Journal of Physics: Conference Series*. 410 (2013) 012108. doi:10.1088/1742-6596/410/1/012108.
- Lewis PAW, Shedler GS. 1979. Simulation Poisson process by thinning. Naval Postgraduate School Monterey [Thesis]. California (US).
- Makhmudah FI, Mangku IW, Sumarno H. 2016. Estimating the variance function of a compound cyclic Poisson process. *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 100(6):911-922. doi:org/10.17654/MS100060911.
- Mangku IW, Ruhiyat, Purnaba IGP. 2013. Statistical properties of an estimator for the mean function of a compound cyclic Poisson process. *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 82(2):227-237.
- Pahlajani CD, Poulakakis I, Herbert G, Tanner HG. 2014. Networked decision making for Poisson processes: Application to nuclear detection. *IEEE Transaction on Automatic Control*. 59(1):193-198. doi:org/10.1109/TAC.2013.2267399.
- Ross SM. 2010. *Introduction to Probability Models*. 9th Ed. Florida (US): Academic Press.
- Ross SM. 2012. *Simulation*. 5th Ed. Amsterdam (NL): Academic Press.
- Ruhiyat, Mangku IW, Purnaba IGP. 2013. Consistent estimation of the mean function of a compound cyclic Poisson process. *Far East Journal of Mathematical Sciences*. 77(2):183-194.
- Soltanali H, Rohani A, Tabasizadeh M, Abbaspour-Fard MH, Parida A. 2019. Operational reliability evaluation-based maintenance planning for automotive production line. *Quality Technology & Quantitative Management*. Taylor and Francis Group. doi:org/10.1080/16843703.2019.1567664.
- Utami S. 2018. Interval kepercayaan fungsi nilai harapan dan fungsi ragam proses Poisson majemuk dengan intensitas eksponensial fungsi linear [tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- Wibowo BA, Mangku IW, Siswadi. 2017. Statistical properties of an estimator for the mean function of a compound cyclic Poisson process in the presence of linear trend. *Arab Journal of Mathematical Science*. 23(2):173-185. doi:10.1016/j.ajmsc.2016.08.004.

ANALISIS KORESPONDENSI ORDINAL UNTUK MENGEVALUASI TINGKAT KEPUASAN KONSUMEN

Tia Fitria Saumi*, Andreas Tri Panudju
Universitas Bina Bangsa

*Corresponding Author Email : tia.fitria.saumi@binabangsa.ac.id

ABSTRACT

Ordinal correspondence analysis is a multivariate analysis to map the level satisfaction of product or service in a graph. The analysis combines the singular decomposition of classical correspondence analysis and polynomial orthogonal via bivariate moment decomposition. The combination of this feature is to accommodate order structure in ordinal scale, so that the information of ordinal variables can be measured.

Keyword: *bivariate moment decomposition, ordinal correspondence analysis, polynomial orthogonal, singular value decomposition*

ABSTRAK

Analisis korespondensi ordinal merupakan sebuah analisis multivariat untuk memetakan tingkat kepuasan produk atau tingkat pelayanan jasa dalam sebuah grafik. Analisis ini mengkombinasikan penguraian singular dari analisis korespondensi klasik dan polynomial orthogonal melalui penguraian momen bivariate. Penggabungan kedua fitur tersebut berfungsi untuk mengakomodasi struktur urutan dalam skala ordinal, sehingga informasi dari variabel-variabel ordinal tersebut dapat diukur.

Kata Kunci : Analisis korespondensi ordinal, bivariate moment decomposition, polynomial orthogonal, singular value decomposition

1. PENDAHULUAN

Pengukuran tingkat kepuasan merupakan riset yang seringkali dilakukan oleh perusahaan penghasil produk atau jasa layanan. Pengukuran ini bertujuan untuk mengevaluasi kualitas produk berdasarkan penilaian dari pelanggan. Semakin puas pelanggan terhadap produk maka semakin baik juga kualitas dan reputasi produk tersebut. Jenis respon yang digunakan biasanya berupa peringkat dengan nilai 1-5 (1=sangat tidak puas, 2=tidak puas, 3=biasa saja, 4=puas, 5=sangat puas) atau yang disebut dengan skala ordinal. Selama ini, analisis korespondensi digunakan untuk memetakan tingkat kepuasan dalam sebuah grafik namun mengabaikan struktur tingkatan dalam data tersebut. Oleh karena itu, dibutuhkan analisis korespondensi yang memiliki fitur untuk mengakomodir struktur tersebut.

Analisis korespondensi ordinal mengkombinasikan teknik klasik dengan analisis ordinal melalui determinasi struktur dalam bentuk nilai singular lokasi, dispersi dan komponen lebih tinggi. Teknik ini masih mempertahankan semua fitur dari analisis korespondensi yang sudah ada sebelumnya, namun mampu memberikan informasi tambahan mengenai struktur dan hubungan ordinal.

Penguraian yang digunakan dalam analisis korespondensi ordinal disebut dengan penguraian hybrid atau Hybrid Decomposition. Penguraian analisis korespondensi ordinal menggabungkan nilai singular dari SVD dengan polinomial ortogonal melalui momen bivariat (Lombardo & Meulman, 2010). Nilai-nilai singular dari penguraian hybrid selanjutnya digunakan untuk memetakan plot pada grafik dua dimensi yang sederhana dan mudah dipahami.

2. METODOLOGI

Data yang digunakan dalam penelitian ini diperoleh dari salah satu perusahaan swasta yang bergerak dalam riset pemasaran. Data merupakan data sekunder berupa tabel kontingensi dua arah hasil dari jawaban responden mengenai kepuasan responden terhadap penjualan sembilan merek kartu perdana di Indonesia. Total responden sebanyak 1328 responden daerah Jakarta, Bogor, Depok, Tangerang, dan Bekasi.

Responden diberikan pertanyaan mengenai kepuasan terhadap aspek penjualan dari sembilan merek kartu perdana pada outlet. Respon berupa bilangan ordinal (1-5), yaitu sangat tidak puas (1), tidak puas (2), biasa saja (3), puas (4), dan sangat puas (5). Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak S-PLUS 2000 dan Microsoft Excel.

Berikut adalah tahapan yang dilakukan dalam penelitian:

- 1) Membuat matriks N berukuran $I \times J$, yaitu matriks frekuensi yang merupakan tabel kontingensi frekuensi dari jawaban responden dengan lajur baris adalah sembilan merek kartu perdana dan lajur kolom adalah tingkat kepuasan konsumen dengan skala 1 sampai dengan 5, sehingga tabel kontingensi frekuensi terdiri dari 45 cell.
- 2) Menghitung nilai rata-rata, dengan rumus rata-rata $\mu_{J(i)} = \sum_{j=1}^J S_{J(j)} p_{ij}$ dan ragam, $\sigma_j^2(i) = \sum_{j=1}^J S_{J(j)}^2 p_{ij} - \mu_{J(i)}^2$ untuk setiap kategori baris.
- 3) Menghitung matriks Ψ , yaitu matriks polinomial ortogonal dengan memanfaatkan nilai marginal yang telah didapat pada tahap sebelumnya. Menurut Emerson (1968), elemen

dari matriks polinomial ortogonal yang dilambangkan dengan Ψ_{vkjk} , dapat dihitung dengan menggunakan perhitungan berulang, yaitu pada persamaan (5).

- 4) Mengolah tabel kontingensi menjadi plot analisis korespondensi ordinal, algoritma untuk analisis korespondensi ordinal sebagai berikut:
 - a. Menghitung nilai marginal dari baris dan kolom, nilai marginal baris dihitung dengan perhitungan $r_i = \frac{n_i}{n}$, dan nilai marginal kolom dihitung dengan perhitungan $c_j = \frac{n_j}{n}$.
 - b. Membuat matriks P korespondensi, yaitu dengan membagi semua elemen pada tabel kontingensi atau matriks N dengan total dari responden secara keseluruhan, $\mathbf{P} = \frac{1}{n}\mathbf{N}$.
 - c. Menghitung nilai residual yang distandarisasi matriks S yang berukuran I x J, dengan elemen $a_{ij} = \frac{p_{ij} - r_i c_j}{\sqrt{r_i c_j}}$; $\mathbf{S} = \mathbf{D}_r^{-1/2}(\mathbf{P} - \mathbf{r}\mathbf{c}^T)\mathbf{D}_c^{-1/2}$.
 - d. Menguraikan nilai singular dari matriks S yang berukuran I x J ke dalam tiga perkalian matriks. $\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{\Gamma}\mathbf{V}^T$,
 - e. Menghitung matriks Z. Matriks Z merupakan matriks korelasi momen bivariat, $\mathbf{Z} = \mathbf{U}^T\mathbf{P}\mathbf{\Psi}$.
- 5) Menghitung nilai ki-kuadrat. Ki-kuadrat (X^2) = n. teras ($\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}$) = n. teras ($\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T$).
- 6) Menghitung nilai total inersia. Total inersia dapat dihitung dengan $\frac{X^2}{n}$.
- 7) Menguraikan total inersia ke dalam komponen-komponen linear, kuadratik dan komponen pangkat lebih tinggi. Nilai singular ke-m dapat diekspresikan sebagai, $\lambda_m^2 = \sum_{v=1}^{J-1} Z_{(m)v}^2$, atau dapat dituliskan sebagai, $\lambda_1^2 = Z_{(1)1}^2 + Z_{(1)2}^2 + \dots + Z_{(1)J-1}^2$
- 8) Membuat plot dua dimensi pada sumbu koordinat
 - a. Matriks koordinat utama baris
 - b. Matriks koordinat utama kolom

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Survei yang dilakukan oleh perusahaan riset pemasaran dalam penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat kepuasan pemilik outlet terhadap penjualan sembilan merek kartu perdana yang dijual. Responden pada penelitian ini merupakan pemilik outlet besar atau pegawai yang bekerja pada outlet dan mengetahui dengan baik mengenai

penjualan pada outlet tersebut. Total responden berjumlah 1328 pemilik atau pegawai outlet yang mewakili outlet yang tersebar di wilayah Jabodetabek. Jawaban responden disajikan pada tabel kontingensi pada Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1. Tabel Kontingensi Dua Arah Sembilan Merek Kartu Perdana dan Tingkat Kepuasan

Merek	1	2	3	4	5	Total
A	7	28	104	11	0	150
B	0	6	43	92	11	152
C	0	15	82	45	4	146
D	0	1	12	69	70	152
E	0	0	10	73	68	151
F	0	2	47	73	19	141
G	0	0	7	61	84	152
H	0	11	115	16	1	143
I	1	47	86	6	1	141
Total	8	110	506	446	258	1328

Tabel 1 memperlihatkan sebuah tabel kontingensi dua arah. Komponen baris pada tabel kontingensi merupakan sembilan merek kartu perdana yang dijual di outlet yaitu merek A, merek B, merek C, merek D, merek E, merek F, merek G, merek H, dan merek I. Merek C, D, E, F, dan G merupakan merek kartu perdana GSM dari dua perusahaan jasa telekomunikasi yang sudah lama berdiri, sedangkan merek A,B,H dan I merupakan kartu perdana CDMA. Komponen kolom dari tabel kontingensi merupakan tingkat kepuasan responden terhadap penjualan kartu perdana. Skala ordinal yang digunakan untuk mengukur tingkat kepuasan dilambangkan dengan lima poin skala, yaitu sangat tidak puas (1), tidak puas (2), antara puas dan tidak (3), puas (4) dan sangat puas (5) .

Tabel 2. Tabel Kontingensi Dua Arah Sembilan Merek Kartu Perdana dan Tingkat Kepuasan

Merek	Rataan	Ragam
A	2.79	0.40
B	3.71	0.43
C	3.26	0.45
D	4.37	0.43
E	4.38	0.37
F	3.77	0.47
G	4.51	0.34
H	3.05	0.21
I	2.71	0.3

Karakteristik setiap merek kartu perdana dapat dilihat melalui nilai rataan dan ragam

yang dihitung berdasarkan skor untuk setiap kategori kolom. Nilai rata-ran dan ragam untuk setiap merek kartu perdana. Hal ini, jelas memperlihatkan bahwa terdapat beberapa merek kartu perdana yang memiliki karakteristik tingkat kepuasan yang sama berdasarkan nilai rata-ran (Tabel 2). Kartu perdana merek D dan merek E dapat dikatakan memiliki tingkat kepuasan yang sama dalam hal penjualan di outlet. Penjualan kartu perdana merek A dapat dikatakan sama dengan penjualan kartu perdana merek I. Penjualan kartu perdana merek B dapat dikatakan sama dengan penjualan kartu perdana merek F. Sedangkan kartu perdana merek C dan merek H dapat dikatakan memiliki tingkat kepuasan penjualan yang sama, dan yang terakhir adalah kartu perdana merek G yang berbeda dengan lainnya.

Hubungan antara Aspek penjualan kartu perdana dan tingkat kepuasannya tidak cukup jika hanya diukur dengan menggunakan nilai rata-ran dan ragamnya saja. Nilai rata-ran ini hanya menjelaskan kedekatan setiap kategori baris secara subjektif dan tidak menjelaskan berada dimana tingkat kepuasan untuk masing-masing produk. Oleh karena itu, digunakan analisis korespondensi ordinal yang bertujuan untuk mengetahui karakteristik produk dan kepuasan dalam penjualan masing-masing produk kartu secara visual dan mudah dipahami.

Analisis korespondensi ordinal menghasilkan matriks momen bivariat, Z dan matriks Z^2 (terdapat pada lampiran 3 dan 4). Nilai $\sum_m Z_{(m)1}^2 = 0.077336$, $\sum_m Z_{(m)2}^2 = 0.012051$, $\sum_m Z_{(m)3}^2 = 0.004725$ dan $\sum_m Z_{(m)4}^2 = 0.003999$. Berdasarkan persamaan total inersia pada persamaan (9), maka total inersia, yang diperoleh sebesar 0.098. Nilai ki-kuadrat yang diperoleh adalah $0.098 \times 1328 = 130.29$ dengan derajat bebas 32. Hal ini menunjukkan secara signifikan bahwa terdapat hubungan antara sembilan merek kartu perdana dengan tingkat kepuasan penjualannya pada taraf 5%.

Kontribusi plot yang tersebar digambarkan dengan nilai inersia. Tabel 3 menunjukkan bahwa total inersia gabungan dari nilai inersia pertama dan nilai inersia kedua memiliki nilai 91.53%, sedangkan penambahan nilai inersia ketiga tidak memberikan nilai yang cukup besar, yaitu hanya 5.18%. Inersia gabungan dari nilai inersia pertama dan nilai inersia kedua yaitu sebesar 91.53%. Hal ini menunjukkan bahwa penggunaan dua dimensi sudah cukup baik untuk pembentukan plot.

Tabel 3. Kontribusi Inersia

Nilai ciri	Inersia (%)	Kumulatif (%)
0.08	78.53	78.53
0.01	13.00	91.53
0.01	5.18	96.71
0.00	3.29	100.00

Kelebihan lain dari penguraian hibrid dalam analisis korespondensi ordinal ini adalah kemampuannya menguraikan total inersia ke dalam beberapa komponen, hubungan matriks momen bivariante (Z) dengan nilai ciri terdapat pada persamaan (11). Elemen dari matriks momen bivariat yang dihasilkan yaitu, $Z_{(1)1} = -0.26912$, $Z_{(1)2} = -0.01896$, $Z_{(1)3} = 0.05747$, $Z_{(1)4} = 0.03595$ dan seterusnya. Sehingga diperoleh nilai singular λ_1^2 , yaitu $(-0.26912)^2 + (-0.01896)^2 + (0.05747)^2 + (0.03595)^2 = 0.077380259$ dan nilai singular kedua λ_2^2 , yaitu $(0.00408)^2 + (0.10471)^2 + (0.04276)^2 + (0.00102)^2 = 0.012810289$. Selengkapnya dapat dilihat pada tabel 4.

Tabel 4. Kontribusi Inersia

Komponen	Nilai singular (λ_x^2)	db	Nilai ki-kuadrat
Lokasi	0.0774	4	102.76**
Dispersi	0.0128	4	17.01**
Kubik	0.0051	4	6.78
Kuartik	0.0032	4	4.31
Total inersia	0.0985	16	130.86

Total inersia yang disekat menjadi komponen-komponen nilai singular tersebut dapat mengidentifikasikan pola penyebaran respon pada sumbu utama. Komponen-komponen yang terbentuk yaitu komponen linear (lokasi), komponen kuadratik (dispersi) dan komponen dengan pangkat yang lebih tinggi sebanyak nilai singular yang terbentuk.

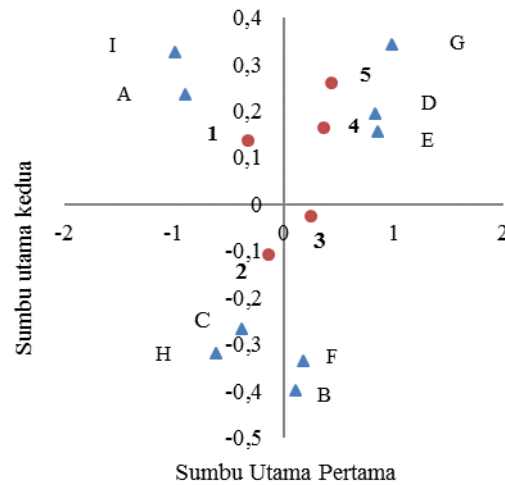
Pada Tabel 4 terlihat bahwa komponen lokasi (λ_1^2) memiliki nilai ki-kuadrat yang paling besar yaitu 102.76 dengan derajat bebas 4. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang nyata dalam nilai rata-rata antara tingkat kepuasan dan komponen linear merupakan sumber dominan sepanjang sumbu utama pertama. Komponen selanjutnya yang nyata adalah komponen kuadratik, ditunjukkan dengan nilai ki-kuadrat untuk komponen singular λ_2^2 sebesar 17.01 dengan derajat bebas 4. Hal ini berarti bahwa terdapat penyebaran dalam tingkat kepuasan dan komponen kuadratik merupakan sumber dominan sepanjang

sumbu utama kedua. Kontribusi untuk setiap elemen baris dan kolom dalam pembentukan sumbu koordinat diperoleh dengan memboboti jumlah kuadrat jarak ke pusat dari setiap titik. Dapat di lihat dalam Tabel 5. Plot korespondensi dibangun dari dua kolom pertama matriks F dan dua kolom pertama matriks G, dua kolom pertama merupakan gambaran dua dimensi terbaik dari data berdasarkan gabungan nilai inersia. Plot korespondensi yang telah dibangun dapat dilihat pada Gambar 1.

Tabel 4. Kontribusi Inersia

	Sumbu Utama 1		Sumbu Utama 2	
	Kontri- busi	Kontri- busi (%)	Kontri- Busi	Kontri- Busi (%)
Tingkat kepuasan				
1	0.0010	1.67	0.0004	4.05
2	0.0096	15.31	0.0023	22.40
3	0.0202	31.99	0.0001	1.61
4	0.0087	13.83	0.0035	34.05
5	0.0234	37.18	0.0039	37.86
Kartu perdana				
A	0.0958	18.01	0.0065	7.48
B	0.0009	0.17	0.0178	20.49
C	0.0181	3.41	0.0075	8.71
D	0.0758	14.25	0.0045	5.23
E	0.0786	14.76	0.0029	3.41
F	0.0026	0.49	0.0116	13.40
G	0.1069	20.08	0.0137	15.80
H	0.0440	8.27	0.0105	12.17
I	0.1091	20.51	0.0115	13.28

Jika terdapat gambar maka penyajiannya dibuat *center* dan diacu dalam naskah. Gambar diberi judul. Judul diletakkan di bawah gambar seperti contoh Gambar 1. Jika terdapat lebih dari satu gambar maka gambar diberi nomor misalnya Gambar 1, Gambar 2, dan seterusnya.



Gambar 1. Grafik analisis korespondensi ordinal

Gambar 1 menunjukkan grafik hasil dari analisis korespondensi yang memperhitungkan struktur ordinal dalam data dengan menggunakan polinomial ortogonal. Selain menunjukkan kemiripan karakteristik berdasarkan kepuasan antar kartu perdana, Gambar 1 ini juga menunjukkan hubungan antar kartu perdana dengan tingkat kepuasan penjualannya.

Kemiripan karakteristik merek dapat dilihat dari kedekatan antar plot dan hasil yang diperoleh sama dengan hasil pada Tabel 2. Dalam Gambar 1 dapat dilihat bahwa kartu perdana merek A dan I memiliki kemiripan dalam tingkat kepuasan. Kartu perdana merek C memiliki tingkat kepuasan yang sama dengan kartu perdana merek H. Kartu perdana merek F memiliki kemiripan dengan merek B. Sedangkan kartu perdana merek D, E dan G berada dalam satu koordinat, akan tetapi hanya kartu perdana merek D dan E dapat dikatakan memiliki karakteristik yang sama karena jarak antar keduanya lebih kecil dibandingkan dengan merek G.

Gambar 1 selain mampu menjelaskan karakteristik dari kartu perdana, juga dapat memberikan informasi mengenai tingkat kepuasan penjualan dari masing-masing produk. Karakteristik tersebut dapat dilihat dari kedekatan antar plot, yaitu plot dari sembilan merek yang tersebar dengan plot dari lima skala kepuasan penjualan.

Kartu perdana merek I dan A berada pada tingkat kepuasan “sangat tidak puas”. Hal ini berarti bahwa responden merasa tidak puas karena penjualan kartu perdana yang rendah pada outlet mereka. Merek B dan merek F berada dalam tingkat kepuasan “antara puas dan tidak”. Merek C dan H berada pada tingkat kepuasan “tidak puas”, merek D dan E berada

pada tingkat kepuasan yang sama yaitu “puas” dan merek merek G berada pada tingkat kepuasan “sangat puas”.

4. SIMPULAN

Analisis korespondensi ordinal digunakan jika dalam suatu tabel kontingensi untuk plot korespondensi yang terdiri paling sedikitnya satu kategori ordinal. Hal tersebut bertujuan untuk merangkum informasi struktur ordinal dari data tersebut dalam bentuk lokasi, dispersi dan komponen dengan pangkat yang lebih tinggi. Dalam makalah ini, kemiripan antara produk yang dihasilkan oleh plot analisis korespondensi ordinal mampu merangkum informasi-informasi ordinal pada tampilan grafik yang mudah dipahami.

Selama ini, analisis korespondensi klasik digunakan pada semua jenis data kategorik. Akan tetapi, saat ini sudah ditemukan sebuah metode baru analisis korespondensi yang memperhitungkan struktur ordinal. Analisis korespondensi ordinal ini merupakan metode yang cukup baru sehingga sangat menarik untuk dikaji lebih dalam. Kajian analisis korespondensi selanjutnya bisa menggunakan analisis tabel kontinensi dengan lajur baris dan kolomnya merupakan peubah ordinal.

5. DAFTAR PUSTAKA

Lombardo, R., & Meulman, J. (2010). Multiple Correspondence Analysis Via Polynomial Transformation of Ordered Categorical Variables. *journal of Classification* , 191-210.