



StatMat

Jurnal Statistika dan Matematika



VOL. 2	NO. 2	HALAMAN 103-197	TANGERANG SELATAN JULI 2020
---------------	--------------	----------------------------	--

STATMAT

(Jurnal Statistika dan Matematika)

P- ISSN 2655-3724

E-ISSN 2720-9881

Vol. 2, No. 2, Juli 2020

Dewan Redaksi

Terbit dua kali setahun pada bulan Juli dan Januari. Berisi tulisan yang diangkat dari hasil penelitian, kajian, dan karya ilmiah dalam bidang Statistika dan Matematika.

Penanggung Jawab

Yulianti Rusdiana, S.Si., M.Sc.

Pimpinan Redaksi

Nina Valentika, S.Si., M.Si.

Mitra Bestari

Dr. Casnan, M.Si.

Dr. Hendro Waryanto, S.Si., M.M.

Dra. Sri Nevi Gantini, M.Si.

Syarif Abdullah, S.Si., M.Si.

Ahmad Shulhany, S.Pd., M.Pd., M.Si.

Isnaini Mahuda, S.Pd. M.Si.

Beni Junedi, M.Pd.

Christina Khaidir, M.Pd.

Ikhsan Maulidi, M.Si.

Dewan Redaksi

Alfi Maulani, S.Si., M.Si.

Ilmadi, S.Pd., M.Pd.

Tabah Heri Setiawan, S.Si., M.Pd.

Yulianti Rusdiana, S.Si., M.Sc.

Alamat Redaksi: Jl. Surya Kencana No. 1 Pamulang

Barat- Tangerang Selatan Banten

Telp/Fax. (021) 741 2566 Ext. 1029

e-mail: sm@unpam.ac.id

JURNAL STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)

Penanggung jawab adalah Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pamulang.

PENGANTAR REDAKSI

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kami panjatkan kehadiran Allah Subhanahu Wata'ala, yang telah melimpahkan Rahmat, Taufiq serta Hidayah-Nya sehingga Jurnal Statistika dan Matematika yang diterbitkan di bawah naungan Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pamulang, Volume 2 Nomor 2 Juli 2020 telah terbit.

Jurnal Statistika dan Matematika Universitas Pamulang atau Jurnal STATMAT adalah sarana publikasi artikel ilmiah dan penelitian dengan konsentrasi Statistika, Matematika Murni, Matematika Terapan, Matematika Komputasi, Pendidikan Matematika, dan artikel penelitian lain yang berkaitan dengan Statistika dan Matematika. Kepada segenap penyumbang karya tulis pada terbitan kali ini redaksi memberikan apresiasi dan mengucapkan terima kasih.

Kami ucapkan terima kasih kepada para penulis yang telah mempercayakan tulisannya untuk diterbitkan di Jurnal STATMAT. Semoga penerbitan Jurnal STATMAT dapat kontinu dan konsisten. Pada akhirnya semoga penerbitan Jurnal STATMAT Volume 2 Nomor 2 Juli 2020 memberi manfaat dan tim redaksi mengucapkan selamat membaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Redaksi

DAFTAR ISI

Dewan Redaksi.....	i
Pengantar Redaksi.....	ii
Daftar Isi.....	iii

PENENTUAN PREMI ASURANSI JIWA BERJANGKA 5 TAHUN MENGGUNAKAN MODEL VASICEK DAN MODEL COX-INGERSOLL-ROSS (CIR)

Selfi Artika.....	103
-------------------	-----

MODEL OPTIMASI BEBAN MENGAJAR DOSEN DENGAN MEMINIMUMKAN DEVIASI RATA-RATA BEBAN MENGAJAR

Imam Ekowicaksono dan I Wayan Wiprayoga Wisesa.....	115
---	-----

PENERAPAN ANALISIS CLUSTER DENGAN METODE HIERARKI UNTUK KLASIFIKASI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI MALUKU BERDASARKAN INDIKATOR INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA

M. Y. Matdoan dan M. S. Noya Van Delsen.....	123
--	-----

APLIKASI RANTAI MARKOV PADA PREDIKSI HARI BERSALJU DI BEBERAPA KOTA AMERIKA SERIKAT

Rofiroh, Fika Dara Nurina Firdaus, dan Salim.....	131
---	-----

ANALISIS KESUKSESAN TRANSAKSI MELALUI KARTU KENDALI PROPORSI

Aden, Tabah Heri Setiawan, dan Rini Suryani.....	142
--	-----

KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA SMP MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN *AUDITORY INTELLECTUALLY REPETITION*

Muhammad Abrar, Vina Apriliani, dan Johan Yunus.....	158
--	-----

HIMPUNAN CANTOR $\frac{1}{2^{m-1}}$ YANG DIPERUMUM

Khairunnisa Fadhilla Ramdhania dan Pilipus Neri Agustima 167

PEMODELAN SPASIAL DATA PANEL UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KESEHATAN DI PROVINSI PAPUA

Ira Rosianal Hikmah dan Yulial Hikmah 176

KEMAMPUAN AWAL KALKULUS INTEGRAL MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA KELAS B UNIVERSITAS SANATA DHARMA

Febi Sanjaya 189

PENENTUAN PREMI ASURANSI JIWA BERJANGKA 5 TAHUN MENGUNAKAN MODEL VASICEK DAN MODEL COX-INGERSOLL-ROSS (CIR)

Selfi Artika

Program Studi Informatika, Universitas Teknologi Yogyakarta
Email: selfiartika@yahoo.com

ABSTRACT

*In determining the premium value is influenced by the interest rate. The magnitude of the interest rate is determined by using the rate model of Vasicek and CIR. This research aims to determine the magnitude of interest rate, premium value, and comparisons of premium values of the Vasicek interest rate model and CIR interest rate models. In this research will be conducted calculation of the premium value of life insurance futures 5 years by using interest rate with the first case premium installment payment when the size of constant but different for the two periods and the second case of premium installment when the magnitude increases linearly when the sum insured is $\frac{1}{12}$. The calculation of life insurance premiums generated from the application of Vasicek model and CIR model is no significant difference. **Keywords: premium value, term life insurance, interest rate, Vasicek model, CIR model***

ABSTRAK

Dalam penentuan besaran nilai premi dipengaruhi oleh tingkat suku bunga. Besaran nilai suku bunga ditentukan dengan menggunakan model suku bunga Vasicek dan model suku bunga CIR. Riset ini bertujuan untuk penentuan besaran nilai suku bunga, besaran nilai premi, dan perbandingan besaran nilai premi dari model suku bunga Vasicek dan model suku bunga CIR. Dalam penelitian ini akan dilakukan perhitungan nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun dengan menggunakan nilai suku bunga dengan kasus pertama pembayaran cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode dan kasus kedua cicilan premi saat besaran meningkat secara linear ketika uang pertanggungan dibayarkan di akhir interval $\frac{1}{12}$ tahun. Hasil perhitungan premi asuransi jiwa berjangka yang dihasilkan dari penerapan model Vasicek dan model CIR bernilai positif dan tidak ada perbedaan yang signifikan.

Kata kunci: nilai premi, asuransi jiwa berjangka, suku bunga, model Vasicek, model CIR

1. PENDAHULUAN

Secara umum asuransi tidak asing bagi masyarakat Indonesia. Asuransi yang sering diikuti seperti asuransi kematian, asuransi kesehatan, asuransi pendidikan, asuransi kendaraan dan beberapa asuransi lainnya. Namun dalam hal ini sebagian peserta asuransi merasa keberatan jika harus mengikuti asuransi tersebut dalam waktu seumur hidup, sehingga adanya pilihan yang ditawarkan oleh perusahaan asuransi dengan mengikuti asuransi dalam jangka waktu tertentu saja sesuai dengan kebutuhan berdasarkan aturan yang telah

ditetapkan.

Dengan mengikuti asuransi jiwa berjangka, benefit yang akan diberikan selama jangka waktu tertentu saja (sesuai kesepakatan saat awal memulai asuransi). Pada masa perlindungan, benefit akan dibayarkan apabila terjadi suatu kejadian yang tidak terduga. Kelebihan dari asuransi jiwa berjangka bias memilih berapa jangka waktu yang diinginkan sehingga memiliki fleksibilitas dari pihak tertanggung sesuai dengan kebutuhannya.

Selain jangka waktu yang bisa dipilih oleh peserta asuransi, besaran nilai premi yang akan dibayarkan tiap bulan, $\frac{1}{m}$ bulan atau tiap tahun tahun juga menjadi bahan pertimbangan. Nilai premi untuk mengikuti asuransi dalam jangka waktu tertentu akan hilang sia-sia jika tidak diprediksikan sejak awal. Beberapa pertimbangan yang sering dibicarakan oleh calon peserta asuransi seperti pendapatan tiap bulan, usia, pendidikan, kondisi kesehatan, juga kondisi tempat tinggal.

Dalam penelitian ini, akan dilakukan perhitungan premi asuransi jiwa berjangka per 5 tahun menggunakan besaran tingkat bunga dengan model suku bunga. Model suku bunga yang akan digunakan yaitu model suku bunga Vasicek dan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross (CIR).

Bayazit (2004) mengungkapkan “model suku bunga Vasicek adalah model yang memprediksi pergerakan tingkat bunga untuk waktu berikutnya dengan melihat pergerakan tingkat bunga sebelumnya. Model Vasicek mengikuti fenomena *mean reverting*, yaitu tingkat bunga akan selalu bergerak menuju titik keseimbangan”. Sedangkan Cox *et al* (1985) menyatakan “model CIR menjamin tingkat suku bunga bernilai positif dan memiliki sifat *mean reversion* atau mempunyai kecenderungan kembali menuju rata-rata”.

“Selain dipengaruhi oleh tingkat suku bunga, besarnya premi juga dipengaruhi oleh cara pembayaran uang pertanggungan yang disepakati dalam polis. Dalam pembayaran uang pertanggungan ada tiga macam pembayaran, yaitu uang pertanggungan dibayar di akhir tahun, pada akhir interval $\frac{1}{m}$ tahun dan segera apabila terjadi klaim” (Bowers *et al.* 1997).

Simulasi dalam penentuan besaran tingkat bunga yang akan digunakan pada riset ini digunakan model suku bunga Vasicek dan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Hasil dari model tersebut untuk menentukan besaran nilai premi pada asuransi jiwa berjangka 5 tahun dengan dua kasus. Kasus pertama pembayaran cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode dan kasus kedua cicilan premi saat besaran meningkat secara linear. Nilai Premi yang akan ditentukan untuk kasus uang pertanggungan dibayarkan pada akhir interval $\frac{1}{m}$ tahun.

2. METODOLOGI

2.1 Data

Data yang digunakan dalam riset ini adalah Data suku bunga tahunan Bank Indonesia dari bulan Juni 2013 samapai bulan Juli 2016 dan Tabel Mortalita Indonesia 2011. Model yang digunakan dalam riset ini adalah Model suku bunga Vasicek dan model suku bunga CIR.

2.2 Penentuan model persamaan aktuarial premi asuransi jiwa berjangka.

Persamaan umum aktuarial yang akan digunakan sebagai berikut:

$$E(\text{Nilai sekarang premi}) = E(\text{Nilai sekarang benefit})$$

2.3 Penentuan nilai suku bunga $r(t)$ bulanan dan tahunan menggunakan persamaan model Vasicek dan model CIR

Dengan bantuan *software Matlab*, hasil suku bunga $r(t)$ selama 60 bulan untuk periode bulanan sebagai berikut:

Tabel 1 Nilai rata-rata suku bunga $r(t)$ untuk periode bulanan (periode 60 bulan) model suku bunga Vasicek

m	$r(t)$	m	$r(t)$	m	$r(t)$	m	$r(t)$	m	$r(t)$
0	0.004868								
1	0.005505	13	0.007630	25	0.008507	37	0.008378	49	0.008477
2	0.005623	14	0.007913	26	0.008795	38	0.008096	50	0.008969
3	0.006317	15	0.008378	27	0.009045	39	0.007852	51	0.008893
4	0.006837	16	0.008020	28	0.008780	40	0.008134	52	0.008856
5	0.006690	17	0.008439	29	0.008401	41	0.008355	53	0.008424
6	0.007361	18	0.008401	30	0.008089	42	0.008005	54	0.008287
7	0.007522	19	0.008537	31	0.008462	43	0.008035	55	0.008050
8	0.007453	20	0.009301	32	0.008188	44	0.009007	56	0.008012
9	0.007315	21	0.009060	33	0.007913	45	0.008841	57	0.007921
10	0.007668	22	0.008916	34	0.008401	46	0.008454	58	0.007967
11	0.007936	23	0.008522	35	0.008408	47	0.008073	59	0.008507
12	0.007622	24	0.008545	36	0.008355	48	0.008712	60	0.008180

Tabel 2 Nilai rata-rata suku bunga $r(t)$ untuk periode bulanan (periode 60 bulan) model suku bunga CIR

m	$r(t)$	m	$r(t)$	m	$r(t)$	m	$r(t)$	m	$r(t)$
0	0.004868								
1	0.005104	13	0.006349	25	0.006558	37	0.006550	49	0.006961
2	0.005293	14	0.006434	26	0.006705	38	0.006682	50	0.006821
3	0.005732	15	0.006597	27	0.006682	39	0.006574	51	0.006698
4	0.005975	16	0.006504	28	0.006713	40	0.006566	52	0.006597
5	0.006061	17	0.006597	29	0.006659	41	0.006605	53	0.006643
6	0.006099	18	0.006519	30	0.006589	42	0.006550	54	0.006574
7	0.006209	19	0.006636	31	0.006612	43	0.006473	55	0.006543
8	0.006263	20	0.006535	32	0.006519	44	0.006519	56	0.006752
9	0.006488	21	0.006496	33	0.006434	45	0.006543	57	0.006643
10	0.006418	22	0.006543	34	0.006411	46	0.006682	58	0.006527
11	0.006418	23	0.006667	35	0.006721	47	0.006914	59	0.006558
12	0.006418	24	0.006612	36	0.006643	48	0.006860	60	0.006465

2.4 Penentuan nilai parameter c , θ , dan σ

Penentuan nilai parameter c , θ , dan σ akan dicari berdasarkan data suku bunga tahunan Bank Indonesia dari bulan Juni 2013 sampai bulan Juli 2016 (BI 2017). Dalam kasus ini parameter dihasilkan dengan bantuan simulasi program *software Matlab*. Persamaan yang digunakan untuk mencari nilai parameter dari c , θ , dan σ (Mariana 2015) sebagai berikut:

$$c = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{i=1}^{n-1} r_t \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{(n^2 - 2n + 1 - \sum_{i=1}^{n-1} r_t \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t}) \Delta t}$$

$$\theta = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{i=1}^{n-1} r_t}{(n^2 - 2n + 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{i=1}^{n-1} r_t \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t})}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\theta}{\sqrt{r_t}} + c\sqrt{r_t} \right)^2}$$

2.5 Penentuan nilai rata-rata suku bunga $r(t)$

Model suku bunga Vasicek dan model suku bunga CIR akan menghitung nilai rata-rata suku bunga $r(t)$ menggunakan nilai parameter parameter c , θ , σ . “Persamaan model suku bunga Vasicek” (Brigo *et al.*2006) sebagai berikut:

$$dr(t) = c(\theta - r(t))dt + \sigma dW(t) \quad (1)$$

dan “persamaan model suku bunga CIR” (Brigo *et al.*2006) sebagai berikut:

$$dr(t) = c(\theta - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW(t) \quad (2)$$

2.6 Menghitung Nilai Premi

Besaran nilai suku bunga $r(t)$ akan digunakan pada persamaan model suku bunga Vasicek dan model suku bunga CIR untuk menentukan nilai besaran nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun saat pembayaran cicilan premi dengan besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode dan pembayaran cicilan premi saat besaran meningkat secara linear saat uang pertanggungan dibayar di akhir interval $\frac{1}{12}$ tahun. Dalam penelitian ini akan digunakan asumsi dengan distribusi seragam.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Nilai Parameter

Penggunaan data observasi berupa rata-rata tingkat suku bunga tahunan Bank Indonesia (BI *rate*) mengestimasi nilai parameter dari suku bunga model Vasicek dan CIR. Hasil estimasi parameter yang diperoleh akan digunakan untuk menghitung nilai suku bunga model Vasicek dan suku bunga model CIR dan diperoleh data sebagai berikut: $c = 2.063$, $\theta = 0.0738$ dan $\sigma = 0.2891$.

3.2 Nilai Premi

Dalam penentuan besaran nilai premi pada kasus pertama diilustrasikan akan dihitung nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun, dengan 2 tahun pertama disebut periode 1 dan 3 tahun berikutnya sebagai periode 2, sedangkan pada kasus kedua yaitu menghitung nilai cicilan premi yang meningkat secara linear juga digunakan asuransi jiwa berjangka waktu 5 tahun, dimana penambahan nilai premi akan meningkat linear setiap tahun selama jangka waktu per 5 tahun.

Angka harapan hidup ada pada angka 70,1 tahun untuk penduduk Indonesia menurut data sensus BPS 2018, sehingga nilai besaran premi akan dihitung dari usia 0 sampai 70 tahun dalam hitungan per lima tahun untuk setiap tingkatan tahunnya. Penduduk laki-laki dan perempuan yang akan dilakukan perhitungan berdasarkan Tabel Mortalita Penduduk Indonesia tahun 2011.

3.3 Nilai Cicilan Premi saat Besaran Konstan tapi Berbeda untuk Dua Periode dengan Model Vasicek dan CIR

Penentuan nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun dengan pembayaran cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode saat benefit dibayarkan di akhir interval $\frac{1}{12}$ tahun dan anuitas premi di awal interval $\frac{1}{12}$ tahun digunakan persamaan berikut:

$$P = \frac{A_{x:n_1}^{1(m)} + 2 A_{x+n_1:n_1}^{1(m)} E_x}{\ddot{a}_{x:n}^{(m)}} \quad (3)$$

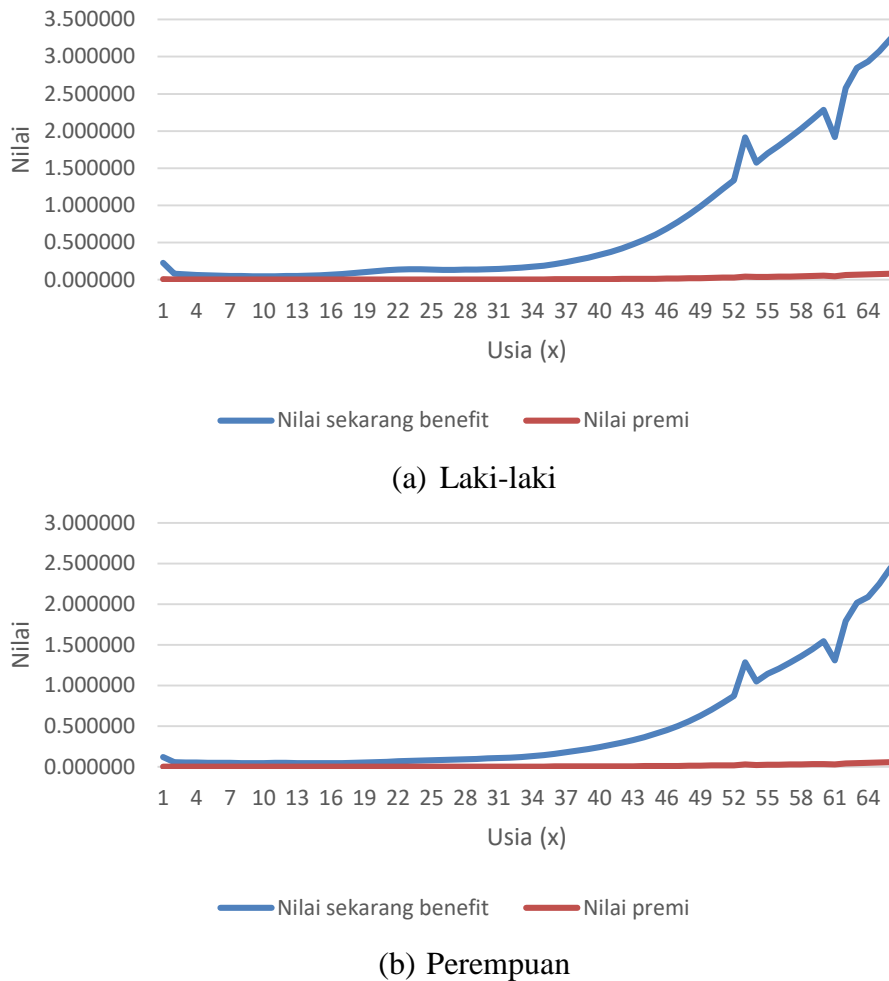
3.4 Nilai Cicilan Premi saat Besaran Meningkatkan Secara Linear dengan Model Vasicek dan CIR

Penentuan nilai premi asuransi jiwa berjangka tahun dengan pembayaran cicilan premi saat besaran meningkat secara linear ketika benefit dibayarkan di akhir interval $\frac{1}{12}$ tahun dan anuitas premi di awal interval $\frac{1}{12}$ tahun digunakan persamaan berikut:

$$P = \frac{(IA)_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}^{(m)}} \quad (4)$$

3.5 Nilai Cicilan Premi saat Besaran Konstan tapi Berbeda untuk Dua Periode dengan Model Vasicek dan CIR

Dengan menggunakan persamaan (3), nilai sekarang benefit dan nilai premi untuk asuransi jiwa berjangka 5 tahun pada kasus yang pertama dengan pembayaran cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode ketika benefit dibayarkan di akhir interval $\frac{1}{12}$ tahun dan anuitas preminya di awal interval $\frac{1}{12}$ tahun dengan metode Vasicek dan CIR. Nilai sekarang benefit dan nilai preminya yang dihasilkan dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1 Nilai cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode dengan model Vasicek

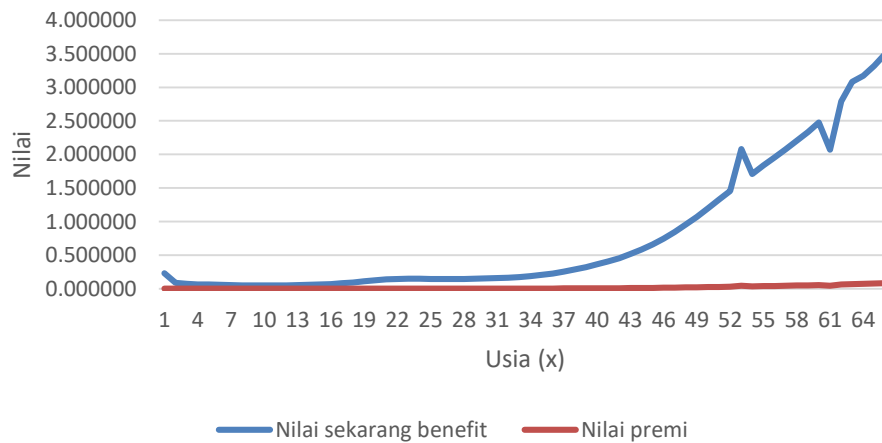
Berdasarkan grafik pada Gambar 1, maka dapat dijelaskan bahwa:

Pada laki-laki:

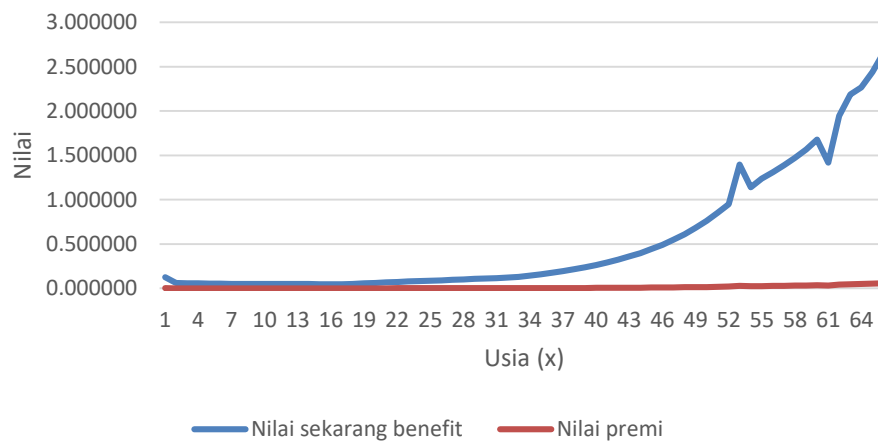
- Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 0.224683 menjadi 0.026580, saat usia 10 tahun sampai 22 tahun mengalami kenaikan dari 0.026580 sampai 0.139486, saat usia 23 tahun sampai 26 tahun mengalami penurunan dari 0.139486 menjadi 0.132405, saat usia 26 tahun sampai 59 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.132405 sampai 2.285657, turun saat usia 60 tahun menjadi 1.917406, saat usia 60 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 1.917406 menjadi 3.239388.
- Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 7 tahun mengalami penurunan dari 0.004801 menjadi 0.001014, naik saat usia 8 tahun sampai 0.001147, dan turun usia 10 tahun menjadi 0.000976, saat usia 10 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 0.000976 sampai 0.078625.

Pada perempuan:

- a. Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 9 tahun mengalami penurunan dari 120622 menjadi 0.045194, saat usia 9 tahun sampai 11 tahun mengalami kenaikan dari 0.045194 sampai 0.047244, saat usia 11 tahun sampai 15 tahun mengalami penurunan dari 0.047244 menjadi 0.042760, saat usia 15 tahun sampai 65 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.042760 sampai 2.447568.
- b. Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 7 tahun mengalami penurunan dari 0.002549 menjadi 0.000962, naik saat usia 8 tahun sampai 0.001108, saat usia 8 tahun sampai 15 tahun mengalami penurunan dari 0.001108 menjadi 0.000901, saat usia 15 tahun sampai usia 65 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.000901 sampai 0.056214.



(a) Laki-laki



(b) Perempuan

Gambar 2 Nilai cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode dengan model CIR

Berdasarkan grafik pada Gambar 2, maka dapat dijelaskan bahwa:

Pada laki-laki:

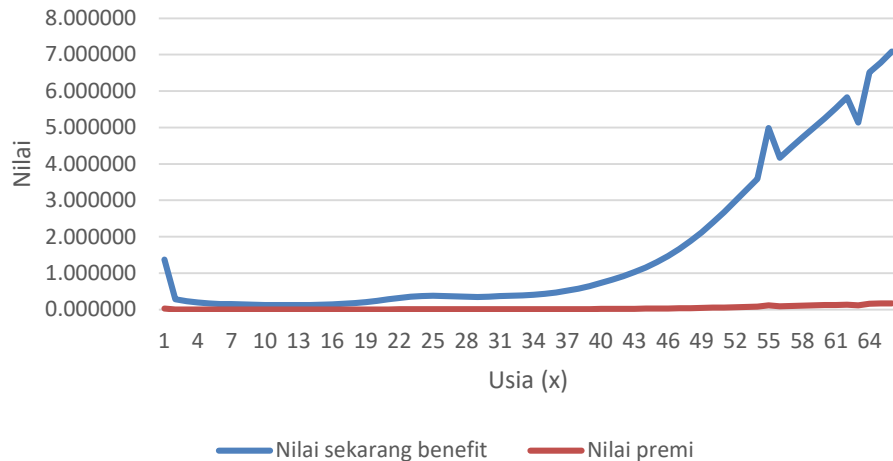
- a. Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 0.231886 menjadi 0.050543, saat usia 10 tahun sampai 22 tahun mengalami kenaikan dari 0.050543 sampai 0.151513, saat usia 22 tahun sampai 26 tahun mengalami penurunan dari 0.151513 menjadi 0.143522, saat usia 26 tahun sampai 52 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.143522 sampai 2.081511, turun kembali saat usia 53 menjadi 1.709469, saat usia 53 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan sampai 3.498494.
- b. Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 0.004760 menjadi 0.001017, saat usia 10 tahun sampai 22 tahun mengalami kenaikan dari 0.001017 sampai 0.003058, saat usia 22 tahun sampai 26 tahun mengalami penurunan dari 0.003058 menjadi 0.002904, saat usia 26 tahun sampai 52 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.002904 sampai 0.044383, turun kembali saat usia 53 menjadi 0.036118, saat usia 53 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan sampai 0.081923.

Pada perempuan:

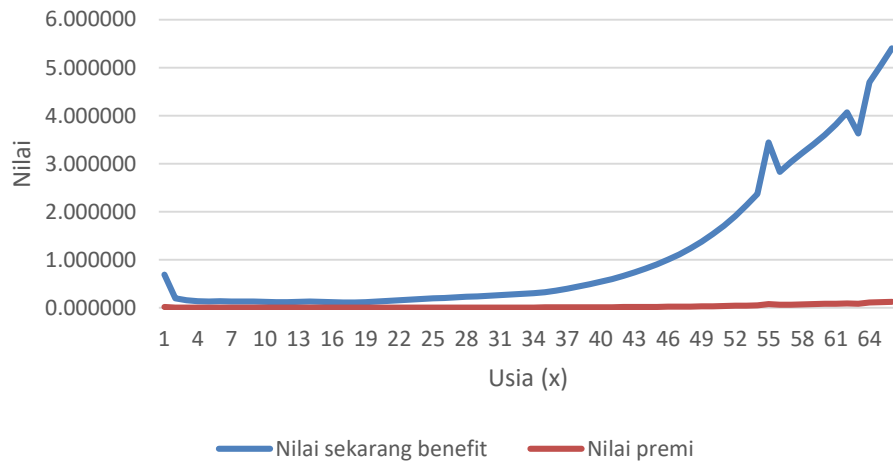
- a. Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 9 tahun mengalami penurunan dari 0.125488 menjadi 0.049009, saat usia 9 tahun sampai 11 tahun mengalami kenaikan dari 0.049009 sampai 0.051303, saat usia 11 tahun sampai 15 tahun mengalami penurunan dari 0.051303 menjadi 0.046340, saat usia 15 tahun sampai 52 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.046340 sampai 1.397195, turun saat usia 53 tahun menjadi 1.139263, saat usia 63 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan kembali dari 1.139263 sampai 2.653354.
- b. Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 9 tahun mengalami penurunan dari 0.002547 menjadi 0.000986, saat usia 9 tahun sampai 11 tahun mengalami kenaikan dari 0.000986 sampai 0.001033, saat usia 11 tahun sampai 15 tahun mengalami penurunan dari 0.001033 menjadi 0.000932, saat usia 15 tahun sampai 52 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.000932 sampai 0.029093, turun saat usia 53 tahun menjadi 0.2023610, saat usia 53 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan kembali dari 0.2023610 sampai 0.058690.

3.6 Nilai Cicilan Premi saat Besaran Meningkat Secara Linear dengan Model Vasicek dan CIR

Dengan menggunakan persamaan (4), nilai sekarang benefit dan nilai premi untuk asuransi jiwa berjangka 5 tahun untuk kasus yang kedua dengan pembayaran cicilan premi saat besaran meningkat secara linear ketika benefit dibayarkan di akhir interval $\frac{1}{12}$ tahun dan anuitas preminya di awal interval $\frac{1}{12}$ tahun. Perhitungan nilai sekarang benefit dan nilai premi yang dihasilkan dapat dilihat pada Gambar 3 dan Gambar 4.



(a) Laki-laki



(b) Perempuan

Gambar 3 Nilai cicilan premi saat besaran meningkat secara linear dengan model Vasicek

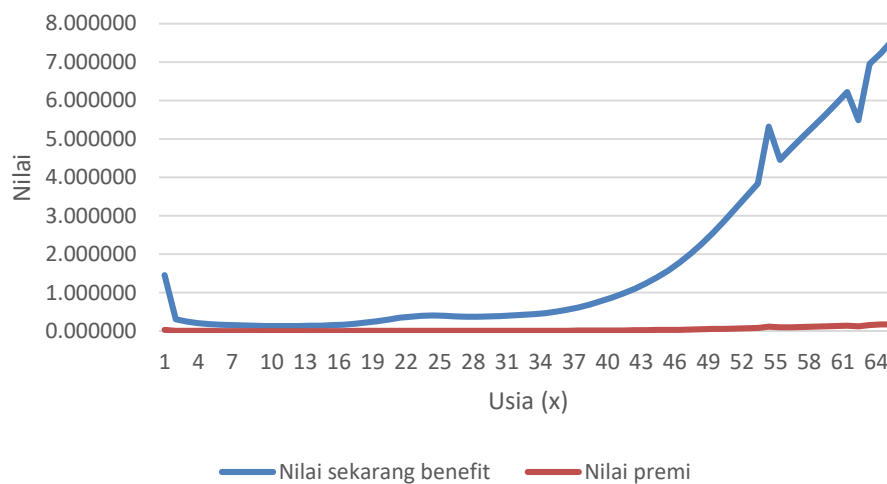
Berdasarkan grafik pada Gambar 3, maka dapat dijelaskan bahwa:

Pada laki-laki:

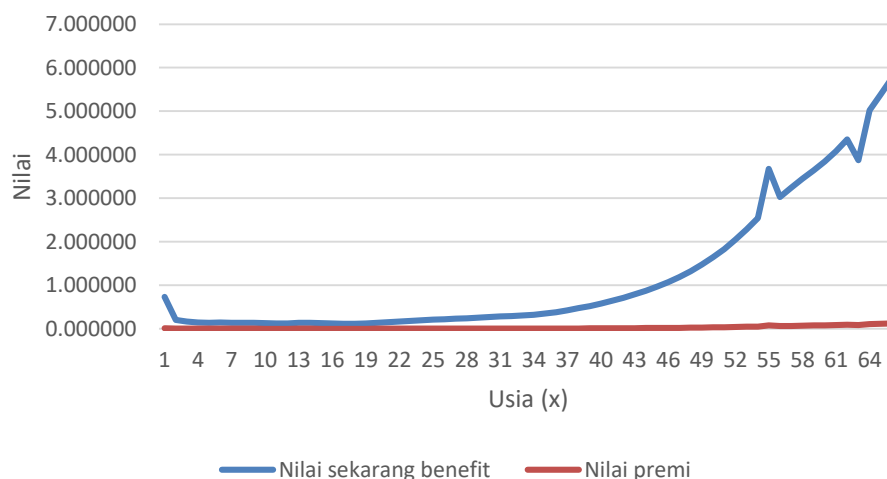
- Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 1.373786 menjadi 0.122963, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.122963 sampai 4.982714, turun saat usia 55 tahun menjadi 4.168245, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun mengalami kenaikan dari 4.168245 sampai 5.826922, turun saat usia 62 tahun menjadi 5.136443, dan saat usia 62 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 5.136443 sampai 7.088553.
- Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 0.029354 menjadi 0.002576, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.002576 sampai 0.113092, turun saat usia 55 tahun menjadi 0.093673, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun mengalami kenaikan dari 0.093673 sampai 0.137416, turun saat usia 62 tahun menjadi 0.120153, dan saat usia 62 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 0.120153 sampai 0.172050.

Pada perempuan:

- a. Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 0.689330 menjadi 0.117940, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.117940 sampai 3.439878, turun saat usia 55 tahun menjadi 2.829267, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun mengalami kenaikan dari 2.829267 sampai 4.067643, turun saat usia 62 tahun menjadi 3.626538, dan saat usia 62 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 3.626538 sampai 5.398925.
- b. Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 0.014566 menjadi 0.002470, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.002470 sampai 0.075725, turun saat usia 55 tahun menjadi 0.061893, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun mengalami kenaikan dari 0.061893 sampai 0.091540, turun saat usia 62 tahun menjadi 0.081371, dan saat usia 62 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 0.081371 sampai 0.123998.



(a) Laki-laki



(b) Perempuan

Gambar 4 Nilai cicilan premi saat besaran meningkat secara linear dengan model CIR

Berdasarkan grafik pada Gambar 4, maka dapat dijelaskan bahwa:

Pada laki-laki:

- a. Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 10 tahun mengalami penurunan dari 1.457209 menjadi 0.131617, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa mengalami kenaikan dari 0.131617 sampai 5.323566, turun saat usia 55 tahun menjadi 4.457045, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun mengalami kenaikan dari 4.457045 sampai 6.220802, turun saat usia 62 tahun menjadi 5.483540, dan saat usia 62 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 5.483540 sampai 7.552413.
- b. Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai 7 tahun mengalami penurunan dari 0.014855 menjadi 0.002838, naik saat usia 8 tahun sampai 0.003177, menurun saat usia 10 tahun menjadi 0.002541, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa meningkat dari 0.002541 sampai 0.077890, turun kembali saat usia 55 tahun menjadi 0.063695, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun meningkat dari 0.063695 sampai 0.094228, turun kembali saat usia 62 tahun menjadi 0.083681, dan saat usia 65 tahun sampai 70 tahun mengalami kenaikan dari 0.083681 sampai 0.127573.

Pada perempuan:

- a. Nilai sekarang benefit saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai usia 4 tahun mengalami penurunan dari 0.731864 menjadi 0.141610, naik saat usia 5 tahun sampai 0.144002, saat usia 5 tahun sampai 10 tahun mengalami penurunan dari 0.144002 menjadi 0.126317, saat usia 10 tahun sampai 61 tahun mengalami kenaikan dari 0.126317 sampai 4.350078, turun saat usia 62 tahun menjadi 3.875447, dan saat usia 62 tahun sampai 65 tahun mengalami kenaikan dari 3.875447 sampai 5.767470.
- b. Nilai premi saat usia 0 tahun (baru lahir) sampai 7 tahun mengalami penurunan dari 0.014855 menjadi 0.002838, naik saat usia 8 tahun sampai 0.003177, menurun saat usia 10 tahun menjadi 0.002541, saat usia 10 tahun sampai 54 tahun senantiasa meningkat dari 0.002541 sampai 0.077890, turun kembali saat usia 55 tahun menjadi 0.063695, saat usia 55 tahun sampai 61 tahun meningkat dari 0.063695 sampai 0.094228, turun kembali saat usia 62 tahun menjadi 0.083681, dan saat usia 65 tahun sampai 70 tahun mengalami kenaikan dari 0.083681 sampai 0.127573.

4. SIMPULAN

Penentuan besaran tingkat bunga dalam menghitung nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun berhasil diterapkan dengan menggunakan model suku bunga Vasicek dan model suku Bunga CIR. Dalam penelitian ini, secara keseluruhan besaran nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun bernilai positif, baik pada kasus cicilan premi saat besaran konstan tapi berbeda untuk dua periode maupun pada kasus ketika cicilan premi saat besaran meningkat secara linear. Hasil perhitungan besaran nilai premi asuransi jiwa berjangka 5 tahun menghasilkan angka yang tidak berjauhan baik nilai sekarang benefit maupun anuitasnya dengan tingkat ketelitian enam angka di belakang koma sehingga tidak ada perbedaan yang signifikan. Rata-rata yang dihasilkan dari perbandingan nilai sekarang benefit 50 kali lebih besar daripada nilai preminya.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Bayazit D. 2004. *Yiel Curve Estimation and Prediction with Vasicek Model*. The Midle East Technical University, Ankara.
- Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America.
- [BI] Bank Indonesia. 2017. *BI 7-day (Reverse) Repo Rate* [Internet]. [diunduh 2017 Maret 14]. Tersedia pada: <https://www.bi.go.id/id/moneter/bi-7day-RR/data/Contents/Default.aspx>
- [BPS] Badan Pusat Statistik. 2018. *Angka Harapan Hidup Penduduk Beberapa Negara tahun 1995-2015* [Internet]. [diunduh 2018 April 11]. Tersedia pada: <https://www.bps.go.id/statictable/2014/09/22/1517/angka-harapan-hidup-penduduk-beberapa-negara-tahun-1995-2015.html>
- Brigo D, Mercurio F. 2006. *Interest Rate Models –Theory and Practice*. Springer-Verlag, Germany.
- Cox JC, Ingersoll JE, Ross SA. 1985. *A theory of the term structure of interst rate*. *Econometrica*, 53(3): 385-408.
- Mariana E, Apriliani E, Surjanto SD. 2015. Estimasi Parameter pada Model Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) Menggunakan Kalman Filter untuk Menentukan Harga *Zero Coupon Bond*. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. 4:2337-3520.

MODEL OPTIMASI BEBAN MENGAJAR DOSEN DENGAN MEMINIMUMKAN DEVIASI RATA-RATA BEBAN MENGAJAR

Imam Ekowicaksono^{1)*}, I Wayan Wiprayoga Wisesa²⁾

¹Teknik Informatika, Institut Teknologi Sumatera
Email: imam.wicaksono@if.itera.ac.id

²Teknik Informatika, Institut Teknologi Sumatera
Email: wayan.wisesa@if.itera.ac.id

ABSTRACT

At the beginning of each semester, the faculty member will determine the teaching load for each lecturer. Teaching load assigned for each lecturer is carried out by considering the lecturers' courses and scientific groups. In addition, the assignment method for teaching load consider the balance of the average teaching load. This study investigate the teaching load assignment problem considering the balance of the teaching load for each lecturer. The linear programming model is used to model the teaching load of lecturers. This teaching load model was applied at the Informatics Program, Institut Teknologi Sumatera for the even semester. The model yields a minimum total deviation of the average teaching load of lecturers is 8.05 credits, calculated using the branch and bound algorithm with 7,258,538 iterations.

Keywords: *Teaching assignment, Branch and bound, Linear programming.*

ABSTRAK

Setiap awal semester, setiap program studi akan menentukan beban mengajar setiap dosen. Perhitungan beban mengajar setiap dosen dilakukan dengan mempertimbangkan mata kuliah dan kelompok keilmuan dosen tersebut. Selain itu, perhitungan beban mengajar dosen akan mempertimbangkan keseragaman rata-rata beban mengajar dosen. Penelitian ini bertujuan memodelkan secara matematis beban mengajar dosen dengan memperhatikan keseragaman beban mengajar setiap dosen. Model pemrograman linear digunakan untuk memodelkan beban mengajar dosen. Model beban mengajar ini diaplikasikan di Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Sumatera untuk semester genap. Hasil yang diperoleh, deviasi minimum total rata-rata beban mengajar dosen adalah 8.05 SKS yang dikalkulasikan menggunakan algoritma *branch and bound* dengan 7.258.538 iterasi.

Kata kunci: *Beban mengajar dosen, branch and bound, linear programming*

1. PENDAHULUAN

Penentuan beban mengajar dosen merupakan hal yang selalu dilakukan oleh program studi di kampus-kampus di Indonesia. Dalam pelaksanaannya, perhitungan beban mengajar dosen masih dilakukan secara manual berdasarkan bidang minat dan

keilmuan dosen terhadap mata kuliah tertentu. Perhitungan beban mengajar dosen dilakukan dengan memerhatikan beban mengajar maksimum yang dapat diampu oleh seorang dosen. Menurut Dirjen Dikti (2010), beban mengajar maksimum yang dapat diampu oleh seorang dosen ditambah dengan kegiatan penelitian adalah 16 SKS.

Masalah penentuan beban mengajar dosen ini dapat dipandang sebagai suatu permasalahan penjadwalan, dimana terdapat dua entitas, yaitu dosen dan mata kuliah, yang akan dipasangkan sesuai dengan bidang keahliannya. Masalah pemasangan dosen dengan mata kuliah dapat dipandang sebagai permasalahan kombinasi dari dosen dengan mata kuliah. Permasalahan kombinasi tersebut dapat dimodelkan kedalam bentuk pemrograman linear (mahmudy, 2006). Model pemrograman linear terdiri dari 3 (tiga) komponen dasar, yaitu variabel keputusan, fungsi obyektif (tujuan) dan kendala.

Pada penelitian sebelumnya, fungsi obyektif yang digunakan adalah memaksimalkan total biaya (tingkat kesukaan dosen terhadap mata kuliah tertentu) (Mahmudy, 2006), kesesuaian keminatan mayor dan minor dosen dengan mata kuliah (Nopianti, 2019), kesesuaian kompetensi dan pemerataan pembagian tugas mengajar antara satu dosen dengan dosen yang lain (Janah, 2016) serta meminimumkan tingkat kesalahan dalam memasangkan dosen dengan mata kuliah yang sesuai dengan bidang peminatannya. Penelitian Mahmudy (2006), Nopianty (2019), Dewanti (2018) dan Janah (2016) menggunakan algoritma genetika untuk menyelesaikan permasalahan penentuan beban mengajar dosen, sedangkan Abduh (2017) menggunakan algoritma *particle swarm optimization* (PSO) untuk menyelesaikan permasalahan optimasi beban mengajar dosen.

Pada penelitian ini, model optimasi beban mengajar dosen akan dibangun menggunakan model pemrograman linear dengan fungsi obyektif meminimumkan deviasi rata-rata beban mengajar antar dosen. Fungsi obyektif ini akan dimodelkan dengan teknik *linear programming*.

2. METODOLOGI

2.1. Model Penugasan

Masalah penugasan merupakan kasus spesial dari masalah transportasi dimana penentu keputusan menginginkan untuk menugaskan sejumlah pekerjaan kepada sejumlah pekerja secara satu per satu, sehingga tidak ada pekerja yang mendapatkan lebih dari 1 pekerjaan dan setiap pekerjaan hanya dikerjakan tidak lebih dari seorang pekerja. Total biaya untuk mengerjakan seluruh pekerjaan kepada setiap pekerja harus diminimumkan. Masalah penugasan dapat direpresentasikan sama dengan masalah transportasi dengan mengasumsikan bahwa (Sarker, 2008):

- a. Setiap pekerjaan adalah titik asal
- b. Setiap pekerja adalah titik tujuan
- c. Terdapat tepat satu penawaran untuk setiap titik asal
- d. Terdapat tepat satu permintaan untuk setiap titik tujuan
- e. Biaya transportasi sama dengan biaya penugasan

2.2. Linear Programming

Masalah pemrograman linear adalah sebuah permasalahan optimasi yang memenuhi kriteria berikut (Winston, 2004):

- Bertujuan untuk memaksimalkan (atau meminimumkan) sebuah fungsi linear dari variabel keputusan. Fungsi ini disebut sebagai fungsi obyektif (*objective function*).
- Nilai variabel keputusan harus memenuhi kendala-kendala tertentu. Setiap kendala harus berupa persamaan atau pertidaksamaan linear.
- Pembatas tanda diinisialisasikan ke setiap variabel keputusan. Untuk setiap variabel keputusan x_{ij} , pembatas tanda mensyaratkan bahwa x_{ij} harus berupa tak negatif ($x_{ij} \geq 0$) atau tidak ada batasan tanda.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model Persamaan linear

Beban mengajar dosen merupakan masalah yang dapat dimodelkan ke dalam bentuk pemrograman linear. Permasalahan ini bertujuan untuk mencari pasangan dosen yang akan mengajar mata kuliah tertentu yang memaksimalkan kapabilitas dosen dalam mengajar mata kuliah tersebut. Selain itu, model akan meminimumkan deviasi beban mengajar antar dosen.

3.1.1. Parameter dan Variabel Model

Penelitian ini menggunakan beberapa himpunan untuk menggambarkan entitas yang digunakan. Entitas dosen dilambangkan dengan himpunan \mathbf{L} , entitas mata kuliah dilambangkan dengan \mathbf{S} dan entitas kelas dilambangkan dengan \mathbf{C} . Selain himpunan, terdapat beberapa parameter yang digunakan dalam penelitian. Parameter p dan q merupakan parameter yang merepresentasikan beban mengajar minimum dan maksimum yang dapat diampu oleh seorang dosen. r adalah banyaknya dosen yang dapat mengajar pada satu mata kuliah di kelas-kelas paralel, sedangkan u adalah parameter yang menyatakan maksimum jumlah mata kuliah yang dapat diajarkan oleh seorang dosen. Parameter v menggambarkan jumlah maksimum kelas paralel yang dapat diampu oleh seorang dosen di mata kuliah yang sama. SKS_j merupakan beban SKS pada mata kuliah j .

Variabel yang digunakan dalam penelitian adalah x_{ijk} , y_{ij} dan st_i . Variabel x_{ijk} , y_{ij} dan st_i adalah variabel yang bernilai biner.

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{jika dosen } i \text{ mengajar mata kuliah } j \text{ di kelas } k; \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}; \quad \forall i \in \mathbf{L}, j \in \mathbf{S}, k \in \mathbf{C},$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika dosen } i \text{ mengajar mata kuliah } j; \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}; \quad \forall i \in \mathbf{L}, j \in \mathbf{S},$$

$$st_i = \begin{cases} 1, & \text{jika dosen } i \text{ aktif mengajar;} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}; \quad \forall i \in \mathbf{L},$$

d_i^+ adalah variabel total SKS deviasi untuk beban mengajar dosen yang lebih besar dari rata-rata beban mengajar seluruh dosen,

d_i^- adalah variabel total SKS deviasi untuk beban mengajar dosen yang lebih kecil dari rata-rata beban mengajar seluruh dosen.

3.1.2. Fungsi Obyektif

Model optimasi beban mengajar dosen mempunyai fungsi objektif untuk meminimumkan deviasi beban mengajar antar dosen.

$$\text{Max } z = \sum_{i=1}^l (d_i^+ + d_i^-) \quad (1)$$

Model optimasi ini memiliki kendala sebagai berikut:

1. Variabel beban SKS yang dibebankan kepada dosen i (b_i) dihitung dengan jumlah SKS yang dibebankan kepada dosen tersebut.

$$\sum_{i=1}^l x_{ijk} \times st_i \times SKS_j = b_i, \quad \forall j \in \mathbf{S}, k \in \mathbf{C} \quad (2)$$

2. Rata-rata SKS beban mengajar dosen (\bar{b}) ditentukan dengan menjumlahkan semua beban dosen dibagi dengan jumlah dosen.

$$\sum_{i=1}^l x_{ijk} \times st_i \times SKS_j = b_i \times \bar{b}, \quad \forall j \in \mathbf{S}, k \in \mathbf{C} \quad (3)$$

3. Selisih total beban SKS setiap dosen dengan rata-rata beban SKS dosen.

$$b_i - \bar{b} - d_i^+ + d_i^- = 0, \quad \forall i \in \mathbf{L} \quad (4)$$

4. Setiap mata kuliah j di kelas k diajar oleh 1 orang dosen.

$$\sum_{i=1}^l x_{ijk} \leq 1, \quad \forall j \in \mathbf{S}, k \in \mathbf{C} \quad (5)$$

5. Setiap dosen mengajar minimal p SKS dan maksimal q SKS.

$$p \times st_i \leq \sum_{j,k=1}^{s,c} x_{ijk} \times st_i \leq q \times st_i, \quad \forall i \in \mathbf{L} \quad (6)$$

6. Variabel keputusan x_{ijk} dan y_{ij} bernilai biner.

$$x_{ijk}, y_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in \mathbf{L}, j \in \mathbf{S}, k \in \mathbf{C} \quad (7)$$

7. Variabel d_i^+ dan d_i^- bernilai positif.

$$d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall i \in L \quad (8)$$

3.2. Studi Kasus

Pada bagian studi kasus akan digunakan data penugasan mengajar pada Program Studi Teknik Informatika, Institut Teknologi Sumatera. Setiap dosen dipetakan kapabilitas mengajar mata kuliah tertentu sesuai dengan kelompok keahliannya. Jumlah dosen yang mengajar pada semester genap sebanyak 21 orang, dan jumlah mata kuliah yang dibuka di semester genap sebanyak 19 mata kuliah. Detail dosen dan mata kuliah beserta SKS dan banyaknya kelas paralel yang dibuka pada semester genap diberikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1 Dosen aktif mengajar

Dosen	Dosen
RAY	MIR
RHA	AIC
RIK	MCT
AZR	ANS
ALR	MPS
HBF	MCU
IEW	OKT
IWW	AFO
HTA	IFA
AWJ	AAF
AIQ	

Tabel 2 Mata kuliah semester genap

Mata Kuliah	SKS	# Kelas Paralel
Algoritma dan Pemrograman II	3	4
Pemrograman Berorientasi Objek	4	4
Strategi Algoritma	3	4
Sistem Operasi	3	4
Basis Data	3	4
Dasar Rekayasa Perangkat Lunak	2	4
Probabilitas dan Statistika	3	4
Pengembangan Aplikasi Mobile	3	4
Proyek Perangkat Lunak	4	4
Kewirausahaan	2	4
Kapita Selekt Informatika	3	4

Socio Informatika dan Etika Profesi	2	4
Keamanan Jaringan	3	1
Data Warehouse / Data Mining	3	1
Pervasive Computing	3	1
Visualisasi Data dan Informasi	3	1
Pemrograman Web Lanjut	3	1
Pengolahan Sinyal Digital	3	1
Information Retrieval (Perolehan Informasi)	3	1

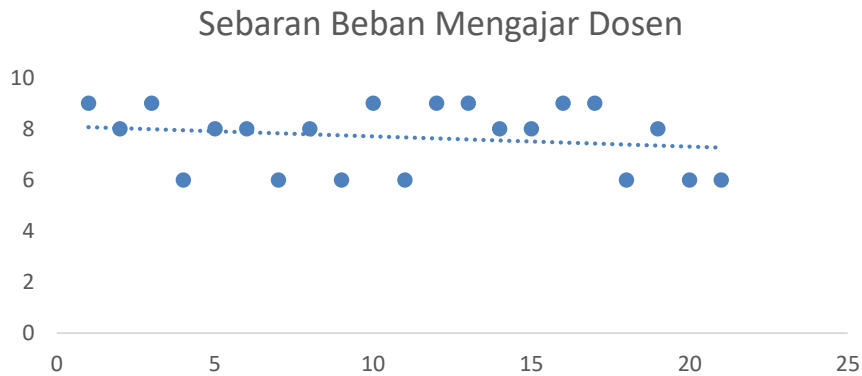
Dengan menggunakan algoritma branch and bound dengan 7258538 iterasi, didapatkan total deviasi minimum beban mengajar dosen sebesar 8.05 SKS. Sebaran beban mengajar dosen yang dihasilkan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Hasil beban dan deviasi mengajar dosen

Dosen	Beban	d_i^-	d_i^+
RAY	9	0	0.95
RHA	8	0.05	0
RIK	9	0	0.95
AZR	6	2.05	0
ALR	8	0.05	0
HBF	8	0.05	0
IEW	6	2.05	0
IWW	8	0.05	0
HTA	6	2.05	0
AWJ	9	0	0.95
AIQ	6	2.05	0
MIR	9	0	0.95
AIC	9	0	0.95
MCT	8	0.05	0
ANS	8	0.05	0
MPS	9	0	0.95
MCU	9	0	0.95
OKT	6	2.05	0
AFO	8	0.05	0
IFA	6	2.05	0
AAF	6	2.05	0

Pada Tabel 3 dapat disimpulkan bahwa beban mengajar yang diampu setiap dosen hampir seragam dengan beban mengajar minimum sebanyak 6 SKS dan beban mengajar maksimum sebesar 9 SKS. Selisih antara beban mengajar minimum dan beban mengajar maksimum sebesar 3 SKS. Rata-rata beban mengajar dosen sebesar 7.67 SKS. Hal ini berarti selisih antara rata-rata beban mengajar dengan beban mengajar minimum dosen sebesar 1.67

dan selisih rata-rata beban mengajar dengan beban mengajar maksimum dosen sebesar 1.33. Sebaran beban mengajar dosen secara visual dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Sebaran beban mengajar dosen

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, model optimasi beban mengajar dosen ini dapat menyelesaikan masalah penugasan beban mengajar dosen. Model optimasi ini menghasilkan solusi optimum menggunakan algoritma *branch and bound*. Solusi optimum yang didapat dari model optimasi beban mengajar dosen, dihasilkan dengan memasang dosen dengan kelas per mata kuliah yang menghasilkan kombinasi yang optimum.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Abduh, M; Regasari,R ; Putri, M; Muflikhah, L. 2017. Optimasi Pembagian Tugas Dosen Pengampu Mata Kuliah Dengan Metode Particle Swarm Optimization. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer (J-PTIIK) Universitas Brawijaya*, 1(10):989–999.
- Dewanti, R; Novianingsih, K; Agustina, F. 2018. Penyelesaian Masalah Penugasan Dosen Pada Mata Kuliah Menggunakan Algoritma Genetika (Studi Kasus di Departemen Pendidikan Matematika Fpmipa Upi). *Jurnal EurekaMatika*, 6(1): 43–53.
- Dikti, D. 2010. *Pedoman beban kerja dosen dan evaluasi pelaksanaan tridharma perguruan tinggi*.
- Mahmudy, W.F. 2006. Penerapan algoritma genetika pada optimasi model penugasan. *Natural*, 10 No.3(January 2006):197–207.
- Sarker, R. A. & Newton, C. S., 2008. Optimization modelling : a practical introduction. In *Cambridge university Press* (Vol. 53, Issue 9). CRC Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

Winston, W.L; Goldberg, J.B. 2004. *Operations research: applications and algorithms*, volume 3. Thomson Brooks/Cole Belmont.

PENERAPAN ANALISIS CLUSTER DENGAN METODE HIERARKI UNTUK KLASIFIKASI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI MALUKU BERDASARKAN INDIKATOR INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA

M. Y. Matdoan^{1)*}, M. S. Noya Van Delsen²⁾

¹⁾Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Pattimura
Email: yahya.matdoan@fmipa.unpatti.ac.id

²⁾Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Pattimura
Email: marlonnvd@gmail.com

ABSTRACT

Human Development Index is an indicator used to measure one important aspect related to the quality of the results of economic development, namely the degree of human development. HDI in Maluku Province from year to year always increases. But always below the national rate. This is due to development that was not carried out evenly and not on target. Cluster analysis is a multivariate method that has a purpose for grouping, where a group has relatively similar characteristics (homogeneous), while between groups have different characteristics. This research shows that the best method in the analysis of cluster hierarchies is the ward's method. Therefore, 4 clusters were obtained in HDI in Maluku Province which included HDI with a high category, namely Kota Ambon, continued HDI with a medium category, namely Maluku Tengah Regency, then HDI with a low category, namely Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat and Kota Tual, Continuing HDI with very low categories, Kepulauan Tanimbar Regency, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya and Buru Selatan Regency.

Keywords: *Human Development Index, Cluster, Hierarchy*

ABSTRAK

IPM merupakan indikator yang digunakan untuk mengukur salah satu aspek penting yang berkaitan dengan kualitas dari hasil pembangunan ekonomi, yakni derajat perkembangan manusia. IPM di Provinsi Maluku dari tahun ke tahun selalu mengalami peningkatan. Namun selalu di berada di bawah angka nasional. Hal ini disebabkan karena pembangunan yang tidak terlaksana secara merata dan tidak tepat sasaran. Analisis *cluster* merupakan metode multivariat yang mempunyai tujuan untuk pengelompokkan, dimana suatu kelompok mempunyai ciri yang relatif sama (*homogen*), sedangkan antar kelompok memiliki ciri yang berbeda. Penelitian ini diperoleh hasil bahwa metode terbaik dalam analisis cluster hierarki adalah metode ward's. Oleh Karena itu, diperoleh 4 cluster pada IPM di Provinsi Maluku yang meliputi IPM dengan kategori tinggi yaitu Kota Ambon, selanjutnya IPM dengan kategori sedang yaitu Kabupaten Maluku Tengah, selanjutnya IPM dengan kategori rendah yaitu Kabupaten Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat dan Kota Tual, Selanjutnya IPM dengan kategori sangat rendah yaitu Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya dan Kabupaten Buru Selatan.

Kata kunci: Indeks Pembangunan Manusia, Cluster, Hierarki

1. PENDAHULUAN

Pencapaian pembangunan ekonomi suatu wilayah dipengaruhi oleh proses pembangunan manusia. Pencapaian tersebut tidak terlepas dari seberapa besar kualitas manusia di suatu wilayah. Indikator yang bisa mengukur kualitas manusia disuatu daerah yaitu dengan Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM merupakan indikator yang digunakan untuk mengukur salah satu aspek penting yang berkaitan dengan kualitas dari hasil pembangunan ekonomi, yakni derajat perkembangan manusia. IPM mempunyai tiga unsur yaitu kesehatan, pendidikan yang dicapai, dan standar kehidupan atau sering disebut ekonomi. Jadi ketiga unsur ini sangat penting dalam menentukan tingkat kemampuan suatu provinsi untuk meningkatkan IPMnya. Ketiga unsur tersebut tidak berdiri sendiri, melainkan saling memengaruhi satu sama yang lainnya (Tangga R et.al 2013). Selain itu juga dipengaruhi oleh faktor-faktor lain, seperti ketersediaan kesempatan kerja, pertumbuhan ekonomi, infrastruktur dan kebijakan pemerintah. Jadi IPM di suatu daerah akan meningkat apabila ketiga unsur tersebut dapat ditingkatkan. Nilai IPM yang tinggi menandakan keberhasilan pembangunan ekonomi di daerah tersebut (Tambunan, 2003).

Provinsi Maluku merupakan provinsi yang berbatasan dengan laut seram di bagian utara, samudra hindia dan laut arafuru di bagian selatan, papua di bagian timur dan sulawesi di bagian barat. IPM di Provinsi Maluku pada tahun 2016 sebesar 67,60 kemudian pada tahun 2017 sebesar 68,19, kemudian pada tahun 2018 sebesar 68,87 dan pada tahun 2019 sebesar 69,45. Hal ini dapat dikatakan bahwa IPM di Provinsi Maluku dari tahun ke tahun selalu mengalami peningkatan (BPS Maluku, 2019). Namun selalu di berada di bawah angka nasional. Hal ini disebabkan karena pembangunan yang dilakukan oleh pemerintah tidak terlaksana secara merata atau dengan kata lain pemerintah dalam melaksanakan pembangunan di daerah tidak tepat sasaran. Maka dari itu, salah satu solusi yang bisa diterapkan adalah mengelompokkan Kabupaten/Kota berdasarkan indikator IPM, sehingga pemerintah dapat mengambil atau memutuskan kebijakan dan strategi yang baik dan tepat sasaran dalam pembangunan (Matdoan, 2019).

Analisis *cluster* merupakan metode multivariat yang mempunyai tujuan untuk untuk pengelompokkan, dimana suatu kelompok mempunyai ciri yang relatif sama (*homogen*), sedangkan antar kelompok memiliki ciri yang berbeda. Pada umumnya suatu objek dimasukkan ke dalam suatu klaster atau kelompok sehingga lebih cenderung berhubungan (berkorelasi) dengan objek lainnya di dalam klastermya daripada dengan objek dari klaster lain. Pembentukan klaster didasarkan pada kuat tidaknya hubungan antar objek (Lina, 2011).

Secara umum terdapat dua metode pengelompokan data dalam analisis *cluster* yaitu metode hierarki dan metode non-hierarki (Rita, 2016). Analisis *cluster* hierarki memiliki beberapa metode yaitu metode Pautan Tunggal (*Single Linkage*), metode Pautan lengkap (*Complete Linkage*), metode Antar Pusat (*Centroid Linkage*), metode pautan Rata-rata (*Average Linkage*) dan metode Ward (*Ward's Method*) (Fathia AN et.al, 2016). Dalam penelitian ini akan mengklasifikasi Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku berdasarkan indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM).

2. METODE PENELITIAN

2.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Maluku tahun 2018.

2.2. Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini data diklasifikasikan menurut 11 Kabupaten dan Kota di Provinsi Maluku.

Tabel 1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan
X ₁	Presentase Penduduk Miskin
X ₂	Jumlah Sarana Kesehatan
X ₃	Presentase Penduduk yang berpendidikan di atas SLTP
X ₄	PDRB perkapita
X ₅	Presentase Penduduk yang Memiliki Keluhan Kesehatan
X ₆	Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja
X ₇	Angka Beban Ketergantungan Penduduk

2.3 Teknik Analisis Data

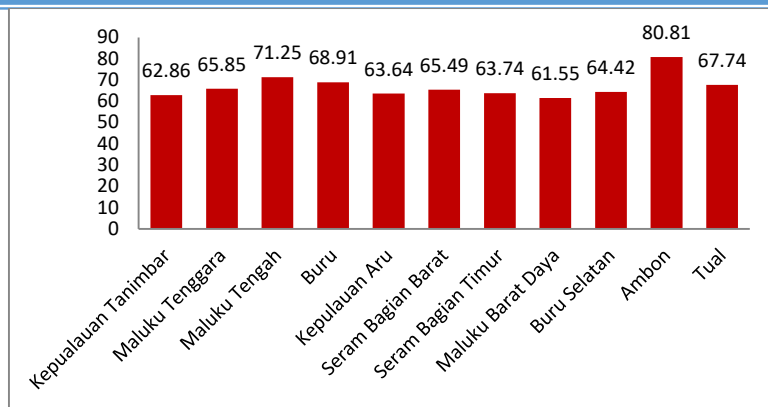
Pada penelitian ini digunakan analisis kluster hierarki dengan metode *Single Linkage*, *Average Linkage*, *Complete Linkage*, *Ward's*, dan *Centroid*. Pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan *software* IBM SPSS 22. Langkah-langkah analisis data yang digunakan adalah sebagai berikut.

1. Mengumpulkan data.
2. Menghitung statistik deskriptif berdasarkan variabel penelitian.
3. Melakukan pengujian asumsi analisis kluster
 - a. Sampel harus mewakili populasi
 Pengujian ini dilakukan dengan menggunakan nilai *Kaiser-Mayer-Olkin* (KMO).
 - b. Multikolinieritas
 Untuk mengetahui apakah data terindikasi kasus multikolinieritas dilakukan dengan melihat nilai *Tolerance* dan *Variances Inflation Factor* (VIF)..
4. Memilih prosedur analisis kluster
 Pada penelitian ini digunakan analisis kluster *hierarki* dengan menggunakan metode *Single Linkage*, *Average Linkage*, *Complete Linkage*, *Ward's*, dan *Centroid*.
5. Menentukan banyaknya kluster
6. Melakukan interpretasi hasil analisis
 Setelah didapatkan hasil analisis kluster, maka tahap selanjutnya adalah menjelaskan mengenai kluster yang terbentuk.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Gambaran Umum IPM di Provinsi Maluku

Analisis Deskriptif berdasarkan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku tahun 2018.



Gambar 1 Deskripsi Data IPM di Provinsi Maluku

Berdasarkan Gambar 1, dapat dilihat bahwa IPM tertinggi di Provinsi Maluku yaitu di Kota Ambon dengan IPM sebesar 80,81 selanjutnya Kabupaten Maluku Tengah dengan IPM sebesar 71,25 dan IPM terendah yaitu Kabupaten Maluku Barat Daya (MBD) dengan IPM sebesar 61,55. Selanjutnya Statistik deskriptif Indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Statistik Deskriptif Indikator Indeks Pembangunan Manusia IPM

	N	Minimum	Maximum
X1	11	4,57	29,43
X2	11	15,00	47,00
X3	11	12,76	35,52
X4	11	2,86	33,31
X5	11	16,08	24,82
X6	11	57,10	74,45
X7	11	46,77	75,78

Berdasarkan Tabel 2, dapat dilihat bahwa variabel X_1 memperoleh nilai minimum sebesar 4,57, nilai maksimum sebesar 29,43, selanjutnya variabel X_2 memperoleh nilai minimum sebesar 15 dan nilai maksimum sebesar 47, selanjutnya variabel X_3 memperoleh nilai minimum sebesar 12,76 dan nilai maksimum sebesar 35,52 selanjutnya variabel X_4 memperoleh nilai minimum sebesar 2,86 dan nilai maksimum sebesar 33,31, selanjutnya variabel X_5 memperoleh nilai minimum sebesar 16,08 dan nilai maksimum sebesar 24,82, selanjutnya variabel X_6 memperoleh nilai minimum sebesar 57,10 dan nilai maksimum sebesar 74,45, selanjutnya variabel X_7 memperoleh nilai minimum sebesar 46,77 dan nilai maksimum sebesar 75,78.

3.2 Asumsi Analisis Klaster

3.2.1 Asumsi Sampel yang Mewakili

Hasil dari Pengujian Asumsi dengan Kaiser-Meyer-Olkin Measure (KMO) sebagai berikut.

Tabel 3 Uji KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.			.681
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	56.738	
	Df	21	
	Sig.	.000	

Berdasarkan Tabel 3, Diperoleh nilai *Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy* yaitu sebesar 0,681. Nilai KMO sebesar 0,681 berkisar antara 0,5 sampai 1, maka dapat disimpulkan bahwa sampel dapat mewakili populasi dan variabel-variabel dapat dipakai untuk dianalisis lebih lanjut.

3.2.2 Asumsi Multikolinieritas

Untuk mendeteksi adanya multikolinieritas, dapat dilakukan dengan menggunakan nilai *Tolerance* (Tol) atau *Variance Inflation Factor* (VIF) untuk setiap variabel prediktornya.

Tabel 4 Uji Multikolinieritas

Model	Collinearity Statistics	
	<i>Tolerance</i>	VIF
1 (Constant)		
X1	.136	7.340
X2	.118	8.500
X3	.124	8.093
X4	.134	9.550
X5	.412	2.426
X6	.200	4.993
X7	.103	9.756

Berdasarkan Tabel 4, dapat dilihat bahwa nilai *Tolerance* dari Variabel X₁, X₂, X₃, X₄, X₅, X₆ dan X₇ Lebih besar dari 0,10. Sementara itu, Nilai VIF dari Variabel X₁, X₂, X₃, X₄, X₅, X₆ dan X₇ Lebih kecil dari 10. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat indikasi masalah multikolinieritas pada variabel prediktor.

3.3 Analisis Klaster dengan Metode Hierarki

Pada penelitian ini analisis cluster yang digunakan yaitu dengan metode hierarki yang meliputi *Single Linkage*, *Average Linkage*, *Complete Linkage*, *Ward's*, dan *Centroid*. Proses pengelompokan dengan menggunakan 5 metode ini akan diperoleh satu metode terbaik untuk menentukan komposisi kelompok dengan melihat nilai indeks *RMSSTD* (*Root Mean Square Standart Deviation*) terkecil sebagai penentuan jumlah kelompok yang dipilih. Ukuran jarak yang digunakan pada analisis kelompok tentang tingkat kesehatan di kabupaten/kota adalah jarak *Mahalanobis*. Nilai indeks RMSSTD pada setiap metode di atas dapat dilihat nilai indeks RMSSTD minimum dari keseluruhan pada Tabel 5.

Tabel 5 Nilai Indeks RMSSTD Analisis Kelompok dengan 5 Metode

Jumlah Kelompok	Single Linkage	Median Linkage	Complete Linkage	Ward's	Centroid Linkage
1	7,824	7,824	7,824	3,912	7,824
2	7,937	8,050	8,050	8,050	8,050
3	13,700	7,761	10,950	8,542	7,761
4	19,501	9,358	11,527	10,478	9,358

Berdasarkan Tabel 5, diperoleh hasil bahwa dengan menggunakan 5 metode pengelompokan pada analisis cluster hierarki, maka diperoleh kelompok optimum dengan nilai indeks RMSSTD terkecil terdapat pada metode Ward's dengan jumlah kelompok sebanyak 4 dan nilai RMSSTD yaitu 3,912.

Pengelompokan Kabupaten/Kota dengan menggunakan metode *ward's* dapat dilihat pada Tabel 6.

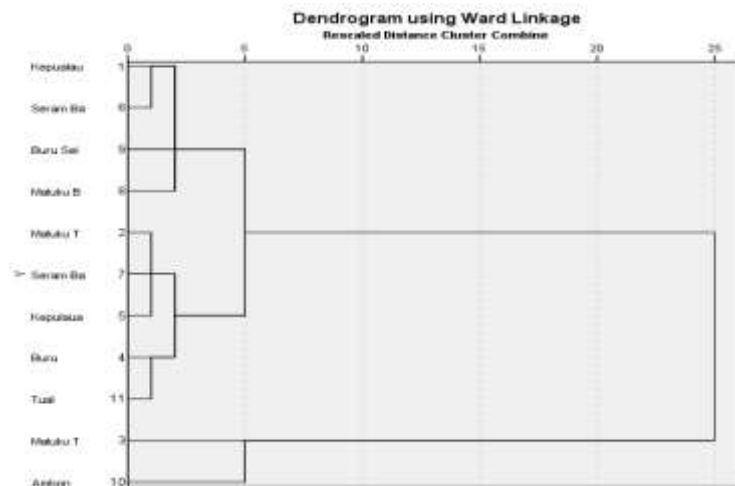
Tabel 6 Pengelompokan Kabupaten/Kota

Case	4 Clusters	3 Clusters	2 Clusters
1:Kepulauan Tanimbar	1	1	1
2:Maluku Tenggara	2	1	1
3:Maluku Tengah	3	2	2
4:Buru	2	1	1
5:Kepulaua Aru	2	1	1
6:Seram Bagian Barat	2	1	1
7:Seram Bagian Timur	1	1	1
8:Maluku Barat Daya	1	1	1
9:Buru Selatan	1	1	1
10:Ambon	4	3	2
11:Tual	2	1	1

Berdasarkan Tabel 6, dapat dilihat bahwa proses pengklasteran Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku berdasarkan indikator IPM yaitu sebagai berikut.

1. Apabila dibentuk dalam 4 klaster, maka anggota klaster 1 meliputi Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya dan Kabupaten Buru Selatan. Untuk anggota klaster 2 meliputi Kabupaten Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat dan Kota Tual. untuk anggota klaster 3 yaitu Kabupaten Maluku Tengah dan untuk anggota klaster 4 yaitu Kota Ambon.
2. Apabila dibentuk dalam 3 klaster, maka anggota klaster 1 meliputi Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya, Buru Selatan, dan Kota Tual. Untuk anggota klaster 2 yaitu Kabupaten Maluku Tengah dan untuk anggota klaster 3 yaitu Kota Ambon.
3. Apabila dibentuk dalam 2 klaster, maka anggota klaster 1 meliputi Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian

Barat, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya, Buru Selatan, Kota Tual dan Kabupaten Maluku Tengah dan untuk anggota klaster 2 yaitu Kota Ambon. Selanjutnya untuk pengelompokan Kabupaten/Kota menggunakan dendrogram dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Dendrogram Analisis Kelompok dengan Menggunakan Metode Ward's

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan maka dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Penerapan analisis cluster dengan metode hierarki untuk klasifikasi Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku berdasarkan indikator indeks pembangunan manusia (IPM) dilakukan dengan lima metode yaitu *Single Linkage*, *Average Linkage*, *Complete Linkage*, *Ward's*, dan *Centroid*. Diperoleh metode terbaik yaitu metode *Ward's*. dengan jumlah sebanyak 4 cluster yang terdiri dari cluster dengan IPM tinggi yaitu cluster 4, cluster dengan IPM sedang yaitu pada cluster 3, cluster dengan IPM rendah yaitu pada cluster 2 dan selanjutnya cluster dengan IPM sangat rendah yaitu cluster 1.
2. Analisis Cluster dengan metode hierarki pada Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku berdasarkan indikator IPM yaitu sebagai berikut.
 - a. Apabila dibentuk dalam 4 klaster, maka anggota klaster 1 meliputi Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya dan Kabupaten Buru Selatan. Untuk anggota klaster 2 meliputi Kabupaten Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat dan Kota Tual. untuk anggota klaster 3 yaitu Kabupaten Maluku Tengah dan untuk anggota klaster 4 yaitu Kota Ambon.
 - b. Apabila dibentuk dalam 3 klaster, maka anggota klaster 1 meliputi Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya, Buru Selatan, dan Kota Tual. Untuk anggota klaster 2 yaitu Kabupaten Maluku Tengah dan untuk anggota klaster 3 yaitu Kota Ambon.
 - c. Apabila dibentuk dalam 2 klaster, maka anggota klaster 1 meliputi Kabupaten Kepulauan Tanimbar, Maluku Tenggara, Buru, Kepulauan Aru, Seram Bagian Barat, Seram Bagian Timur, Maluku Barat Daya, Buru Selatan, Kota Tual dan Kabupaten Maluku Tengah dan untuk anggota klaster 2 yaitu Kota Ambon.

DAFTAR PUSTAKA

- BPS Maluku. 2019. *Maluku Dalam Angka Tahun 2018*, Ambon.
- Fathia, A. N., & Rahmawati, R. 2016. Analisis Klaster Kecamatan Di Kabupaten Semarang Berdasarkan Potensi Desa Menggunakan Metode Ward Dan Single Linkage. *None*, 5(4), 801–810.
- Lina, R., & Eni, L. T. 2011. *Analisis Kelompok Dengan Menggunakan Metode Hierarki Untuk Pengelompokan Kabupaten/Kota Di Jawa Timur Berdasar Indikator Kesehatan*.
- Matdoan, M. Y., Balami, A. M., & Talakua, M. W. 2019. Pemodelan Regresi Nonparametrik Spline Truncated Pada Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Pertumbuhan Ekonomi Di Provinsi Maluku. *VARIANCE : Journal of Statistics and Its Applications*, 1(1), 27–37. <https://doi.org/10.30598/variancevol1iss1page27-37>.
- Tambunan T.H Tulus. 2003. *Perekonomian Indonesia*. Ghalia Indonesia: Jakarta
- Tangga, R., Jember, K., & Data, A. M. P. 2013. *dalam Mengidentifikasi Tipe Kawasan Berdasarkan Karakteristik Timbulan Sampah Rumah Tangga di Perkotaan Kabupaten Jember*. 2(1), 1–5.
- Rita Herawaty Br Bangun. 2016. Analisis Klaster Non Heirarki Dalam Pengelompokan Kabupaten/Kota di Sumatera Utara Berdasarkan Faktor Produksi Padi. *Jurnal Agribisnis Sumatera Utara*, 4(1), 54–61.

APLIKASI RANTAI MARKOV PADA PREDIKSI HARI BERSALJU DI BEBERAPA KOTA AMERIKA SERIKAT

Rofiroh^{1*}, Fika Dara Nurina Firdaus², dan Salim²

¹Program Studi Teknik Mesin, Universitas Muhammadiyah Tangerang

Email: rofiroh@gmail.com

²Program Studi Matematika, Institut Teknologi Bandung

Jl. Ganesha No.10, Kota Bandung, Jawa Barat 40132

ABSTRACT

This research is a stochastic process modeling. The method used is the Markov chain method with the stochastic process where the forthcoming condition X_{t+1} will only be influenced by the closest preceding condition X_t . This method was applied to the observational data snow day for the Markov chain at eight observation stations in the United States, i.e the New York, Sedro Wooley, Glendive Willow City, Del Norte, Medford, Charleston, and Blue Hill. The purpose of this study is to determine the convergence direction of the n step transition probability and the probability distribution of the Markov chain in three conditions. According to the results of data processing using Matlab software, diagonal matrices, and spectral theorems, similar results were obtained on the convergence of the transition matrix of each observation station which was influenced by the difference in probability changes of two conditions.

Keywords: *Markov chain, snow day, transition matrix*

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan pemodelan proses stokastik. Metode penelitian yang digunakan adalah metode rantai markov, dimana yang akan datang X_{t+1} hanya akan dipengaruhi keadaan terdekat sebelumnya X_t . Metode ini diterapkan pada data pengamatan hari bersalju untuk rantai markov di delapan stasiun pengamatan yang ada di Amerika Serikat, yaitu stasiun pengamatan New York, Sedro Wooley, Glendive, Willow City, Del Norte, Medford, Charleston, dan Blue Hill. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui arah kekonvergenan peluang transisi dan menentukan distribusi peluang rantai markov n langkah dengan tiga keadaan. Berdasarkan hasil pengolahan data dengan menggunakan *software* Matlab, matriks diagonal, dan teorema spektral didapatkan hasil yang sama untuk kekonvergenan matriks transisi dari masing-masing stasiun pengamatan dimana hasil tersebut dipengaruhi oleh selisih perubahan peluang dua keadaan.

Kata kunci: *Rantai Markov, hari bersalju, matriks transisi*

1. PENDAHULUAN

Banyaknya informasi misalnya data curah hujan, suhu harian maksimum, cuaca, dan harga saham yang bisa diakses oleh semua orang. Hal ini memudahkan kita dalam menganalisis dan memprediksi perubahan barisan informasi tersebut. Perubahan ini sangat bervariasi, ada perubahan yang bersifat statis namun ada juga yang bersifat dinamis. Perubahan yang terjadi memang tidak bisa dihindari. Seringkali perubahan berimbas pada sebuah kerugian. Oleh karena itu, sebaiknya dilakukan persiapan untuk sebuah perubahan. Setiap transisi yang terjadi dari waktu ke waktu perlu dicermati dengan baik. Salah satu solusi yang relevan untuk situasi tersebut adalah dengan melakukan prediksi yang terjadi di masa yang akan datang dengan proses markov.

Rantai Markov merupakan proses stokastik dimana distribusi bersyarat dari keadaan yang akan datang hanya dipengaruhi oleh keadaan terdekat sebelumnya. Rantai Markov seringkali digunakan untuk memodelkan barisan observasi dan mempelajari bagaimana perubahan akan terjadi pada masa yang akan datang. Rotondi (2010) meneliti salah satu aplikasi rantai Markov untuk memprediksi hari bersalju. Hari bersalju pada Penelitian Rotondi (2010) didefinisikan sebagai hari dimana ketebalan salju di tanah setidaknya 50 mm sedangkan hari tidak bersalju didefinisikan sebagai hari dimana ketebalan salju di tanah kurang dari 50 mm.

Pengamatan pada penelitian ini difokuskan pada pengamatan terhadap kondisi ketebalan salju pada besok hari dimana telah diketahui kondisi ketebalan salju pada hari ini. Pengamatan dilakukan selama dua minggu terakhir bulan Desember, yang bertepatan dengan akhir tahun dan liburan Natal. Objek penelitian adalah delapan stasiun cuaca nasional pusat kota besar diantaranya, yaitu stasiun di dekat daerah Seattle, Denver, Milwaukee, Chicago, New York, Boston, Montana dan North Dakota. Berdasarkan kondisi di atas, hari bersalju di delapan stasiun Amerika Serikat dimodelkan dengan rantai markov. Hal ini dilakukan untuk memprediksi kondisi ketebalan salju yang akan datang

2. DATA DAN METODOLOGI PENELITIAN

2.1 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data yang berasal dari data base Global Historical Climatology Network (GHCN 2010) berupa data ketebalan salju mulai tanggal 17 Desember hingga 31 Desember dengan tahun awal pengamatan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Letak Geografis Stasiun Pengamatan

Stasiun Pengamatan	Lokasi	Garis Lintang	Garis Bujur	Tahun Awal Pengamatan Ketebalan Salju
USC00305801	New York (NY)	40,78°	-73,97°	1912
USC00457505	Sendro Wooley (SW)	48,50°	-122,23°	1898
USC00243581	Glendive (G)	47,10°	-104,72°	1933
USC00329445	Willow City (WC)	48,60°	-100,28°	1935
USC00052184	Del Norte (DN)	37,67°	-106,32°	1938
USC00475255	Medford (M)	45,13°	-90,35°	1889

USC00111436	Charleston (C)	39,47°	-88,18°	1901
USC00190736	Blue Hill (BH)	42,20°	-71,10°	1895

Sumber: Rotondi dan Michael A (2010)

Lokasi dari masing-masing stasiun pengamatan dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Peta Lokasi Stasiun Pengamatan
 Sumber: Rotondi dan Michael A (2010)

2.2 Metodologi Penelitian

Penelitian ini melakukan pemodelan pada proses stokastik hari bersalju atau tidak dengan menggunakan matriks transisi. Pengolahan matriks transisi menggunakan software Matlab, matriks diagonal dan teorema spektral. Pengolahan data matriks transisi menggunakan software Matlab dilakukan dengan perhitungan matriks transisi tiga keadaan. Pada penelitian ini, keadaan 0 ($X_t = 0$) adalah ketebalan salju atau disimbolkan (KS) yang diamati pada waktu t kurang dari 50 mm. Kemudian, keadaan 1 ($X_t = 1$) dengan ketebalan salju (KS) yang diamati pada waktu t setidaknya 50 mm dan kurang dari 100 mm. Sedangkan keadaan 2 ($X_t = 2$), jika ketebalan salju (KS) yang diamati pada waktu t setidaknya 100 mm. Peluang transisi untuk pengamatan dengan tiga keadaan tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Peluang Transisi dengan Tiga Keadaan

Hari Ini \ Besok	KS < 50	50 ≤ KS < 100	KS ≥ 100	Jumlah
	KS < 50	P_{00}	P_{01}	P_{02}
50 ≤ KS < 100	P_{10}	P_{11}	P_{12}	1
KS ≥ 100	P_{20}	P_{21}	P_{22}	1

Matriks peluang transisi satu langkah P_{ij} dengan $i, j = 0, 1, 2$ dapat dituliskan dalam bentuk matriks berikut.

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{bmatrix},$$

dengan P_{ij} adalah peluang transisi dari keadaan i ke keadaan j (Ross, 2003).

Analisis data dengan matriks transisi n langkah menggunakan matriks diagonal. Menurut Horn dan Johnson (2013), matriks diagonal diperoleh melalui perhitungan pangkat suatu matriks transisi satu langkah. Misalkan P dan D masing-masing adalah matriks transisi satu langkah dan matriks diagonal. Kemudian, H adalah matriks yang dapat diinverskan sehingga matriks transisi n langkah,

$$P^n = HD^nH^{-1},$$

dengan n adalah bilangan bulat positif sebarang.

Analisis data pada tahap akhir adalah dengan matriks transisi menggunakan teorema spektral. Misalkan P_{01} peluang transisi dari keadaan 0 ke keadaan 1. P_{10} adalah peluang transisi dari keadaan 1 ke keadaan 0. Matriks transisi dengan satu langkah untuk dua keadaan diberikan sebagai berikut.

$$P = \begin{bmatrix} 1 - p_{01} & p_{01} \\ p_{10} & 1 - p_{10} \end{bmatrix},$$

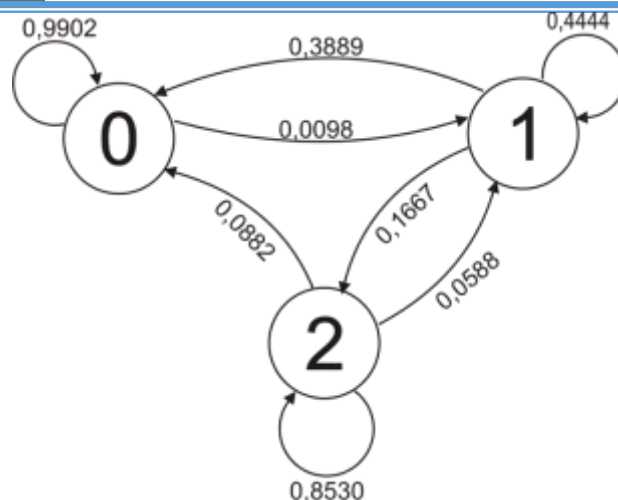
maka matriks transisi n langkah dengan n adalah bilangan positif sebarang,

$$P^n = \frac{1}{p_{01} + p_{10}} \begin{bmatrix} p_{10} & p_{10} \\ p_{01} & p_{01} \end{bmatrix} + \frac{(1 - p_{01} - p_{10})^n}{p_{01} + p_{10}} \begin{bmatrix} p_{01} & -p_{10} \\ -p_{01} & p_{10} \end{bmatrix}$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Analisis Matriks transisi dengan menggunakan software Matlab

Diagram transisi satu langkah dengan tiga keadaan untuk Kota Sedro Wooley dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Transisi Dengan Tiga Keadaan

Perhitungan matriks transisi dua dan tiga keadaan dengan n langkah dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Matriks Transisi Dua dan Tiga Keadaan n Langkah untuk Setiap Stasiun Pengamatan

Kota	$n=1$	$n=2$..	$n \rightarrow \infty$
Sedro Wooley	$\begin{bmatrix} 0,9864 & 0,0136 \\ 0,1923 & 0,8077 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9756 & 0,0244 \\ 0,3450 & 0,6550 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,9337 & 0,0663 \\ 0,9337 & 0,0663 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 0,9902 & 0,0098 & 0 \\ 0,3889 & 0,4444 & 0,1667 \\ 0,0882 & 0,0588 & 0,8530 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9843 & 0,0141 & 0,0016 \\ 0,5726 & 0,2111 & 0,2163 \\ 0,1854 & 0,0772 & 0,7374 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \\ 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \\ 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \end{bmatrix}$
Glendive	$\begin{bmatrix} 0,9488 & 0,0512 \\ 0,0335 & 0,9665 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9019 & 0,0981 \\ 0,0642 & 0,9358 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,3955 & 0,6045 \\ 0,3955 & 0,6045 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 0,9646 & 0,0335 & 0,0019 \\ 0,0681 & 0,8586 & 0,0733 \\ 0,0044 & 0,0705 & 0,9251 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9327 & 0,0612 & 0,0061 \\ 0,1245 & 0,7446 & 0,1309 \\ 0,0131 & 0,1259 & 0,8610 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,5032 & 0,2448 & 0,2520 \\ 0,5032 & 0,2448 & 0,2520 \\ 0,5032 & 0,2448 & 0,2520 \end{bmatrix}$
Willow City	$\begin{bmatrix} 0,9333 & 0,0667 \\ 0,0116 & 0,9884 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,8718 & 0,1282 \\ 0,0223 & 0,9777 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,1478 & 0,8522 \\ 0,1478 & 0,8522 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 0,9459 & 0,0541 & 0 \\ 0,0274 & 0,8973 & 0,0753 \\ 0 & 0,0200 & 0,9800 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,8962 & 0,0997 & 0,0041 \\ 0,0505 & 0,8081 & 0,1414 \\ 0,0005 & 0,0375 & 0,9620 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,0961 & 0,1896 & 0,7143 \\ 0,0961 & 0,1896 & 0,7143 \\ 0,0961 & 0,1896 & 0,7143 \end{bmatrix}$
Medford	$\begin{bmatrix} 0,8614 & 0,1386 \\ 0,0111 & 0,9889 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,7435 & 0,2565 \\ 0,0205 & 0,9795 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,0744 & 0,9256 \\ 0,0744 & 0,9256 \end{bmatrix}$

Kota	n=1	n=2	..	n→∞
	$\begin{bmatrix} 0,8614 & 0,1205 & 0,0181 \\ 0,0423 & 0,8307 & 0,1270 \\ 0,0016 & 0,0129 & 0,9855 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,7472 & 0,2041 & 0,0487 \\ 0,0718 & 0,6968 & 0,2314 \\ 0,0035 & 0,0236 & 0,9729 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,0388 & 0,0938 & 0,8674 \\ 0,0388 & 0,0938 & 0,8674 \\ 0,0388 & 0,0938 & 0,8674 \end{bmatrix}$
Del Norte	$\begin{bmatrix} 0,9760 & 0,0240 \\ 0,0449 & 0,9551 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9537 & 0,0463 \\ 0,0867 & 0,9133 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,6523 & 0,3477 \\ 0,6523 & 0,3477 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 0,9849 & 0,0151 & 0 \\ 0,1892 & 0,6757 & 0,1351 \\ 0,0071 & 0,0426 & 0,9503 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9729 & 0,0251 & 0,0020 \\ 0,3151 & 0,4652 & 0,2197 \\ 0,0218 & 0,0694 & 0,9088 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,7876 & 0,0571 & 0,1553 \\ 0,7876 & 0,0571 & 0,1553 \\ 0,7876 & 0,0571 & 0,1553 \end{bmatrix}$
Charlesto	$\begin{bmatrix} 0,9630 & 0,0370 \\ 0,1195 & 0,8805 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9318 & 0,0682 \\ 0,2203 & 0,7797 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,7789 & 0,2211 \\ 0,7789 & 0,2211 \end{bmatrix}$
n	$\begin{bmatrix} 0,9789 & 0,0211 & 0 \\ 0,1984 & 0,6587 & 0,1429 \\ 0,0328 & 0,1393 & 0,8279 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9624 & 0,0346 & 0,0030 \\ 0,3296 & 0,4580 & 0,2124 \\ 0,0869 & 0,2078 & 0,7053 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,8536 & 0,0800 & 0,0664 \\ 0,8536 & 0,0800 & 0,0664 \\ 0,8536 & 0,0800 & 0,0664 \end{bmatrix}$
New York	$\begin{bmatrix} 0,9642 & 0,0358 \\ 0,2236 & 0,7764 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9376 & 0,0623 \\ 0,3892 & 0,6108 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,8621 & 0,1379 \\ 0,8621 & 0,1379 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 0,9795 & 0,0196 & 0,0009 \\ 0,4754 & 0,5082 & 0,0164 \\ 0,0700 & 0,1300 & 0,8000 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9688 & 0,0293 & 0,0019 \\ 0,7084 & 0,2697 & 0,0219 \\ 0,1864 & 0,1714 & 0,6422 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,9524 & 0,0399 & 0,0077 \\ 0,9524 & 0,0399 & 0,0077 \\ 0,9524 & 0,0399 & 0,0077 \end{bmatrix}$
Blue Hill	$\begin{bmatrix} 0,9297 & 0,0703 \\ 0,1020 & 0,8980 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9760 & 0,0240 \\ 0,0449 & 0,9551 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,5917 & 0,4083 \\ 0,5917 & 0,4083 \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} 0,9493 & 0,0423 & 0,0084 \\ 0,2205 & 0,6872 & 0,0923 \\ 0,0286 & 0,1143 & 0,8571 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9107 & 0,0702 & 0,0191 \\ 0,3635 & 0,4921 & 0,1444 \\ 0,0769 & 0,1777 & 0,7454 \end{bmatrix}$..	$\begin{bmatrix} 0,7159 & 0,1468 & 0,1373 \\ 0,7159 & 0,1468 & 0,1373 \\ 0,7159 & 0,1468 & 0,1373 \end{bmatrix}$

3.2 Analisis matriks transisi dengan matriks diagonal

Perhatikan matriks transisi pada keadaan awal di lokasi Sedro Wooley

$$P = \begin{bmatrix} 0,9902 & 0,0098 & 0 \\ 0,3889 & 0,4444 & 0,1667 \\ 0,0882 & 0,0588 & 0,8530 \end{bmatrix}$$

Dari matriks di atas diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0,8717$, dan $\lambda_3 = 0,4159$, matriks H yang kolom-kolomnya berisi vektor-vektor basis dan D matriks diagonal yang merupakan nilai eigen dari P

$$H = \begin{bmatrix} 0,5774 & 0,0282 & 0,0169 \\ 0,5774 & -0,3409 & -0,9914 \\ 0,5774 & -0,9397 & 0,1299 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8717 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4159 \end{bmatrix}.$$

Sehingga,

$$P^2 = HD^2H^{-1}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0,5774 & 0,0282 & 0,0169 \\ 0,5774 & -0,3409 & -0,8814 \\ 0,5774 & -0,9397 & 0,1299 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,8717^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4159^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,5774 & 0,0282 & 0,0169 \\ 0,5774 & -0,3409 & -0,8814 \\ 0,5774 & -0,9397 & 0,1299 \end{bmatrix}$$

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0,9843 & 0,0141 & 0,0016 \\ 0,5726 & 0,2111 & 0,2163 \\ 0,1854 & 0,0772 & 0,7374 \end{bmatrix}.$$

Untuk $n \rightarrow \infty$, maka

$$\lim_{x \rightarrow \infty} P^n = \begin{bmatrix} 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \\ 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \\ 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \end{bmatrix}.$$

Distribusi peluang rantai Markov dapat ditentukan dengan n langkah dengan terlebih dahulu dicari vektor baris dari distribusi peluang keadaan awal dari rantai Markov

$(\pi^{(0)})$ tersebut.

1) Ketebalan salju kurang dari 50 mm sehingga keadaan awal dari rantai Markov

$\pi^{(0)} = (1 \ 0 \ 0)$, maka distribusi peluang rantai Markov dengan 73 langkah adalah

$$\pi^{(73)} = (0,9590 \ 0,0192 \ 0,0218).$$

2) Apabila masing masing keadaan memiliki peluang yang sama sehingga

$\pi^{(0)} = \left(\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3}\right)$, maka distribusi peluang rantai Markov dengan 73 langkah adalah

$$\pi^{(73)} = (0,9590 \ 0,0192 \ 0,0218).$$

3) Apabila $\pi^{(0)} = \left(\frac{2}{6} \ \frac{1}{6} \ \frac{3}{6}\right)$, maka distribusi peluang rantai Markov setelah 73 langkah adalah

$$\pi^{(73)} = (0,9590 \ 0,0192 \ 0,0218).$$

Matriks transisi satu langkah dan kekonvergenan dari matriks transisi pada stasiun lain dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 Matriks Transisi Untuk Tiga Keadaan dan Kekonvergenannya

No	Stasiun Pengamatan	Matriks Transisi Satu Langkah (P)	Mulai Konvergen Pada $n =$	$\lim_{n \rightarrow \infty} P^{(n)}$
1	Sedro Wooley	$\begin{pmatrix} 0,9902 & 0,0098 & 0 \\ 0,3889 & 0,4444 & 0,1667 \\ 0,0882 & 0,0588 & 0,8529 \end{pmatrix}$	73	$\begin{pmatrix} 0,9590 & 0,0192 & 0,0217 \\ 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \\ 0,9590 & 0,0192 & 0,0218 \end{pmatrix}$
2	Glendive	$\begin{pmatrix} 0,9647 & 0,0335 & 0,0019 \\ 0,0681 & 0,8586 & 0,0733 \\ 0,0044 & 0,0705 & 0,9251 \end{pmatrix}$	173	$\begin{pmatrix} 0,5032 & 0,2448 & 0,2520 \\ 0,5032 & 0,2448 & 0,2521 \\ 0,5031 & 0,2448 & 0,2521 \end{pmatrix}$
3	Willow City	$\begin{pmatrix} 0,9459 & 0,0541 & 0 \\ 0,0274 & 0,8973 & 0,0753 \\ 0 & 0,0200 & 0,9800 \end{pmatrix}$	242	$\begin{pmatrix} 0,0961 & 0,1896 & 0,7142 \\ 0,0961 & 0,1896 & 0,7143 \\ 0,0961 & 0,1896 & 0,7143 \end{pmatrix}$
4	Medford	$\begin{pmatrix} 0,8614 & 0,1205 & 0,0181 \\ 0,0423 & 0,8307 & 0,1270 \\ 0,0016 & 0,0129 & 0,9855 \end{pmatrix}$	112	$\begin{pmatrix} 0,0388 & 0,0938 & 0,8674 \\ 0,0388 & 0,0938 & 0,8674 \\ 0,0388 & 0,0938 & 0,8674 \end{pmatrix}$
5	Del Norte	$\begin{pmatrix} 0,9849 & 0,0151 & 0 \\ 0,1892 & 0,6757 & 0,1351 \\ 0,0071 & 0,0426 & 0,9504 \end{pmatrix}$	301	$\begin{pmatrix} 0,7876 & 0,0571 & 0,1553 \\ 0,7876 & 0,0571 & 0,1553 \\ 0,7876 & 0,0571 & 0,1553 \end{pmatrix}$
6	Charleston	$\begin{pmatrix} 0,9789 & 0,0211 & 0 \\ 0,1984 & 0,6587 & 0,1429 \\ 0,0328 & 0,1393 & 0,8279 \end{pmatrix}$	99	$\begin{pmatrix} 0,8536 & 0,0800 & 0,0664 \\ 0,8536 & 0,0800 & 0,0664 \\ 0,8536 & 0,0800 & 0,0664 \end{pmatrix}$
7	New York	$\begin{pmatrix} 0,9795 & 0,0196 & 0,0009 \\ 0,4754 & 0,5082 & 0,0164 \\ 0,0700 & 0,1300 & 0,8000 \end{pmatrix}$	47	$\begin{pmatrix} 0,9524 & 0,0399 & 0,0077 \\ 0,9524 & 0,0399 & 0,0077 \\ 0,9524 & 0,0399 & 0,0077 \end{pmatrix}$
8	Blue Hill	$\begin{pmatrix} 0,9493 & 0,0423 & 0,0085 \\ 0,2205 & 0,6872 & 0,0923 \\ 0,0286 & 0,1143 & 0,8571 \end{pmatrix}$	78	$\begin{pmatrix} 0,7159 & 0,1468 & 0,1372 \\ 0,7159 & 0,1468 & 0,1372 \\ 0,7159 & 0,1468 & 0,1372 \end{pmatrix}$

Sementara itu, distribusi peluang dengan n langkah untuk kedelapan stasiun pengamatan dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 Distribusi Peluang Rantai Markov dengan n Langkah

Stasiun Pengamatan	n	$\pi = P^{(n)}P_0$		
		$P_0 = (1 \ 0 \ 0)$	$P_0 = \left(\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3}\right)$	$P_0 = \left(\frac{2}{6} \ \frac{1}{6} \ \frac{3}{6}\right)$
Sedro Wooley	73	$\begin{pmatrix} 0,9591 \\ 0,0192 \\ 0,0217 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,9590 \\ 0,0192 \\ 0,0218 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,9590 \\ 0,0192 \\ 0,0218 \end{pmatrix}^t$
Glendive	173	$\begin{pmatrix} 0,5032 \\ 0,2448 \\ 0,2520 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,5032 \\ 0,2448 \\ 0,2520 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,5032 \\ 0,2448 \\ 0,2521 \end{pmatrix}^t$
Willow City	242	$\begin{pmatrix} 0,0961 \\ 0,1896 \\ 0,7142 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,0961 \\ 0,1896 \\ 0,7143 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,0961 \\ 0,1896 \\ 0,7143 \end{pmatrix}^t$
Medford	112	$\begin{pmatrix} 0,0388 \\ 0,0938 \\ 0,8674 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,0388 \\ 0,0938 \\ 0,8674 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,0388 \\ 0,0938 \\ 0,8674 \end{pmatrix}^t$
Del Norte	301	$\begin{pmatrix} 0,7876 \\ 0,0571 \\ 0,1553 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,7876 \\ 0,0571 \\ 0,1553 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,7876 \\ 0,0571 \\ 0,1553 \end{pmatrix}^t$
Charleston	99	$\begin{pmatrix} 0,8536 \\ 0,0800 \\ 0,0664 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,8536 \\ 0,0800 \\ 0,0664 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,8536 \\ 0,0800 \\ 0,0664 \end{pmatrix}^t$
New York	47	$\begin{pmatrix} 0,9523 \\ 0,0399 \\ 0,0077 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,9523 \\ 0,0399 \\ 0,0077 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,9523 \\ 0,0399 \\ 0,0077 \end{pmatrix}^t$
Blue Hill	78	$\begin{pmatrix} 0,7159 \\ 0,1468 \\ 0,1372 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,7159 \\ 0,1468 \\ 0,1372 \end{pmatrix}^t$	$\begin{pmatrix} 0,7159 \\ 0,1468 \\ 0,1372 \end{pmatrix}^t$

3.3 Analisis matriks transisi dengan menggunakan teorema spektral

Perhatikan matriks transisi pada keadaan awal di lokasi Sedro Wooley

$$\begin{bmatrix} 0,9864 & 0,0136 \\ 0,1923 & 0,8077 \end{bmatrix}$$

Maka nilai

$$P = \begin{pmatrix} 1 - 0,0136 & 0,0136 \\ 0,1923 & 1 - 0,1923 \end{pmatrix}$$

dan matriks transisi dengan n langkah adalah

$$P^{73} = \frac{1}{0,0136 + 0,1923} \begin{pmatrix} 0,1923 & 0,1923 \\ 0,0136 & 0,0136 \end{pmatrix} + \frac{(1 - 0,0136 - 0,1923)^{73}}{0,0136 + 0,1923} \begin{pmatrix} 0,0136 & -0,1923 \\ -0,0136 & 0,1923 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,9337 & 0,0663 \\ 0,9337 & 0,0663 \end{bmatrix}$$

Matriks transisi dengan n langkah untuk kedelapan stasiun pengamatan dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6 Matriks transisi dengan n langkah untuk kedelapan stasiun pengamatan

Kota	$n=1$	$n \rightarrow \infty$
Sedro Wooley	$\begin{bmatrix} 0,9864 & 0,0136 \\ 0,1923 & 0,8077 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9337 & 0,0663 \\ 0,9337 & 0,0663 \end{bmatrix}$
Glendive	$\begin{bmatrix} 0,9488 & 0,0512 \\ 0,0335 & 0,9665 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,9337 & 0,0663 \\ 0,9337 & 0,0663 \end{bmatrix}$
Willow City	$\begin{bmatrix} 0,9333 & 0,0667 \\ 0,0116 & 0,9884 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,1478 & 0,8522 \\ 0,1478 & 0,8522 \end{bmatrix}$
Medford	$\begin{bmatrix} 0,8614 & 0,1386 \\ 0,0111 & 0,9889 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0744 & 0,9256 \\ 0,0744 & 0,9256 \end{bmatrix}$
Del Norte	$\begin{bmatrix} 0,9760 & 0,0240 \\ 0,0449 & 0,9551 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,6523 & 0,3477 \\ 0,6523 & 0,3477 \end{bmatrix}$
Charleston	$\begin{bmatrix} 0,9630 & 0,0370 \\ 0,1195 & 0,8805 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,7789 & 0,2211 \\ 0,7789 & 0,2211 \end{bmatrix}$
New York	$\begin{bmatrix} 0,9642 & 0,0358 \\ 0,2236 & 0,7764 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,8621 & 0,1379 \\ 0,8621 & 0,1379 \end{bmatrix}$

Blue Hill

$$\begin{bmatrix} 0,9297 & 0,0703 \\ 0,1020 & 0,8980 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,5917 & 0,4083 \\ 0,5917 & 0,4083 \end{bmatrix}$$

4. SIMPULAN

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan software Matlab, matriks diagonal, dan teorema spektral didapatkan hasil yang sama untuk matriks transisi pada saat $n \rightarrow \infty$. Arah kekonvergenan matriks transisi untuk masing-masing stasiun pengamatan dipengaruhi oleh selisih perubahan peluang dua keadaan.

5. DAFTAR PUSTAKA

- GHCN. 2010. Global historical climate network. Tersedia pada <http://www1.ncdc.noaa.gov/pub/data/gHCN/daily>
- Horn, R.A., Johnson, C. R. 2013. *Matrix Analysis*. New York: Cambridge University Press.
- Ross, Sheldon M. 2003. *Stochastic Process Second Edition*. United States of America: John Wiley & Sons, Ink.
- Rotondi, Michael A. 2010. *To Ski or Not to Ski: Estimating Transition Matrices to Predict Tomorrow's Snowfall Using Real Data*. Journal of Statistics Education, Volume 18, Number 3.

ANALISIS KESUKSESAN TRANSAKSI MELALUI KARTU KENDALI PROPORSI

Aden^{1, a)} Tabah Heri Setiawan^{2, b)} dan Rini Suryani^{3, c)}

^{1,2,3}Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Pamulang

Email: ^{a)}dosen00526@unpam.ac.id ^{b)}dosen00685@unpam.ac.id ^{c)}2016100087@unpam.ac.id

ABTRACT

Analysis of transactions is needed to increase the target of a company so that it becomes more stable for its financial managerial. The aims of this study is to determine the form of a controlled proportion of control cards from transaction data, and to know the form of the percentage of failures that occur from transaction data. Research methods using survey methods. The results of the study are using a control card the proportion of the transaction reconciliation process at the company has been statistically controlled with Proportion Average, Upper Control Limit (LKA), Lower Control Limit (LKB), namely the type of Bank Mandiri transactions with an average proportion of 0.09823 , LKA 0.12941 and LKB 0.06819, type of Alfamart transaction with an average proportion of 0.04951, LKA 0.08827, and LKB 0.01076, type of indomaret transaction with an average proportion of 0.05420, LKA 0.08767, and LKB 0.02074, Type of transaction of PT Pos Indonesia with an average proportion of 0.03618, LKA 0.06375, and LKB 0.00861; the percentage of dominant failures that occur in transactions through Bank Mandiri with a percentage of 33% with the number of failures 665 and the number of transactions 6760.

Keywords: Control Card, Proportion

ABSTRAK

Analisis transaksi sangat diperlukan untuk meningkatkan target sebuah perusahaan sehingga menjadi lebih stabil untuk manajerial keuangannya. Tujuan dari penelitian ini yaitu mengetahui bentuk kartu kendali proporsi yang terkendali dari data transaksi, dan mengetahui bentuk persentase kegagalan yang terjadi dari data transaksi. Metode penelitian dengan menggunakan metode survei. Hasil penelitian yaitu dengan menggunakan kartu kendali proporsi proses rekonsiliasi transaksi pada perusahaan sudah terkendali secara statistik dengan Rata - Rata Proporsi, Limit Kontrol Atas (LKA), Limit Kontrol Bawah (LKB) yaitu jenis transaksi Bank Mandiri dengan rata-rata proporsi 0,09823, LKA 0,12941 dan LKB 0,06819, jenis transaksi Alfamart dengan rata-rata proporsi 0,04951, LKA 0,08827, dan LKB 0,01076, jenis transaksi indomaret dengan rata-rata proporsi 0,05420, LKA 0,08767, dan LKB 0,02074, Jenis transaksi PT Pos Indonesia dengan rata-rata proporsi 0,03618, LKA 0,06375, dan LKB 0,00861; entubk persentase kegagalan dominan yang terjadi pada transaksi melalui Bank Mandiri dengan persentase 33% dengan jumlah kegagalan 665 dan jumlah transaksi 6760.

Kata kunci: Kartu Kendali, Proporsi

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Industri 4.0 merupakan era yang sangat cepat dalam perubahan baik dari ilmu pengetahuan maupun industri. Perubahan yang cepat memerlukan ketepatan dan kecepatan dalam menentukan arah manajerial dari sebuah perusahaan atau industri sehingga akan bertahan dalam kondisi yang terus berubah setiap saat. Perubahan yang berdampak langsung maupun tidak langsung terhadap perusahaan perlu disikapi secara bijak oleh pihak-pihak yang berkepentingan pada bidang masing-masing. Bidang industri baik produksi maupun jasa keduanya harus terus menyiapkan hal-hal yang bersifat analisis berbasis data real time sehingga analisis akan dekat dengan kebutuhan konsumen.

Kebutuhan konsumen yang terus berubah baik dari segi harga, kualitas maupun kemudahan mendapatkan barang yang sesuai. Ketidakesesuaian kualitas yang tertera dengan real di konsumen akan mengakibatkan berpalingnya konsumen kepada produk atau jasa lain yang lebih sesuai dan memuaskan. Maka pihak industri perlu membuat analisa kualitas baik produk maupun jasa, sehingga produk atau jasa tersebut akan terus dipilih oleh konsumen. Selain itu juga perlu adanya inovasi yang berkelanjutan sehingga produk atau jasa yang dipasarkan selalu terkini yang diperlukan oleh konsumen. Sehingga jika pelanggan atau konsumen merasa terpuaskan maka dengan sendirinya penjualan akan semakin meningkat (Aden, A., Waryanto, H., Setiawan, T. H., & Ilmadi, I., 2019).

Analisa kualitas yang baik akan menjadikan sistem monitoring baik di produksi maupun di marketing guna keberlangsungan yang terus berjalan dan terarah serta menghasilkan profit yang stabil bahkan dan terus meningkat. Untuk mengendalikan kualitas diperlukan alat yang sesuai sehingga keputusan yang diambil akan sesuai yang diharapkan baik oleh pihak manajerial perusahaan maupun jajarannya. Sehingga proses transaksi yang terjadi diperusahaan akan terukur dan terkendali. Lebih mengetahui proses supaya kualitas semakin lebih meningkat (Aden, A., & Setiawan, T. H., 2019). Alat yang diperlukan salah satunya dengan menggunakan pengendalian statistik yang didalam terdapat metode kartu kendali proporsi yang membanding antara keberhasilan dan kegagalan dari sebuah transaksi.

Tujuan pokok pengendalian statistik adalah meminimalkan suatu produk yang gagal atau rusak dan memperbaiki kualitas produk dan menjaga kestabilan transaksi. Maka, pengawasan kualitas terhadap transaksi yang akan dipasarkan harus dilakukan secara teliti mungkin. Minimnya kontrol kerja yang jelas dan tersatandar pada PT. Fortuna Mediatama mengakibatkan terjadinya kecacatan atau kegagalan transaksi. Adanya kecacatan tersebut akan berdampak pada proses pengolahan data yang akan mengakibatkan pembengkakan cost sehingga dianggap pemborosan dan tidak mampu memanfaatkan dengan tepat terhadap sumber daya yang dimiliki.

Berdasarkan uraian permasalahan di atas, peneliti melakukan penelitian dengan judul **“Analisis Kesuksesan Transaksi Melalui Kartu Kendali Proporsi”**.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk kartu kendali proporsi yang terkendali dari data transaksi?
2. Bagaimana bentuk persentase kegagalan yang terjadi dari data transaksi?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengetahui bentuk kartu kendali proporsi yang terkendali dari data transaksi.
2. Mengetahui bentuk persentase kegagalan yang terjadi dari data transaksi.

2. METODE PENELITIAN

2.1. Metodologi

Metode penelitian yang dilaksanakan menggunakan metode penelitian survei, karena pengambilan data dengan menggunakan survei langsung ke tempat yang dijadikan penelitian, serta di didukung dengan menggunakan wawancara langsung kepada pihak perusahaan tentang metode pengawasan pengolahan data yang dilaksanakan, jumlah transaksi dan jumlah transaksi yang gagal.

Menurut Sugiyono (2016) metode penelitian merupakan suatu penyelidikan yang sistematis untuk meningkatkan sejumlah pengetahuan, juga merupakan suatu usaha yang sistematis dan terorganisasi untuk menyelidiki masalah tertentu yang memerlukan jawaban. Metode penelitian kuantitatif dapat diartikan sebagai metode penelitian yang berlandaskan pada filsafat positivisme, digunakan untuk meneliti pada populasi dan sampel tertentu, pengumpulan data menggunakan instrumen penelitian, analisis data bersifat kuantitatif atau statistik, dengan tujuan untuk menguji hipotesis yang telah ditetapkan.

2.2. Populasi dan Sampel

2.2.1. Populasi Penelitian

Populasi adalah sekumpulan entitas yang lengkap yang dapat terdiri dari orang, kejadian, atau benda, yang memiliki sejumlah karakteristik yang umum (Wibisono, 2003). Berdasarkan definisi populasi tersebut sehingga populasi pada penelitian ini berupa semua transaksi yang terjadi dari awal perusahaan berdiri baik transaksi yang berhasil maupun yang gagal yang terekam dan tersimpan dengan baik dan teratur.

2.2.2. Sampel Penelitian

Sampel adalah bagian dari populasi (contoh), untuk dijadikan sebagai bahan penelaahan dengan harapan contoh yang diambil dari populasi tersebut dapat mewakili (representative) terhadap populasinya (Supangat, Andi, 2007). Data sampel pada penelitian ini data yang diambil sebanyak 8 Bulan dihitung sejak tanggal 01 Januari 2019 sampai tanggal 31 Agustus 2019 yang dikelompokkan berdasarkan periode bulan. Untuk mendapatkan sampel digunakan teknik sampel terstruktur sehingga mendapatkan sampel yang sesuai dengan penelitian.

2.3. Metode Analisis Data

Pengolahan data pada penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah perhitungan sebagai berikut:

1. Menghitung proporsi untuk setiap periode data.
2. Menghitung rata-rata dari proporsi yang telah diperhitungkan pada langkah ke-1 yang akan dijadikan sebagai titik sntral pada kartu kendali proporsi.
3. Menghitung limit control atas (LKA) .
4. Menghitung limit control bawah (LKB), jika hasil LKB bernilai negative maka dijadikan 0 karena tidak kecacatan yang hasilnya negative jika tidak cacat atau 0 maka cacat atau bernilai 1.
5. Membuat kartu kendali proporsi dengan menggunakan bantuan Excel 2016.
6. Mengevaluasi hasil kartu kendali proporsi dengan syarat tidak ada yang keluar dari batas kendali baik kendali atas maupun bawah.
7. Jika terdapat data yang keluar dari batas kendali maka perlu dievaluasi dan data yang keluar dihilangkan kemudian menghitung kembali keperhitungan langkah ke-2 sampai dengan akhir.
8. Jika sudah tidak terdapat lagi data yang keluar dari kartu kendali maka dikategorikan kartu kendali proporsi yang telah terkendali.
9. Membuat kesimpulan dari analisis data yang telah diselesaikan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil Data Penelitian

Data yang telah dikumpulkan, diinput dan diolah kemudian akan dianalisis untuk diambil kesimpulannya. Data yang didapat disusun seperti Tabel 1.

Tabel 1 Data Penelitian

PERIODE KE-	MANDIRI		ALFAMART		INDOMARET		PT POS INDONESIA		TOTAL TRANSAKSI	TOTAL GAGAL
	TRANSAKSI	GAGAL	TRANSAKSI	GAGAL	TRANSAKSI	GAGAL	TRANSAKSI	GAGAL		
1	700	50	798	50	1508	100	962	10	3968	210
2	800	80	788	30	1315	90	965	20	3868	220
3	900	90	895	60	1277	80	868	50	3940	280
4	950	95	282	20	412	25	144	10	1788	150
5	1050	100	740	23	1550	70	1810	100	5150	293
6	740	90	1202	50	2287	100	2342	90	6571	330
7	800	80	1324	48	2152	90	1667	50	5943	68
8	820	80	1031	50	1784	80	1406	60	5041	270

Data dalam bentuk persentase untuk setiap transaksi dari PT. Fortuna Mediatama pada Gambar 1.



Gambar 1 Persentase Kegagalan Trsansaksi

3.2. Hasil Perhitungan

3.2.1. Kartu Kendali untuk Transaksi Bank Mandiri

- a. Menentukan nilai proporsi setiap periode pada transaksi Bank Mandiri yaitu

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{50}{700} = 0,07143$$

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{80}{800} = 0,1$$

$$p_3 = \frac{x_3}{n_3} = \frac{90}{900} = 0,1$$

$$p_4 = \frac{x_4}{n_4} = \frac{95}{950} = 0,1$$

$$p_5 = \frac{x_5}{n_5} = \frac{100}{1050} = 0,09524$$

$$p_6 = \frac{x_6}{n_6} = \frac{90}{740} = 0,12162$$

$$p_7 = \frac{x_7}{n_7} = \frac{80}{800} = 0,1$$

$$p_8 = \frac{x_8}{n_8} = \frac{30}{820} = 0,09756$$

- b. Menentukan nilai rata-rata proporsi yaitu

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i}{n} = \frac{0,78585}{8} = 0,09823$$

- c. Menentukan nilai LKA yaitu

$$LKA_1 = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$$

$$LKA_1 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{700}} = 0,12912$$

$$LKA_2 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{800}} = 0,12713$$

$$LKA_3 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{900}} = 0,12547$$

$$LKA_4 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{950}} = 0,12617$$

$$LKA_5 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{1050}} = 0,12345$$

$$LKA_6 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{740}} = 0,12828$$

$$LKA_7 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{800}} = 0,12713$$

$$LKA_8 = 0,09823 + 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{820}} = 0,12941$$

d. Menentukan nilai LKB yaitu

$$LKB_1 = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$$

$$LKB_1 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{700}} = 0,06734$$

$$LKB_2 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{800}} = 0,06933$$

$$LKB_3 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{900}} = 0,07099$$

$$LKB_4 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{950}} = 0,07029$$

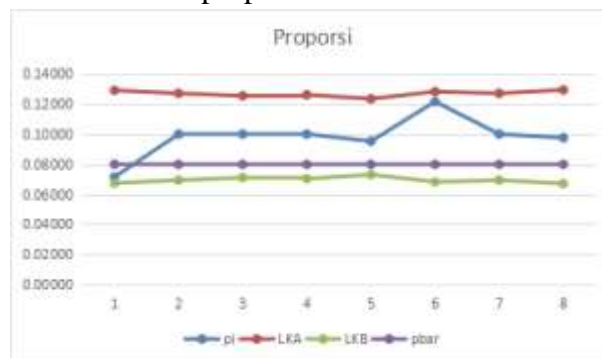
$$LKB_5 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{1050}} = 0,07301$$

$$LKB_6 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{740}} = 0,06819$$

$$LKB_7 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{800}} = 0,06933$$

$$LKB_8 = 0,09823 - 3 \sqrt{\frac{0,09823 (1 - 0,09823)}{820}} = 0,06705$$

e. Membuat kartu kendali proporsi untuk transaksi Bank Mandiri



Gambar 2 Kartu Kendali Transaksi Bank Mandiri

f. Evaluasi kartu kendali proporsi untuk transaksi Bank Mandiri

Kartu kendali transaksi melalui Bank Mandiri yang sesuai pada gambar 4.2 terlihat bahwa semua proporsi kegagalan transaksi setiap periode dari periode ke-1 hingga periode ke-8 terdapat pada area di atas LKB dan di bawah LKA. Kartu kendali transaksi melalui Bank Mandiri terkategori sudah terkendali sehingga kartu kendali transaksi melalui Bank Mandiri terkendali yang dapat dijadikan ukuran untuk perusahaan PT. Fortuna Mediatama.

3.2.2. Kartu Kendali untuk Transaksi Alfamart

a. Menentukan nilai proporsi setiap periode pada transaksi Alfamart yaitu

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{50}{798} = 0,06266$$

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{30}{788} = 0,03807$$

$$p_3 = \frac{x_3}{n_3} = \frac{60}{895} = 0,06704$$

$$p_4 = \frac{x_4}{n_4} = \frac{20}{282} = 0,07092$$

$$p_5 = \frac{x_5}{n_5} = \frac{23}{740} = 0,03108$$

$$p_6 = \frac{x_6}{n_6} = \frac{50}{1202} = 0,04160$$

$$p_7 = \frac{x_7}{n_7} = \frac{48}{1324} = 0,03625$$

$$p_8 = \frac{x_8}{n_8} = \frac{50}{1031} = 0,04850$$

b. Menentukan nilai rata-rata proporsi yaitu

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i}{n} = \frac{0,39612}{8} = 0,04951$$

c. Menentukan nilai LKA yaitu

$$LKA_1 = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$LKA_1 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1-0,04951)}{798}} = 0,07542$$

$$LKA_2 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1-0,04951)}{788}} = 0,07295$$

$$LKA_3 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1-0,04951)}{895}} = 0,07032$$

$$LKA_4 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1-0,04951)}{282}} = 0,08827$$

$$LKA_5 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1-0,04951)}{740}} = 0,08032$$

$$LKA_6 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1-0,04951)}{1202}} = 0,07369$$

$$LKA_7 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{1324}} = 0,07255$$

$$LKA_8 = 0,04951 + 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{1031}} = 0,07561$$

d. Menentukan nilai LKB yaitu

$$LKB_1 = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$$

$$LKB_1 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{798}} = 0,02361$$

$$LKB_2 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{788}} = 0,02608$$

$$LKB_3 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{895}} = 0,02871$$

$$LKB_4 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{282}} = 0,01076$$

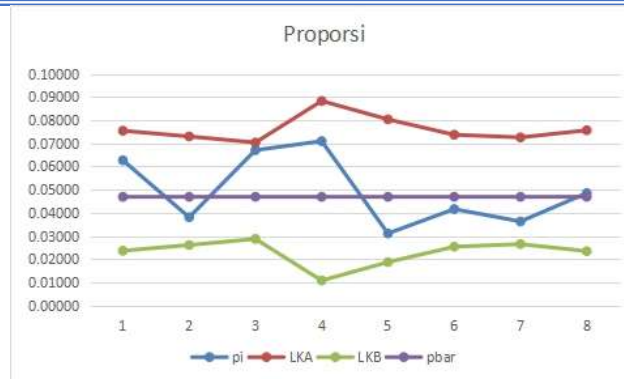
$$LKB_5 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{740}} = 0,01871$$

$$LKB_6 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{1202}} = 0,02534$$

$$LKB_7 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{1324}} = 0,02648$$

$$LKB_8 = 0,04951 - 3 \sqrt{\frac{0,04951(1 - 0,04951)}{1031}} = 0,02341$$

e. Membuat kartu kendali proporsi untuk transaksi Alfamart



Gambar 3 Kartu Kendali Transaksi Alfamart

- f. Evaluasi kartu kendali proporsi untuk transaksi Alfamart
Kartu kendali transaksi melalui Alfamart yang sesuai pada Gambar 3 terlihat bahwa semua proporsi kegagalan transaksi setiap periode dari periode ke-1 hingga periode ke-8 terdapat pada area di atas LKB dan di bawah LKA. Kartu kendali transaksi melalui Alfamart terkategori sudah terkendali sehingga kartu kendali transaksi melalui Alfamart terkendali yang dapat dijadikan ukuran untuk perusahaan PT. Fortuna Mediatama.

3.2.3. Kartu Kendali untuk Transaksi Indomaret

- a. Menentukan nilai proporsi setiap periode pada transaksi Indomaret yaitu

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{100}{1508} = 0,06631$$

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{90}{1315} = 0,06844$$

$$p_3 = \frac{x_3}{n_3} = \frac{80}{1277} = 0,06265$$

$$p_4 = \frac{x_4}{n_4} = \frac{25}{412} = 0,06068$$

$$p_5 = \frac{x_5}{n_5} = \frac{70}{1550} = 0,03108$$

$$p_6 = \frac{x_6}{n_6} = \frac{50}{1202} = 0,04516$$

$$p_7 = \frac{x_7}{n_7} = \frac{90}{2152} = 0,04182$$

$$p_8 = \frac{x_8}{n_8} = \frac{80}{1784} = 0,04484$$

b. Menentukan nilai rata-rata proporsi yaitu

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i}{n} = \frac{0,43363}{8} = 0,05420$$

c. Menentukan nilai LKA yaitu

$$LKA_1 = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$LKA_1 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{1508}} = 0,07170$$

$$LKA_2 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{1315}} = 0,07294$$

$$LKA_3 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{1277}} = 0,07321$$

$$LKA_4 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{412}} = 0,08767$$

$$LKA_5 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{1550}} = 0,07146$$

$$LKA_6 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{2287}} = 0,06841$$

$$LKA_7 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{2152}} = 0,06885$$

$$LKA_8 = 0,05420 + 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{1784}} = 0,07029$$

d. Menentukan nilai LKB yaitu

$$LKB_1 = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$LKB_1 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420(1-0,05420)}{1508}} = 0,03671$$

$$LKB_2 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{1315}} = 0,03547$$

$$LKB_3 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{1277}} = 0,03520$$

$$LKB_4 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{412}} = 0,02074$$

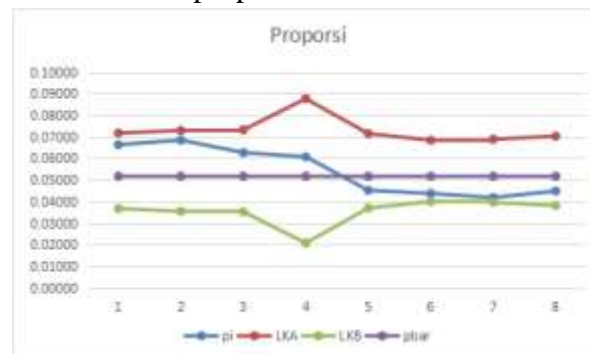
$$LKB_5 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{1550}} = 0,03695$$

$$LKB_6 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{2287}} = 0,04000$$

$$LKB_7 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{2152}} = 0,03956$$

$$LKB_8 = 0,05420 - 3 \sqrt{\frac{0,05420 (1 - 0,05420)}{1784}} = 0,03812$$

- e. Membuat kartu kendali proporsi untuk transaksi Indomaret



Gambar 4 Kartu Kendali Transaksi Indomaret

- f. Evaluasi kartu kendali proporsi untuk transaksi Indomaret
 Kartu kendali transaksi melalui Indomaret yang sesuai pada Gambar 4 terlihat bahwa semua proporsi kegagalan transaksi setiap periode dari periode ke-1 hingga periode ke-8 terdapat pada area di atas LKB dan di bawah LKA. Kartu kendali transaksi melalui Indomaret terkategori sudah terkendali sehingga kartu kendali transaksi melalui Indomaret terkendali yang dapat dijadikan ukuran untuk perusahaan PT. Fortuna Mediatama.

3.2.4. Kartu Kendali untuk Transaksi PT Pos Indonesia

a. Menentukan nilai proporsi setiap periode pada transaksi PT Pos Indonesia yaitu

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{19}{962} = 0,01975$$

$$p_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{20}{965} = 0,02073$$

$$p_3 = \frac{x_3}{n_3} = \frac{50}{868} = 0,05760$$

$$p_4 = \frac{x_4}{n_4} = \frac{10}{400} = 0,02500$$

$$p_5 = \frac{x_5}{n_5} = \frac{100}{1810} = 0,05525$$

$$p_6 = \frac{x_6}{n_6} = \frac{90}{2342} = 0,03843$$

$$p_7 = \frac{x_7}{n_7} = \frac{50}{1667} = 0,02999$$

$$p_8 = \frac{x_8}{n_8} = \frac{60}{1406} = 0,04267$$

b. Menentukan nilai rata-rata proporsi yaitu

$$\bar{p} = \frac{\sum p_i}{n} = \frac{0,28943}{8} = 0,03618$$

c. Menentukan nilai LKA yaitu

$$LKA_1 = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$LKA_1 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1-0,03618)}{962}} = 0,05424$$

$$LKA_2 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1-0,03618)}{965}} = 0,05523$$

$$LKA_3 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1-0,03618)}{868}} = 0,05627$$

$$LKA_4 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1-0,03618)}{400}} = 0,06375$$

$$LKA_5 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{1810}} = 0,05009$$

$$LKA_6 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{2342}} = 0,04841$$

$$LKA_7 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{1667}} = 0,05067$$

$$LKA_8 = 0,03618 + 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{1406}} = 0,05196$$

d. Menentukan nilai LKB yaitu

$$LKB_1 = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n_i}}$$

$$LKB_1 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{962}} = 0,01812$$

$$LKB_2 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{965}} = 0,01713$$

$$LKB_3 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{868}} = 0,01609$$

$$LKB_4 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{400}} = 0,00861$$

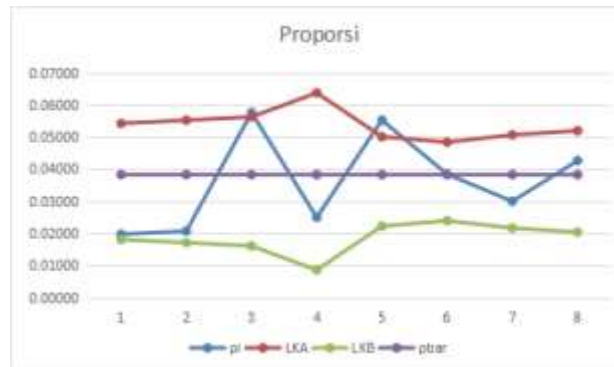
$$LKB_5 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{1810}} = 0,02227$$

$$LKB_6 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{2342}} = 0,02395$$

$$LKB_7 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{1667}} = 0,02168$$

$$LKB_8 = 0,03618 - 3 \sqrt{\frac{0,03618(1 - 0,03618)}{1406}} = 0,02039$$

- e. Membuat kartu kendali proporsi untuk transaksi PT Pos Indonesia



Gambar 5 Kartu Kendali Transaksi PT Pos Indonesia

- f. Evaluasi kartu kendali proporsi untuk transaksi PT Pos Indonesia
 Kartu kendali transaksi melalui PT Pos Indonesia yang sesuai pada Gambar 5 terlihat bahwa semua proporsi kegagalan transaksi setiap periode dari periode ke-1 hingga periode ke-8 terdapat pada area di atas LKB dan di bawah LKA. Kartu kendali transaksi melalui PT Pos Indonesia terkategori sudah terkendali sehingga kartu kendali transaksi melalui PT Pos Indonesia terkendali yang dapat dijadikan ukuran untuk perusahaan PT. Fortuna Mediatama.

3.3. Pembahasan

3.3.1. Kartu Kendali yang Terkendali

Perhitungan dan pembuatan kartu kendali proporsi untuk transaksi kesuksesan terbagi menjadi 4 yaitu transaksi melalui Bank Mandiri, Alfamart, Indomaret dan PT Pos Indonesia dengan jumlah periode 8 (transaksi selama 8 bulan). Evaluasi kartu kendali dari ke-4 kartu kendali yang terbentuk secara keseluruhan tidak terdapat evaluasi berulang, hanya satu kendali pembuatan kartu kendali karena kartu yang terbentuk sudah terkendali.

Kartu kendali yang dapat mengendalikan transaksi kesuksesan yaitu:

1. Kartu kendali Proporsi Transaksi Bank Mandiri yang dapat mengendalikan pada gambar 4.3.
2. Kartu kendali Proporsi Transaksi Alfamart yang dapat mengendalikan pada gambar 4.4.
3. Kartu kendali Proporsi Transaksi Indomaret yang dapat mengendalikan pada gambar 4.5.
4. Kartu kendali Proporsi Transaksi PT Pos Indonesia yang dapat mengendalikan pada gambar 4.6.

3.3.2. Kecacatan yang Dominan

Jumlah kegagalan secara keseluruhan yaitu 3.842 dari jumlah 4 transaksi kesuksesan. Secara persentase untuk transaksi melalui Bank Mandiri 33%, transaksi melalui Alfamart 16%, transaksi melalui Indomaret 31% dan transaksi melalui PT Pos Indonesia 20%. Persentase yang paling dominan untuk kegagalan yaitu pada transaksi melalui Bank Mandiri dengan persentase 33% dengan jumlah kecacatan 665 dan jumlah transaksi sukses 6760.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis penelitian dan pembahasan maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Proses pengendalian kualitas transaksi kesuksesan pada PT. Fortuna Mediatama sebagian besar dilakukan oleh bagian Rekonsiliasi. Proses pengendalian yang terjadi pada bagian tersebut sangat berperan dalam mengurangi kegagalan transaksi. Dengan menggunakan kartu kendali proporsi proses rekonsiliasi transaksi pada PT. Fortuna Mediatama sudah terkendali secara statistik dengan Rata - Rata Proporsi, Limit Kontrol Atas (LKA), Limit Kontrol Bawah (LKB) pada Tabel 2.

Tabel 2 Batas Pengendali Statistik Masing-Masing Jenis Transaksi

No	Jenis Transaksi	Rata - Rata Proporsi	LKA	LKB
1	Bank Mandiri	0,09823	0,12941	0,06819
2	Alfamart	0,04951	0,08827	0,01076
3	Indomaret	0,05420	0,08767	0,02074
4	PT Pos Indonesia	0,03618	0,06375	0,00861

2. Bentuk persentase kegagalan dominan yang terjadi pada transaksi melalui Bank Mandiri dengan persentase 33% dengan jumlah kegagalan 665 dan jumlah transaksi 6760.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Aden, A., Waryanto, H., Setiawan, T. H., & Ilmadi, I. 2019. Statistik Pengendalian Kualitas. Aden, A., & Setiawan, T. H. 2019. Analisis Pengendalian Kualitas Produk Roti Melalui Kartu Kendali Proporsi (Studi Kasus: CV. Spesial Bakery). *Statmat: Jurnal Statistika Dan Matematika*, 1(1).
- Sugiyono. 2016. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Supangat, Andi. 2007. *Statistika dalam kajian Deskriptif, Inferensi, dan Nonparametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

**KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA SMP
MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN
AUDITORY INTELLECTUALLY REPETITION**

Muhammad Abrar¹⁾, Vina Apriliani^{2)*}, dan Johan Yunus³⁾

¹Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Banda Aceh

²Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Banda Aceh

³Universitas Syiah Kuala Banda Aceh

*Email: vina.apriliani@ar-raniry.ac.id

ABSTRACT

Understanding mathematical concepts is a very important aspect in learning mathematics. By understanding concepts, students can develop their abilities in solving mathematical problems. This is in accordance with the objectives of learning mathematics, which is understanding concepts and applying mathematical procedures in everyday life. In fact, the ability to understand students' mathematical concepts is still relatively low, so we need a learning model that can improve students' understanding of mathematical concepts, namely the Auditory Intellectually Repetition learning model. The purpose of this study was to determine differences in the ability to understand mathematical concepts of junior high school students taught through the Auditory Intellectually Repetition learning model with those taught through conventional learning. The research method used was a quasi-experimental study with a pretest-posttest control group design. The population in this study were all eighth grade students of SMPN 13 Banda Aceh. Sampling was done using simple random sampling, which consisted of two classes, namely class VIII₂ as an experimental class and class VIII₁ as a control class. Data collection is used by using a test sheet to understand mathematical concepts. The data analysis technique used is an independent t-test. From the results of independent t-test research, we concluded that the ability to understand mathematical concepts of junior high school students taught through the Auditory Intellectually Repetition learning model is better than the ability to understand mathematical concepts of junior high school students taught through conventional learning.
Keywords: Auditory Intellectually Repetition Learning Model, Understanding of Mathematical Concepts

ABSTRAK

Pemahaman konsep matematika merupakan suatu aspek yang sangat penting dalam pembelajaran matematika. Dengan memahami konsep, siswa dapat mengembangkan kemampuannya dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Hal ini sesuai dengan tujuan pembelajaran matematika yaitu memahami konsep dan menerapkan prosedur matematika dalam kehidupan sehari-hari. Kenyataannya, kemampuan pemahaman konsep matematika siswa masih tergolong rendah, sehingga dibutuhkan suatu model pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa yaitu model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition*. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui perbedaan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* dengan yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional. Metode penelitian yang digunakan adalah

penelitian *quasi experiment* dengan desain *control group pretest-posttest*. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas VIII SMPN 13 Banda Aceh. Pengambilan sampel dilakukan dengan menggunakan *simple random sampling*, yang terdiri dari dua kelas yaitu kelas VIII₂ sebagai kelas eksperimen dan kelas VIII₁ sebagai kelas kontrol. Pengumpulan data digunakan dengan menggunakan lembar tes kemampuan pemahaman konsep matematika. Teknik analisis data yang digunakan adalah uji-t independen. Dari hasil penelitian dengan uji-t independen, kami memperoleh kesimpulan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* lebih baik daripada kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional.

Kata kunci: Model Pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition*, Pemahaman Konsep Matematika

1. PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran di sekolah yang dinilai penting dalam membentuk karakter siswa menjadi berkualitas. Peran matematika sangat penting dalam upaya membimbing pola pikir dan menjadi pembentuk sikap atau karakter siswa. Berbagai upaya telah dilakukan oleh guru untuk meningkatkan mutu pembelajaran matematika, diantaranya pemilihan pendekatan, media, metode, dan model pembelajaran yang tepat. Oleh karena itu, tugas guru adalah menolong siswa agar dapat belajar dan menguasai matematika dengan baik. Berdasarkan tujuan pembelajaran matematika di Indonesia dalam Kurikulum 2013 dan NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*), salah satu standar kemampuan yang harus dimiliki oleh siswa adalah kemampuan pemahaman konsep matematika. Melalui pemahaman konsep, siswa dapat memahami konsep-konsep yang diberikan oleh guru. Hal ini berarti kemampuan pemahaman konsep pada siswa harus lebih ditingkatkan.

Tetapi kenyataannya, fakta yang ada menunjukkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika siswa di Indonesia masih sangat rendah. Hal tersebut terbukti dari hasil laporan penelitian TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) pada tahun 2011 yang mencatat data prestasi matematika siswa kelas VIII SMP Indonesia berada di peringkat ke-36 dari 42 negara dengan skor 386 dari rata-rata skor internasional adalah 500. Pada tahun 2015, Indonesia mengikuti TIMSS untuk kelas IV SD dimana berada di peringkat ke-44 dari 50 negara dengan skor 397. Berdasarkan hasil tes dan wawancara yang dilakukan pada siswa SMPN 13 Banda Aceh, peneliti menemukan bahwa proses pembelajaran yang terlaksana di sekolah tersebut masih cenderung terpusat pada guru (pembelajaran berlangsung satu arah). Ketika guru menjelaskan dan memberikan contoh soal mengenai materi yang diajarkan, banyak siswa yang kurang mau bertanya pada guru tentang apa yang belum dipahami. Hampir sebagian besar siswa mengalami kesulitan untuk memahami materi matematika yang dijelaskan oleh guru. Sebagian siswa hanya menjawab soal begitu saja tanpa mengetahui alur penyelesaian atau konsep awal yang dijadikan titik terang untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Terlebih lagi ketika siswa diberikan soal latihan, banyak siswa yang kurang berpikir dalam mengerjakan soal latihan dan lebih suka menunggu jawaban dari teman yang mempunyai kemampuan lebih. Selain itu, terkadang siswa lupa akan inti dari pokok bahasan yang telah dijelaskan pada pertemuan-pertemuan sebelumnya. Beberapa hal yang telah dijelaskan tersebut menunjukkan bahwa pemahaman konsep matematika siswa masih rendah.

Oleh karena itu, agar siswa dapat memahami konsep matematika dengan mudah, maka diperlukan cara tertentu dalam pembelajaran. Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk meningkatkan kemampuan pemahaman konsep matematika adalah dengan merubah model yang digunakan dalam pembelajaran. Berdasarkan penelitian sebelumnya, ada berbagai macam model pembelajaran yang telah digunakan untuk meningkatkan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa (Astriani, 2017; Karubaba, Rahman, & Arifin, 2019; Mawaddah & Maryanti, 2016; Saputri, 2020; Sari, 2018). Salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan guru untuk meningkatkan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa adalah model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition*.

Model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* merupakan model pembelajaran yang memberikan penekanan kepada *Auditory* yaitu kegiatan mendengar, menyimak, berbicara, argumentasi, mengemukakan dan menanggapi pendapat, *Intellectually* adalah kemampuan bernalar dan menyelesaikan masalah, dan *Repetition* adalah pengerjaan soal dan pemberian tugas, pengulangan pada bagian yang kurang dipahami siswa terhadap suatu masalah yang ditemukan, dengan tujuan agar pemahaman lebih mendalam dan luas. Akibat dari ketiga hal yang ditekankan pada model *Auditory Intellectually Repetition*, siswa memiliki kemampuan lebih dalam pemahaman, kreativitas, dan keaktifan dalam pembelajaran. Melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition*, siswa lebih aktif dan guru hanya sebagai fasilitator atau pendamping siswa dalam menemukan suatu gagasan baru sehingga dapat menyelesaikan masalah. Menurut Suyatno, *Auditory Intellectually Repetition* merupakan suatu tipe model pembelajaran kooperatif, dimana guru sebagai fasilitator dan siswalah yang lebih aktif (Suyatno, 2009).

Melihat fenomena di atas, model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* diharapkan dapat meningkatkan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa di sekolah, karena model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* ini merupakan salah satu model pembelajaran dengan pendekatan konstruktivis yang menekankan bahwa belajar haruslah memanfaatkan semua alat indra yang dimiliki siswa. Dengan adanya penggunaan banyak panca indra yang terlibat, maka model ini akan meningkatkan pemahaman konsep matematika siswa.

Hal ini diperkuat oleh beberapa peneliti yang telah mengkaji kemampuan pemahaman konsep matematika menggunakan model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* (Fitri & Utomo, 2016; Mustamin & Kusumayanti, 2019; Muzayyana, Coesamin, & Djalil, 2018; Sarniah, Anwar, & Putra, 2019; Wijaya, Destiniar, & Mulbasari, 2018). Berdasarkan latar belakang tersebut, maka peneliti tertarik untuk melakukan penelitian tentang “**Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMP melalui Penerapan Model Pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition***”. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui perbedaan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* dengan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional.

2. METODOLOGI

2.1. Jenis Penelitian

Pendekatan yang digunakan oleh peneliti adalah pendekatan kuantitatif. Menurut Arikunto, “pendekatan kuantitatif dapat dilihat pada penggunaan angka-angka pada waktu pengumpulan data, penafsiran terhadap data, dan penampilan dari hasil” (Arikunto, 2010). Penelitian kuantitatif merupakan penelitian yang berdasarkan pada penafsiran terhadap data-data yang berupa angka-angka. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian *quasi experiment*. Penelitian *quasi experiment* merupakan penelitian yang pada dasarnya sama dengan eksperimen murni, bedanya adalah dalam pengontrolan variabel (Sukmadinata, 2011).

2.2. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan di SMPN 13 Banda Aceh pada tanggal 10 s/d 12 Juni 2019. Sebelum dilaksanakan penelitian, peneliti telah melakukan observasi langsung ke sekolah untuk melihat kondisi dan situasi sekolah serta konsultasi tentang siswa yang diteliti dengan guru bidang studi matematika. Kemudian peneliti mempersiapkan instrumen pengumpulan data, yaitu Soal Tes Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika, Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), dan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) untuk materi Bangun Ruang Sisi Datar. Jadwal kegiatan penelitian dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Jadwal Kegiatan Penelitian

No	Hari/Tanggal	Waktu (menit)	Kegiatan	Kelas
1	Senin/10 Juni 2019	120	<i>Pretest</i> dan Pertemuan I	Kontrol
2	Senin/10 Juni 2019	120	<i>Pretest</i> dan Pertemuan I	Eksperimen
3	Selasa/11 Juni 2019	80	Pertemuan II	Eksperimen
4	Selasa/11 Juni 2019	80	Pertemuan II	Kontrol
5	Rabu/12 Juni 2019	120	Pertemuan III dan <i>Posttest</i>	Eksperimen
6	Rabu/12 Juni 2019	120	Pertemuan III dan <i>Posttest</i>	Kontrol

2.3. Populasi dan Sampel

Menurut Sudjana, “populasi adalah totalitas semua nilai yang mungkin, hasil perhitungan ataupun mengukur, kuantitatif maupun kualitatif mengenai karakteristik tertentu dari semua anggota kumpulan yang lengkap dan jelas yang dipelajari sifat-sifatnya, adapun sampel yaitu sebagian yang diambil dari populasi” (Sudjana, 2005). Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas VIII SMPN 13 Banda Aceh. Peneliti mengambil sampel dengan menggunakan *Simple Random Sampling*, yaitu cara pengambilan sampel dari populasi dilakukan secara acak dengan syarat anggota populasi dianggap homogen (Arikunto, 2010). Adapun sampel dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII₂ sebagai kelas eksperimen dan siswa kelas VIII₁ sebagai kelas kontrol.

2.4. Prosedur

Pada penelitian ini, jenis desain yang digunakan adalah *control group pretest-posttest design*. Penelitian *control group pretest-posttest design* menggunakan dua kelas, yaitu kelas eksperimen dan kelas kontrol. Pada kelas eksperimen, peneliti memberikan *pretest* untuk melihat kemampuan dasar siswa. Kemudian, peneliti memberikan perlakuan kepada kelas eksperimen dengan menerapkan model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* saat proses pembelajaran. Diakhir proses pembelajaran, siswa diberikan *posttest* untuk melihat perubahan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa setelah diterapkan model. Hal yang serupa dilakukan juga pada kelas kontrol. Sebelum materi diajarkan, peneliti juga memberikan tes awal kepada siswa. Setelah proses pembelajarannya berlangsung dengan menerapkan pembelajaran konvensional, siswa diberikan tes akhir untuk melihat perkembangan yang diperoleh. Rancangan penelitiannya dapat dilihat pada Tabel 2 berikut (Zairisma, Apriliani, & Yunus, 2020).

Tabel 2 Rancangan Penelitian

Kelas	<i>Pretest</i>	Perlakuan	<i>Posttest</i>
Eksperimen	O ₁	X	O ₂
Kontrol	O ₁	Y	O ₂

Keterangan:

X = Pembelajaran melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition*

Y = Pembelajaran melalui pembelajaran konvensional

O₁ = *Pretest* kelas eksperimen dan kelas kontrol

O₂ = *Posttest* kelas eksperimen dan kelas kontrol

2.5. Teknik Pengumpulan Data

Untuk mempermudah pengumpulan data dan hasilnya lebih baik, maka peneliti menggunakan instrumen berupa lembar soal tes pemahaman konsep matematika. Tes terdiri dari soal *pretest* dan *posttest* untuk kelas eksperimen dan kontrol. Tes yang digunakan berbentuk soal uraian. Hal ini dipilih dengan pertimbangan bahwa tes dengan tipe ini lebih mampu mengungkap pemahaman konsep matematika siswa. Melalui tes uraian, proses yang dilakukan dan ketelitian siswa dalam menjawab dapat teramati. Pedoman penskoran yang peneliti ambil dalam penelitian ini untuk menilai jawaban *pre-test* dan *post-test* siswa adalah pedoman penskoran kemampuan pemahaman konsep matematika (Septriani, Irwan, & Meira, 2014).

2.6. Teknik Analisis Data

Data yang diolah adalah data *pretest* dan *posttest* yang diperoleh dari kedua kelas dengan perhitungan sebagai berikut:

- Mengkonversi data ordinal *pretest* dan *posttest* menjadi data interval menggunakan MSI (*Method of Successive Interval*) sebagai syarat untuk uji hipotesis.
- Uji normalitas menggunakan rumus *chi-square* untuk melihat data penelitian berdistribusi normal atau tidak.

- c. Uji homogenitas menggunakan uji F untuk mengetahui sampel dari penelitian ini mempunyai varians yang sama atau tidak.
- d. Uji kesamaan dua rata-rata menggunakan uji-t untuk data *pretest*.
- e. Uji hipotesis untuk data *posttest* menggunakan uji-t sampel independen Untuk melihat perbandingan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa yang diajarkan dengan model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* dan yang diajarkan dengan pembelajaran konvensional. Berikut hipotesis penelitiannya:

H_0 : Kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* sama dengan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional.

H_1 : Kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* lebih baik daripada kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional.

Kemudian rumus uji-t sampel independen yaitu:

$$t_{hitung} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \text{ dengan } s = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

Keterangan:

\bar{x}_1 = rata-rata *posttest* siswa kelas eksperimen

\bar{x}_2 = rata-rata *posttest* siswa kelas kontrol

n_1 = jumlah sampel kelas eksperimen

n_2 = jumlah sampel kelas kontrol

s_1^2 = varians kelas eksperimen

s_2^2 = varians kelas kontrol

s = varians gabungan / simpangan gabungan

Kriteria pengujian yang ditentukan adalah tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{tabel}$, dalam hal lainnya H_0 diterima. Derajat kebebasan untuk daftar distribusi t adalah $(n_1 + n_2 - 2)$ dengan $\alpha = 0,05$.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil Penelitian

Data *pretest* dan *posttest* kemampuan pemahaman konsep matematika siswa yang berupa data ordinal terlebih dahulu dikonversi menjadi data interval menggunakan MSI. Setelah diperoleh data interval, data *pretest* dan *posttest* ini diuji normalitas dan homogenitas sebagai syarat uji hipotesis. Berdasarkan hasil uji normalitas yang dilakukan, diperoleh kesimpulan bahwa data hasil *pretest* dan *posttest* kemampuan pemahaman konsep matematika siswa pada kelas eksperimen maupun kelas kontrol berasal dari populasi berdistribusi normal. Selain itu, uji homogenitas menunjukkan bahwa tidak terdapat perbedaan varians data kemampuan pemahaman konsep matematika siswa antara kelas eksperimen dan kelas kontrol. Uji kesamaan dua rata-rata juga dilakukan pada data *pretest* untuk melihat bahwa kemampuan awal siswa tidak berbeda secara signifikan sebelum diberikan perlakuan. Berikut data hasil *pretest* kemampuan pemahaman konsep matematika siswa untuk kelas eksperimen kontrol yang dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Hasil *Pretest* Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Kelas	Skor			Varians (s^2)	Simpangan baku
	Minimum	Maksimum	Rata-rata		
Eksperimen	7,24	18,22	11,54	5,60	2,37
Kontrol	5,65	14,16	10,25	6,46	2,54

Setelah hasil uji prasyarat terpenuhi (uji normalitas dan uji homogenitas), maka dilanjutkan dengan uji hipotesis menggunakan uji t sampel independen (uji dua pihak) untuk data *posttest*. Data hasil *posttest* kemampuan pemahaman konsep matematika siswa baik pada kelas eksperimen maupun kelas kontrol dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 Hasil *Posttest* Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Kelas	Rata-Rata (\bar{x})	Varians (s^2)	Simpangan Baku (s)
Eksperimen	22,18	3,64	1,91
Kontrol	13,95	4,55	2,13

Secara sederhana, dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* dengan kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional. Namun, untuk membuktikan hal ini perlu dilakukan pengujian hipotesis dengan uji-t. Berdasarkan perhitungan uji-t, didapat nilai $t_{hitung} = 14,55$. Pada taraf signifikan $\alpha = 0,05$ dan derajat kebebasan $dk = 50$, maka dari tabel distribusi t diperoleh $t_{(0,95;50)} = 1,68$. Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$ yaitu $14,55 > 1,68$ maka tolak H_0 sehingga terima H_1 . Berdasarkan hal tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* lebih baik daripada kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional.

3.2. Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian dapat ditarik kesimpulan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* lebih baik daripada kemampuan pemahaman konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional.

Menurut peneliti, ada beberapa hal yang menyebabkan kemampuan pemahaman konsep matematika meningkat dengan menggunakan model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition*. Model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* memfasilitasi siswa agar mendapatkan keterampilan atau pengetahuan dengan prosedur yang didasarkan pada metode ilmiah yang berlangsung secara sistematis. Siswa mampu secara mandiri memahami materi dan menyelesaikan masalah matematika yang

berkaitan dengan dunia nyata dengan tahapan ilmiah ini. Selama pembelajaran dengan model *Auditory Intellectually Repetition*, siswa memahami masalah yang disajikan dengan membaca dan mengamati masalah yang diberikan. Siswa juga aktif bertanya tentang hal-hal yang belum dipahami, baik kepada teman sekelompoknya ataupun guru. Siswa juga aktif berdiskusi membuat hipotesis dari masalah dengan mencoba menyelesaikan masalah dan siswa berdiskusi mengumpulkan informasi untuk memecahkan masalah. Jika siswa aktif bertanya maka membuat siswa belajar lebih mudah memahami konsep matematika. Selain itu, siswa diberikan kesempatan untuk mengumpulkan atau menggali informasi dari berbagai sumber belajar, baik buku, internet, dan lain sebagainya. Selama proses diskusi, siswa dituntut untuk bekerja sama dengan aktif bertanya baik kepada teman sekelompoknya atau guru sehingga siswa belajar dengan membangun pengalamannya sendiri. Pada tahap *repetition*, siswa diberikan pengulangan terhadap materi yang telah dipelajari dengan harapan siswa dapat memperdalam terhadap materi tersebut.

Lain halnya dengan pembelajaran konvensional yaitu menggunakan model pembelajaran langsung, sehingga siswa kurang aktif dalam proses pembelajaran dikarenakan mereka hanya menerima apa yang diberikan oleh guru. Hal ini membuat rasa ingin tahu siswa kurang terhadap materi yang sedang dipelajari.

Hasil dari penelitian ini sesuai dengan hasil penelitian-penelitian sebelumnya (Fitri & Utomo, 2016; Mustamin & Kusumayanti, 2019; Sarniah, Anwar, & Putra, 2019) yang mengatakan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika siswa yang memperoleh pembelajaran dengan model *Auditory Intellectually Repetition* lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan analisis data, maka peneliti dapat menyimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika siswa yang diajarkan melalui model pembelajaran *Auditory Intellectually Repetition* lebih baik daripada kemampuan konsep matematika siswa SMP yang diajarkan melalui pembelajaran konvensional pada materi bangun ruang sisi datar di kelas VIII SMPN 13 Banda Aceh. Hal ini dapat menjadi salah satu alternatif pembelajaran matematika yang dapat diterapkan oleh guru di sekolah.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Arikunto, S. 2010. *Prosedur Penelitian: Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Astriani, L. 2017. Pengaruh pembelajaran *reciprocal teaching* terhadap kemampuan pemahaman konsep matematika ditinjau dari kemampuan awal matematika siswa. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, 3(1), 77-85.
- Fitri, S., & Utomo, R. B. 2016. Pengaruh model pembelajaran *auditory, intellectually, and repetition* terhadap kemampuan pemahaman konsep di SMP Pustek Serpong. *JURNAL e-DuMath*, 2(2), 193-201.
- Karubaba, S. A., Rahman, B., & Arifin, S. 2019. Pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe *think pair square* terhadap kemampuan pemahaman konsep matematis siswa. *IndoMath: Indonesia Mathematics Education*, 2(1), 37-44.

- Mustamin, S. H., & Kusumayanti, A. 2019. Kemampuan pemahaman konsep matematika melalui model pembelajaran *auditory intellectually repetition* (AIR) pada siswa. *Alauddin Journal of Mathematics Education*, 1(2), 90-97.
- Mawaddah, S., & Maryanti, R. 2016. Kemampuan pemahaman konsep matematis siswa SMP dalam pembelajaran menggunakan model penemuan terbimbing (*discovery learning*). *Edu-Mat: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 76-85.
- Muzayyana, R., Coesamin, M., & Djalil, A. 2018. Efektivitas pembelajaran *auditory, intellectually, repetition* ditinjau dari kemampuan pemahaman konsep matematis siswa. *Jurnal Pendidikan Matematika Unila*, 6(1), 76-88.
- Saputri, L. 2020. Pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe jigsaw terhadap kemampuan pemahaman konsep matematis. *Jurnal Serunai Matematika*, 12(1), 13-18.
- Sari, D. P. 2018. Pengaruh model pembelajaran tipe *numbered heads together* terhadap kemampuan pemahaman konsep matematika. *Jurnal Mathematic Paedagogic*, 2(2), 196-203.
- Sarniah, S., Anwar, C., & Putra, R. W. Y. 2019. Pengaruh model pembelajaran *auditory intellectually repetition* terhadap kemampuan pemahaman konsep matematis. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 3(1), 87-96.
- Septriani, N., Irwan, & Meira. 2014. Pengaruh penerapan pendekatan *scaffolding* terhadap pemahaman konsep matematika siswa kelas VIII SMP Pertiwi 2 Padang. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(3), 17-18.
- Sudjana. 2005. *Metoda Statistik*. Bandung: Tarsito.
- Sukmadinata, N. S. 2011. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Suyatno. 2009. *Menjelajah Pembelajaran Inovatif*. Jawa Timur: Masmmedia Buana.
- Wijaya, T. U. U., Destiniar, D., & Mulbasari, A. S. 2018. Kemampuan pemahaman konsep matematis siswa dengan menggunakan model pembelajaran *auditory intellectually repetition* (AIR). In *Prosiding Seminar Nasional Program Pascasarjana Universitas PGRI Palembang* (Vol. 5, No. 05).
- Zairisma, Z., Apriliani, V., & Yunus, J. 2020. Mathematical representation ability of middle school students through model eliciting activities with stad type. *Desimal: Jurnal Matematika*, 3(2), 109-116.

HIMPUNAN CANTOR $\frac{1}{2m-1}$ YANG DIPERUMUM

Khairunnisa Fadhilla Ramdhanian^{1)*}, Pilipus Neri Agustima²⁾

¹⁾Prodi Teknik Informatika Universitas Bhayangkara Jakarta Raya

Email: khairunnisa.fadhilla@dsn.ubharajaya.ac.id

²⁾Yayasan Pendidikan dan Pelatihan Pahoa

Email: pilipus.neri.agustima@sekolah.pahoa.sch.id

ABSTRACT

The Cantor set was discovered in 1874 by Henry John Stephen Smith and introduced Georg Cantor in 1883. The Cantor set is a set of intersection of closed intervals that has unique properties. In this paper, it will shown the Cantor middle $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ sets. After that, the Cantor middle $\frac{1}{2m-1}$ set will be constructed and examined how many closed intervals, length of each closed interval, total length of the closed intervals which remained in every step of the construction of the Cantor set, and total length of the segments removed from the Cantor set. So, it will proved that the Cantor middle $\frac{1}{2m-1}$ set is a Cantor set as defined bellow, where $2 \leq m < \infty$. In another way, some properties will be discovered in this paper, i.e compact set, totally disconnected, nowhere dense, and uncountable set.

Keywords: set, Cantor set, totally disconnected set, compact set.

ABSTRAK

Himpunan Cantor ditemukan oleh Henry John Stephen Smith pada tahun 1874 dan diperkenalkan oleh George Cantor pada tahun 1883. Himpunan Cantor merupakan himpunan dari irisan semua interval tutup yang memiliki sifat-sifat yang khusus. Dalam tulisan ini, akan diperlihatkan bentuk himpunan Cantor $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$. Kemudian, akan dibuktikan bahwa himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$, dengan $2 \leq m < \infty$, yang diperumum merupakan himpunan Cantor, dengan mengonstruksi dan menunjukkan bahwa himpunan ini memenuhi definisi himpunan Cantor, yaitu dengan mencari berapa banyak dan panjang setiap himpunan tutup yang termuat, dan panjang total dari interval tutup yang tersisa dalam setiap langkah proses konstruksi, serta panjang total dari partisi yang dibuang dari himpunan tersebut. Selain itu, akan ditunjukkan pula himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$ yang diperumum memiliki sifat khusus, yakni merupakan himpunan kompak, takterhubung total, tidak padat dimana-mana, dan takterhitung.

Kata kunci: himpunan, himpunan Cantor, himpunan takterhubung total, himpunan kompak.

1. PENDAHULUAN

Himpunan Cantor ditemukan oleh Henry John Stephen Smith pada tahun 1874 dan diperkenalkan oleh George Cantor pada tahun 1883. Henry mengembangkan teori tentang himpunan, sehingga menjadi teori yang sangat penting dalam matematika. Cantor membuktikan bahwa bilangan real lebih banyak dibandingkan bilangan asli. Faktanya, metode yang Cantor gunakan dalam pembuktian teorema ini mengakibatkan adanya perbedaan tingkatan ketertakhinggaan.

Himpunan Cantor merupakan himpunan dari irisan semua interval tutup yang memiliki sifat-sifat yang khusus. Kini, himpunan Cantor bahkan sering digunakan sebagai contoh penyangkal. Cantor menemukan Himpunan Cantor $\frac{1}{3}$. Selanjutnya, akan diperlihatkan Himpunan Cantor $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$. Secara umum, akan ditunjukkan himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$ merupakan himpunan Cantor yang telah telah didefinisikan, dengan $2 \leq m < \infty$.

2. KONSTRUKSI HIMPUNAN CANTOR YANG DIPERUMUM

Sebelum mengonstruksi himpunan Cantor yang diperumum, akan diperlihatkan sebuah definisi dan teorema penunjang terkait himpunan Cantor. Kemudian, akan diperlihatkan juga bagaimana George Cantor mengonstruksi himpunan Cantor $\frac{1}{3}$ atau yang biasa dikenal dengan himpunan Cantor, dan akan dikaji beberapa sifat yang dimiliki untuk mengonstruksi himpunan Cantor $\frac{1}{5}$ dan $\frac{1}{7}$, yang selanjutnya akan ditunjukkan bahwa himpunan tersebut memiliki properti yang sama seperti himpunan Cantor. Hal tersebut berguna untuk membuat definisi himpunan Cantor yang diperumum dengan cara yang sama seperti yang telah dilakukan oleh George Cantor pada saat mengonstruksi himpunan Cantor.

Definisi 1 (Davis, 2005) *Misal $A \subseteq \mathbb{R}$ himpunan tak kosong. Titik x disebut titik akumulasi dari A jika $\exists \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon(x) \cap A - \{x\} \neq \emptyset$.*

Teorema 2 (Davis, 2005) *Jika A_1, A_2, \dots merupakan himpunan tutup, maka $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ adalah himpunan tutup.*

2.1. Konstruksi Himpunan Cantor $\frac{1}{3}$

Pertama, pandang interval $[0, 1]$ dan notasikan sebagai C_0 . Selanjutnya, bagi C_0 menjadi tiga bagian yang sama besar dan hapus bagian tengah, yakni interval buka $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$. Notasikan himpunan tersebut sebagai C_1 , yaitu himpunan $[0, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, 1]$. Kemudian, lakukan hal yang sama, yaitu membagi kedua interval tersebut menjadi tiga bagian yang sama besar dan hapus bagian tengah dari tiap interval pada C_1 , sehingga akan diperoleh C_2 , yaitu $[0, \frac{1}{9}] \cup [\frac{2}{9}, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{7}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$ (Khan & Islam, 2013).

Lebih jauh, akan didapatkan

$$C_3 = [0, \frac{1}{27}] \cup [\frac{2}{27}, \frac{1}{9}] \cup [\frac{2}{9}, \frac{7}{27}] \cup [\frac{8}{27}, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{19}{27}] \cup [\frac{20}{27}, \frac{7}{9}] \cup [\frac{8}{9}, \frac{25}{27}] \cup [\frac{26}{27}, 1]$$

Setelah n iterasi, diperoleh

$$C_n = [0, \frac{1}{3^n}] \cup [\frac{2}{3^n}, \frac{3}{3^n}] \cup \dots \cup [\frac{3^n - 3}{3^n}, \frac{3^n - 2}{3^n}] \cup [\frac{3^n - 1}{3^n}, 1],$$

dengan $n \geq 0$. Himpunan Cantor $\frac{1}{3}$ yaitu

$$C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n.$$

Banyaknya himpunan tutup yang termuat pada C_n adalah 2^n , dengan $n \geq 0$. Kemudian akan ditunjukkan bahwa total panjang interval yang dihapus adalah 1. Ingat bahwa panjang interval yang dihapus pada iterasi pertama adalah $\frac{1}{3}$, sedangkan pada iterasi kedua total panjang interval yang dihapus adalah $\frac{2}{9}$, dan pada iterasi ketiga adalah $\frac{4}{27}$, dan seterusnya. Berdasarkan hal tersebut, dapat dilihat bahwa $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{4}{27}, \dots$ merupakan barisan geometri dengan $a = \frac{1}{3}$, $r = \frac{2}{3}$, dan jumlah dari barisan ini adalah $S_{\infty} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 1$. Panjang dari tiap-tiap interval tutup pada C_n adalah $\frac{1}{3^n}$ dan total panjang dari interval-interval pada C_n adalah $\frac{2^n}{3^n}$.

2.2. Konstruksi Himpunan Cantor $\frac{1}{5}$

Pandang interval $[0, 1]$ dan notasikan sebagai C_0 . Selanjutnya, bagi C_0 menjadi lima bagian yang sama besar dan hapus interval buka bagian tengah, yakni interval $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$ dan

$\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$. Notasikan himpunan tersebut sebagai C_1 , yaitu himpunan $\left[0, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right] \cup \left[\frac{4}{5}, 1\right]$.

Kemudian, lakukan hal yang sama, yaitu membagi ketiga interval tersebut menjadi lima bagian yang sama besar dan hapus bagian tengah dari tiap interval pada C_1 , sehingga akan diperoleh C_2 ,

$$C_2 = \left[0, \frac{1}{25}\right] \cup \left[\frac{2}{25}, \frac{3}{25}\right] \cup \left[\frac{4}{25}, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{2}{5}, \frac{11}{25}\right] \cup \left[\frac{12}{25}, \frac{13}{25}\right] \cup \left[\frac{14}{25}, \frac{3}{5}\right] \cup \left[\frac{4}{5}, \frac{21}{25}\right] \cup \left[\frac{22}{25}, \frac{23}{25}\right] \cup \left[\frac{24}{25}, 1\right].$$

Setelah n iterasi, diperoleh

$$C_n = \left[0, \frac{1}{5^n}\right] \cup \left[\frac{2}{5^n}, \frac{3}{5^n}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{5^n - 3}{5^n}, \frac{5^n - 2}{5^n}\right] \cup \left[\frac{5^n - 1}{5^n}, 1\right]$$

dengan $n \geq 0$. Himpunan Cantor $\frac{1}{5}$ yaitu

$$C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n.$$

Banyaknya himpunan tutup yang termuat pada C_n adalah 3^n , dengan $n \geq 0$. Kemudian akan ditunjukkan bahwa total panjang interval yang dihapus adalah 1. Ingat bahwa panjang interval yang dihapus pada iterasi pertama adalah $\frac{2}{5}$, sedangkan pada iterasi kedua total panjang interval yang dihapus adalah $\frac{6}{25}$, dan seterusnya, bilangan-bilangan ini membentuk suatu barisan geometri dengan $a = \frac{2}{5}$, $r = \frac{3}{5}$, dan jumlah dari barisan ini adalah $S_{\infty} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{3}{5}} =$

1. Panjang dari tiap-tiap interval tutup pada C_n adalah $\frac{1}{5^n}$ dan total panjang dari interval-interval pada C_n adalah $\frac{3^n}{5^n}$.

Dengan cara serupa, dapat ditunjukkan bahwa himpunan Cantor $\frac{1}{5}$ dan $\frac{1}{7}$ memiliki properti yang sama, yaitu tertutup dan terbatas, tidak memuat interval, dan setiap titik pada himpunan Cantor $\frac{1}{5}$ dan $\frac{1}{7}$ merupakan titik akumulasi dari himpunan tersebut.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Suatu himpunan dapat didefinisikan sebagai himpunan Cantor dengan dikonstruksi dengan cara yang sama dan menggunakan properti-properti yang telah dimiliki.

Definisi 3 (M.J Islam, 2011) Misal C himpunan tak kosong. C disebut himpunan Cantor jika

i) C tertutup dan terbatas,

- ii) C tidak memuat interval, dan
- iii) Setiap titik di C merupakan titik akumulasi C .

3.1. Himpunan Cantor yang Diperumum

Pada bagian ini, himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$ yang diperumum akan dikonstruksi, dengan $2 \leq m < \infty$, dan akan diperlihatkan bahwa himpunan ini merupakan himpunan Cantor seperti yang didefinisikan pada Definisi 3

Pertama, himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$ akan dikonstruksi dengan cara serupa seperti saat mengonstruksi himpunan Cantor $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$, dan $\frac{1}{7}$, berikut langkah-langkahnya:

Pandang interval tutup $[0, 1]$ dan beri nama C_0 . Selanjutnya, bagi C_0 menjadi $2m - 1$ bagian dan hapus bagian tengah, yakni interval buka $(\frac{1}{2m-1}, \frac{2}{2m-1}), (\frac{3}{2m-1}, \frac{4}{2m-1}), \dots, (\frac{2m-3}{2m-1}, \frac{2m-2}{2m-1})$, sehingga diperoleh

$$C_1 = \left[0, \frac{1}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{2}{2m-1}, \frac{3}{2m-1}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{2m-4}{2m-1}, \frac{2m-3}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{2m-2}{2m-1}, 1\right]$$

atau dapat ditulis

$$C_1 = \left[0, \frac{1}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{2}{2m-1}, \frac{3}{2m-1}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{(2m-1)-3}{2m-1}, \frac{(2m-1)-2}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{(2m-1)-1}{2m-1}, 1\right].$$

Untuk memperoleh C_2 , bagi setiap interval tutup yang ada di C_1 menjadi $2m - 1$ bagian dan hapus interval buka bagian tengah pada urutan ke $2k$, dengan $k < m$, sehingga didapat

$$C_2 = \left[0, \frac{1}{(2m-1)^2}\right] \cup \left[\frac{2}{(2m-1)^2}, \frac{3}{(2m-1)^2}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{(2m-1)^2-3}{(2m-1)^2}, \frac{(2m-1)^2-2}{(2m-1)^2}\right] \cup \left[\frac{(2m-1)^2-1}{(2m-1)^2}, 1\right].$$

Setelah n iterasi, diperoleh

$$C_n = \left[0, \frac{1}{(2m-1)^n}\right] \cup \left[\frac{2}{(2m-1)^n}, \frac{3}{(2m-1)^n}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{(2m-1)^n-3}{(2m-1)^n}, \frac{(2m-1)^n-2}{(2m-1)^n}\right] \cup \left[\frac{(2m-1)^n-1}{(2m-1)^n}, 1\right],$$

dengan $n \geq 0$ dan $m \geq 2$. Himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$ adalah himpunan $C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n$.

Lemma 4 Jika C_n terdefinisi pada himpunan Cantor $\frac{1}{2m-1}$, $2 \leq m < \infty$, maka terdapat m^n interval tutup pada C_n , panjang setiap interval tutup adalah $(\frac{1}{2m-1})^n$, dengan $2 \leq m < \infty$, panjang total dari interval yang dihapus adalah 1. Panjang total dari semua interval yang termuat pada C_n adalah $(\frac{m}{2m-1})^n$, dengan $2 \leq m < \infty$, yang mendekati 0 seiring nilai n yang membesar menuju takhingga.

Bukti Lemma 4:

(Dengan menggunakan induksi matematika)

Seperti yang telah dikonstruksi di atas, pada konstruksi C_1 telah diketahui bahwa C_1 memuat m interval tutup dan tiap interval memiliki panjang $\frac{1}{2m-1}$, sehingga panjang total interval-interval pada C_1 adalah $\frac{m}{2m-1}$. Misalkan benar untuk setiap $n = k$. Maka terdapat m^k interval tutup pada C_k . Panjang tiap interval $\left(\frac{1}{2m-1}\right)^k$, sehingga panjang total interval-interval pada C_k adalah $\left(\frac{m}{2m-1}\right)^k$. Selanjutnya, akan ditunjukkan terdapat m^{k+1} interval tutup pada C_{k+1} , dengan panjang $\left(\frac{1}{2m-1}\right)^{k+1}$ dan panjang total semua interval $\left(\frac{m}{2m-1}\right)^{k+1}$, untuk $2 \leq m < \infty$. Catat bahwa setiap $\frac{1}{2m-1}$ bagian tengah dihapus dari sebuah interval tutup artinya sama dengan membagi interval menjadi sebanyak m interval tutup. Langkah pertama adalah dengan mengalikan banyaknya interval pada C_k dengan m , sehingga terdapat $m(m^k) = m^{k+1}$ interval tutup pada C_{k+1} . Untuk membentuk C_{k+1} , bagi setiap interval pada C_k yang memiliki panjang $\left(\frac{1}{2m-1}\right)^k$ menjadi $2m - 1$ interval. Akibatnya, panjang interval $C_{k+1}C_{k+1}$ adalah

$$\frac{\left(\frac{1}{2m-1}\right)^k}{(2m-1)} = \left(\frac{1}{2m-1}\right)^{k+1}$$

dan panjang totalnya adalah

$$m^{k+1} \left(\frac{1}{2m-1}\right)^{k+1} = \left(\frac{m}{2m-1}\right)^{k+1}.$$

Langkah selanjutnya adalah dengan menunjukkan total panjang interval yang telah dibuang adalah 1. Ingat bahwa pada iterasi pertama, interval dengan total panjang $\frac{m-1}{2m-1}$ dihapus, pada iterasi kedua, interval dengan total panjang $\frac{m^2-m}{(2m-1)^2}$ dihapus, sedangkan pada iterasi ketiga total panjang interval yang dihapus adalah $\frac{m^3-m^2}{(2m-1)^3}$, dan seterusnya, sehingga membentuk suatu deret geometri dengan $a = \frac{m-1}{2m-1}$, $r = \frac{m}{2m-1}$ dan jumlah total deret ini adalah $S_\infty = \frac{\frac{m-1}{2m-1}}{1-\frac{m}{2m-1}} = 1$. Akibatnya, total panjang interval yang ada pada C_n mendekati 0, seiring membesarnya n .

Proposisi 5 Himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$ merupakan himpunan Cantor, dengan $2 \leq m < \infty$.

Bukti:

Misalkan C adalah himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$ dengan $2 \leq m < \infty$. Karena 1 selalu termuat dalam C_n , maka $C \neq \emptyset$. Harus ditunjukkan bahwa himpunan ini memenuhi definisi himpunan Cantor yang diperumum.

- Misalkan $C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n$. Karena C_n merupakan himpunan tutup untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, maka irisan semua C_n adalah himpunan tutup, sehingga C tutup. Karena $C \subseteq [0,1]$, maka C terbatas.
- Asumsikan bahwa C memuat sebuah interval buka (x, y) dengan panjang $|y - x|$ untuk $y > x$. Hal tersebut berarti bahwa di setiap bagian proses konstruksi (x, y) harus termuat disalah satu interval tutup yang tersisa. Berdasarkan Lemma 2.4, setelah n tahapan, panjang dari masing-masing interval tutup pada C_n adalah $\left(\frac{1}{2^{m-1}}\right)^n$, dengan $2 \leq m \leq \infty$. Berdasarkan Teorema Archimedes, terdapat $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga $\left(\frac{1}{2^{m-1}}\right)^{n_0} = \frac{1}{(2^{m-1})^{n_0}} < |y - x|$, artinya terdapat beberapa titik pada (x, y) yang tidak termuat disalah satu interval tutup yang tersisa, yakni C_{n_0} . Kontradiksi. Dengan demikian, C tidak memuat interval satu pun.
- Akan dibuktikan bahwa setiap titik pada C merupakan titik akumulasi C , yaitu dengan menunjukkan bahwa setiap $x \in C$ dan setiap $r > 0$, terdapat titik y di $(x - r, x + r)$ sedemikian sehingga $y \neq x$ dan $y \in C$. Ambil $x \in C$, maka $x \in C_n$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, sehingga x pasti termuat disalah satu interval tutup C_n . Katakan bahwa $x \in [a, b]$, dengan $[a, b]$ suatu n interval di C_n yang memiliki panjang $\left(\frac{1}{2^{m-1}}\right)^n = \frac{1}{(2^{m-1})^n}$.

Akibatnya,

$$x - a \leq \frac{1}{(2^{m-1})^n} \text{ dan } b - x \leq \frac{1}{(2^{m-1})^n},$$

sehingga

$$x - \frac{1}{(2^{m-1})^n} \leq a \text{ and } b \leq x + \frac{1}{(2^{m-1})^n}.$$

Berdasarkan Teorema Archimedes, $\exists N \in \mathbb{N}, \exists \frac{1}{(2^{m-1})^N} < r$ dan dapat ditulis sebagai berikut

$$x < x + \frac{1}{(2m-1)^n} < x + \frac{1}{(2m-1)^N} < x + r$$

dan

$$x > x - \frac{1}{(2m-1)^n} > x - \frac{1}{(2m-1)^N} > x - r,$$

untuk setiap $n > N$. Dengan demikian,

$$x - r < x - \frac{1}{(2m-1)^n} \leq a \leq x \leq b \leq x + \frac{1}{(2m-1)^n} < x + r,$$

Artinya a dan b termuat di $(x - r, x + r)$ dan salah satunya tidak sama dengan x .

Oleh karena itu, Himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$ merupakan himpunan Cantor.

3.2. Sifat-sifat Himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$

Berdasarkan Definisi 3, Himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$ (yang kemudian akan disebut himpunan Cantor dan dinotasikan sebagai C) bersifat tertutup dan terbatas, C tidak memuat interval, dan setiap titik di C merupakan titik akumulasi bagi C . Selanjutnya, akan diperlihatkan dan dibuktikan sifat-sifat lain dari C .

a. C kompak.

Karena $C \subseteq \mathbb{R}$ bersifat tertutup dan terbatas, maka berdasarkan Teorema Heine-Borel C kompak.

b. C takterhubung total

$C \subseteq \mathbb{R}$ dan merupakan subset terhubung dari \mathbb{R} , yang merupakan interval dan himpunan singleton. Karena C tidak memuat interval, maka satu-satunya subset terhubung di C adalah himpunan singleton. Dengan demikian, C takterhubung total.

c. C tidak padat dimana-mana

Bukti:

Pertama, harus ditunjukkan bahwa $\text{int}(\bar{C}) = \emptyset$. Karena C memuat semua titik akumulasi dari C , maka $\text{int}(C) = \text{int}(\bar{C})$. Andaikan $\text{int}(C) = \emptyset$, $\exists x \in \text{int}(C)$ maka $\exists \varepsilon > 0$ sedemikian sehingga $B(x, \varepsilon) \subseteq C$. $B(x, \varepsilon)$ merupakan sebuah interval di C , akan tetapi C tidak memuat interval. Kontradiksi.

d. C merupakan himpunan takterhitung.

Bukti:

Andaikan C terhitung. Berdasarkan definisi Keterhitungan, terdapat $f: \mathbb{N} \rightarrow C$ yang bersifat 1-1 dan pada. Misal $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$ dan $f(n) = x_n, \forall n \in \mathbb{N}$, dengan

$$\begin{aligned} x_1 &= 0. c_{11}c_{12}c_{13} \dots \\ &\vdots \\ x_n &= 0. c_{n1}c_{n2}c_{n3} \dots \\ &\vdots \end{aligned}$$

dan $c_{nm} \in \{0, 2, 4, \dots, 2m, 2m - 2\}$. Kemudian, definisikan $c = 0. c_1c_2c_3 \dots$ dengan $c_n \neq c_{nn}$. Jelas bahwa $c \in C$, tetapi $c \neq x_n, \forall n \in \mathbb{N}$. Kontradiksi.

4. SIMPULAN

Himpunan Cantor yang diperumum, yakni himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$, dengan $2 \leq m < \infty$ memenuhi definisi Himpunan Cantor dan beberapa sifat lainnya yaitu kompak, takterhubung total, tidak padat dimana-mana, dan merupakan himpunan takterhitung.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Davis, T. M. (2005). *Topology*. Singapore: Mc Graw Hill.
- Khan, M. S., & Islam, M. S. (2013). An Exploration of Generalized Cantor Set. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 6(7), 50.
- M.J Islam, M. I. (2011). Generalized Cantor Set and Its Fractal Dimension. *Journal Scientific and Industrial Research*, 499-506.

PEMODELAN SPASIAL DATA PANEL UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KESEHATAN DI PROVINSI PAPUA

Ira Rosianal Hikmah¹⁾, Yulial Hikmah²⁾

¹Sekolah Tinggi Sandi Negara

Email: ira.rosianal@stsn-nci.ac.id

²Program Pendidikan Vokasi Universitas Indonesia

Email: yulialhikmah47@ui.ac.id

ABSTRACT

According to data from the BPS, the rate of population growth in Indonesia consistently increases every year. Conditions of population growth that cannot be suppressed will cause several problems. One of the problems in Indonesia and difficult to solve is the public health problem. Until now, the number of sick people in Indonesia is still quite high. The spatial panel model is the result of the development of the panel data model. This development was carried out because of the influence of spatial or location on panel data. Spatial information is very important because it can determine the relationship of an area with other regions that are close together. Data containing spatial elements will not be accurate if only using panel regression analysis because there are assumptions that are violated, one of which will produce heterogeneous errors. This is due to the inter-regional linkages. The purpose of this study was to determine the factors that influence the percentage of sick people in Papua Province based on several selected spatial panel models, namely SAR, SEM, GSM models. Next, an analysis was conducted to obtain the best spatial panel model.

Keywords: *Public health, spatial panel model, SAR, SEM, GSM*

ABSTRAK

Menurut data BPS, tingkat pertumbuhan populasi di Indonesia secara konsisten meningkat setiap tahun. Kondisi pertumbuhan populasi yang tidak dapat ditekan akan menyebabkan berbagai masalah. Salah satu masalah yang mungkin terjadi di Indonesia dan sulit diselesaikan adalah kesehatan masyarakat Indonesia. Hingga saat ini, jumlah penduduk sakit di Indonesia masih cukup tinggi. Model panel spasial merupakan hasil pengembangan model data panel. Pengembangan ini dilakukan karena adanya pengaruh spasial atau lokasi pada data panel. Informasi spasial sangat penting karena dapat menentukan hubungan suatu daerah dengan daerah lain yang berdekatan. Data yang mengandung elemen spasial tidak akan akurat jika hanya menggunakan regresi panel karena ada asumsi yang dilanggar, salah satunya akan menghasilkan kesalahan yang heterogen. Hal ini disebabkan karena adanya hubungan antar wilayah. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan faktor-faktor yang mempengaruhi persentase penduduk sakit di Provinsi Papua berdasarkan beberapa model panel spasial yang dipilih, yaitu model SAR, SEM, dan GSM. Selanjutnya dilakukan analisis untuk mendapatkan model panel spasial terbaik.

Kata kunci: *Kesehatan masyarakat, model panel spasial, SAR, SEM, GSM*

1. PENDAHULUAN

Menurut data dari Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2010 dari hasil sensus penduduk menyatakan bahwa laju pertumbuhan penduduk di Indonesia meningkat sebesar 1,49% pertahunnya (Rahayu, 2010). Kondisi pertumbuhan penduduk yang tidak dapat ditekan akan menimbulkan beberapa permasalahan. Salah satu permasalahan di Indonesia dan sulit untuk diselesaikan adalah masalah kesehatan masyarakat. Hal ini dikarenakan sebagian masyarakat Indonesia belum mendapatkan pelayanan kesehatan karena biaya kesehatan yang terus menerus meningkat. Permasalahan kesehatan menjadi salah satu fokus pemerintah selain masalah kemiskinan dan pendidikan. Sejumlah program dan kebijakan-kebijakan telah dilaksanakan untuk meningkatkan tingkat kesehatan masyarakat. Namun sampai saat ini, jumlah penduduk sakit di Indonesia masih cukup tinggi.

Sejak tahun 2014, Indonesia telah mengangkat Program Indonesia Sehat sebagai upaya mempromosikan pelayanan kesehatan yang bermutu dan mendorong semua orang untuk mencapai tingkat kesehatan tertinggi. Program Indonesia Sehat terdiri dari tiga elemen yaitu Paradigma Sehat, Penguatan Pelayanan Kesehatan Primer, dan JKN. Paradigma Sehat dilakukan dengan promosi kesehatan dengan pemberdayaan masyarakat melalui Gerakan Masyarakat Hidup Sehat (GERMAS). Penguatan Pelayanan Kesehatan Primer dilakukan untuk meningkatkan layanan kuratif dan rehabilitasi melalui pendekatan berbasis keluarga dalam rangka pencapaian standar pelayanan minimum kesehatan. JKN yaitu Jaminan Kesehatan Nasional untuk memastikan akses masyarakat terhadap layanan kesehatan yang terjangkau (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2019).

Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) merupakan riset skala nasional yang dilakukan oleh Badan Litbangkes Kementerian Kesehatan RI untuk mendapatkan gambaran mengenai bagaimana kesehatan masyarakat Indonesia baik di tingkat nasional, provinsi, maupun kabupaten/kota. Riskesdas pertama kali dilakukan pada tahun 2007, kemudian dilakukan lagi tahun 2010, 2013, dan yang terbaru adalah tahun 2018. Data riskesdas meliputi kondisi kesehatan masyarakat dari berbagai usia, jenis kelamin, penyakit, serta gaya hidup (Kumparan, 2019). Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) 2018 mencatat bahwa Kementerian Kesehatan Republik Indonesia hanya mampu mengurangi angka *stunting* (pendek/kerdil) dari 37,2% menjadi 30,8% selama lima tahun. Begitu pula dengan gizi buruk, dari 19,6% menjadi 17,6%. Pada awal tahun 2018, kabar gizi buruk dan campak datang dari Asmat, Papua. Tercatat 76 anak meninggal dunia akibat gizi buruk dan campak. Pemerintah Indonesia bahkan langsung mengkategorikan kasus ini ke dalam Kejadian Luar Biasa (KLB) dan membentuk tim khusus yang turun langsung ke Asmat. Akses kesehatan berupa fasilitas kesehatan, tenaga medis, dan obat-obatan yang jauh dari masyarakat Asmat serta pendidikan yang rendah menjadi penyebab gizi buruk dan campak mewabah di Asmat. Di sisi lain, angka obesitas justru mengalami peningkatan dari 14,8% menjadi 21,8% (CNN Indonesia, 2018).

Hampir semua penyakit tidak menular seperti kanker, stroke, gangguan ginjal kronis, diabetes, dan hipertensi, mengalami peningkatan. Akan tetapi, jumlah penderita penyakit menular seperti infeksi saluran pernapasan, malaria, diare, dan tuberkulosis mengalami penurunan. Walaupun demikian, Indonesia masih dihadapi tantangan karena banyak masyarakat yang menolak pemberian vaksin untuk mencegah penyakit menular. Polemik kehalalan vaksin MR dan polio menjadi salah satu penyebabnya. Majelis Ulama Indonesia sudah mengeluarkan fatwa bahwa vaksin boleh digunakan hingga terdapat pengganti yang halal (CNN Indonesia, 2018). Hasil utama Riskesdas 2018 menyebutkan bahwa provinsi dengan prevalensi ispa dan pneumonia tertinggi di Indonesia adalah Papua. Sedangkan prevalensi TB paru, provinsi Papua tertinggi kedua setelah Banten. Selain itu, provinsi papua

menjadi daerah prevalensi diare pada balita tertinggi di Indonesia. Oleh karena itu, penelitian ini akan memfokuskan pada permasalahan kesehatan di Provinsi Papua (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2018).

Terdapat banyak sekali faktor yang mempengaruhi permasalahan kesehatan di Provinsi Papua, di antaranya adalah faktor lingkungan dan gaya hidup (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2018). Menurut data BPS, pada tahun 2018, Papua menjadi provinsi dengan persentase rumah tangga kumuh perkotaan tertinggi di Indonesia yaitu sebesar 17%. Papua juga tercatat sebagai provinsi dengan persentase rumah tangga yang memiliki akses terhadap layanan sanitasi layak dan berkelanjutan terendah sebesar 15,78%. Selain sanitasi, Provinsi Papua juga menempati peringkat kelima setelah Bengkulu, Lampung, Kalimantan Selatan, dan Sulawesi Barat dengan persentase terendah yang memiliki akses terhadap layanan sumber air minum layak dan berkelanjutan (Badan Pusat Statistik, 2019). Angka kematian balita per 1000 kelahiran hidup tertinggi di Indonesia juga ditempati oleh Papua (Badan Pusat Statistik, 2018). Salah satu penyebabnya adalah rendahnya persentase balita yang pernah mendapatkan imunisasi sehingga mudah terkena penyakit. Selain itu, rendahnya pendidikan akan gaya hidup sehat di Provinsi Papua juga cukup rendah. Salah satunya terlihat dari hasil utama Riskesdas 2018 dengan proporsi perilaku cuci tangan dengan benar pada usia lebih dari 10 tahun, terendah kedua setelah NTT (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2018). Oleh karena itu, penelitian ini juga memfokuskan pada faktor-faktor yang mungkin menjadi penyebab dan mempengaruhi permasalahan kesehatan di Indonesia, yaitu persentase keluhan kesehatan, rata-rata lama sakit, ketersediaan fasilitas BAB, ketersediaan sumber air minum, dan persentase imunisasi balita.

Data yang terdiri dari beberapa objek yang diamati pada satu waktu disebut dengan data lintas individu (*cross section*). Sedangkan data yang dikumpulkan dari beberapa waktu untuk satu objek saja disebut dengan data deret waktu (*time series*). Penggunaan data terkadang tidak cukup dengan menggunakan informasi yang diberikan oleh data *cross section* atau data *time series* saja. Penggabungan keduanya mampu mengendalikan keragaman individu. Selain itu juga mampu memberikan data yang lebih informatif, antar variabel memiliki hubungan (multikolinieritas) yang rendah serta lebih efisien. Penggabungan data *cross section* dan data *time series* ini disebut dengan data panel (Baltagi, 2005).

Pada penelitian ini, objek data yang diperoleh dari BPS adalah lokasi. Seringkali model regresi data panel diterapkan pada beberapa wilayah sehingga galat/error yang dihasilkan menjadi heterogen akibat keterkaitan antar wilayah (otokorelasi spasial). Kondisi seperti ini mengakibatkan perlu dilakukan pertimbangan terhadap analisis kebergantungan spasial. Regresi spasial merupakan hasil pengembangan dari model linier klasik. Pengembangan ini berdasarkan pada adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis (Anselin, 2009). Informasi mengenai posisi sangatlah penting karena memungkinkan untuk mengetahui hubungan suatu elemen di suatu daerah dengan daerah lain yang saling berdekatan. Dengan melihat kondisi diatas dapat disimpulkan bahwa selain data panel, data kesehatan penduduk memiliki unsur spasial di dalamnya. Dalam menganalisis data yang mengandung unsur spasial, maka analisis data tidak akan akurat jika hanya menggunakan analisis regresi sederhana. Jika menggunakan analisis regresi sederhana maka akan terjadi kesalahan asumsi seperti nilai residual yang berkorelasi dengan yang lain serta ragamnya tidak konstan (Pangestika, 2015). Sementara jika hanya menggunakan regresi panel saja tanpa memasukkan unsur spasial akan menghasilkan galat/error yang heterogen yang diakibatkan keterkaitan antar wilayah (otokorelasi spasial) (Elhorst, 2010).

Oleh karena itu, dibutuhkan metode pengolahan data yang dapat mengakomodasi hal tersebut, dalam hal ini adalah regresi panel spasial. Sebelumnya Halim (2008) telah menggunakan regresi spasial untuk memodelkan harga jual apartemen di Surabaya. Selain itu Anggraeni (2012) menggunakan analisis panel spasial untuk menganalisis faktor yang mempengaruhi kemiskinan di provinsi Sumatera Selatan. Meilliana (2013) menggunakan regresi panel untuk menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di provinsi Jawa Timur. Pada penelitian ini, analisis panel spasial diterapkan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi persentase penduduk sakit di Provinsi Papua.

2. METODOLOGI

2.1. Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS). Data panel yang digunakan adalah data di dua puluh sembilan kabupaten/ kota yang ada di Provinsi Papua dengan periode waktu dari tahun 2013 sampai tahun 2017 dengan keterangan variabel sebagai berikut:

Tabel 1 Variabel dalam Penelitian

Nama Variabel	Satuan
Persentase penduduk sakit (Y)	Persen
Persentase keluhan kesehatan (X1)	Persen
Rata-rata lama sakit (X2)	Hari
Fasilitas BAB sendiri (X3)	Persen
Fasilitas BAB bersama (X4)	Persen
Persentase balita tidak imunisasi BCG (X5)	Persen
Persentase balita tidak imunisasi DPT (X6)	Persen
Persentase balita tidak imunisasi POLIO (X7)	Persen
Persentase balita tidak imunisasi CAMPAK (X8)	Persen
Persentase balita tidak imunisasi HEPATITIS B (X9)	Persen
Sumber air minum sumur terlindungi (X10)	Persen

2.2. Metode Analisis

Tahapan yang akan dilakukan dalam analisis data panel spasial adalah sebagai berikut:

1. Menghitung korelasi variabel bebas (X) terhadap variabel terikat (Y).
2. Melakukan analisis data panel.
3. Melakukan analisis spasial.
4. Melakukan analisis data panel spasial.
5. Pemilihan model terbaik dengan melihat nilai R^2 terbesar.

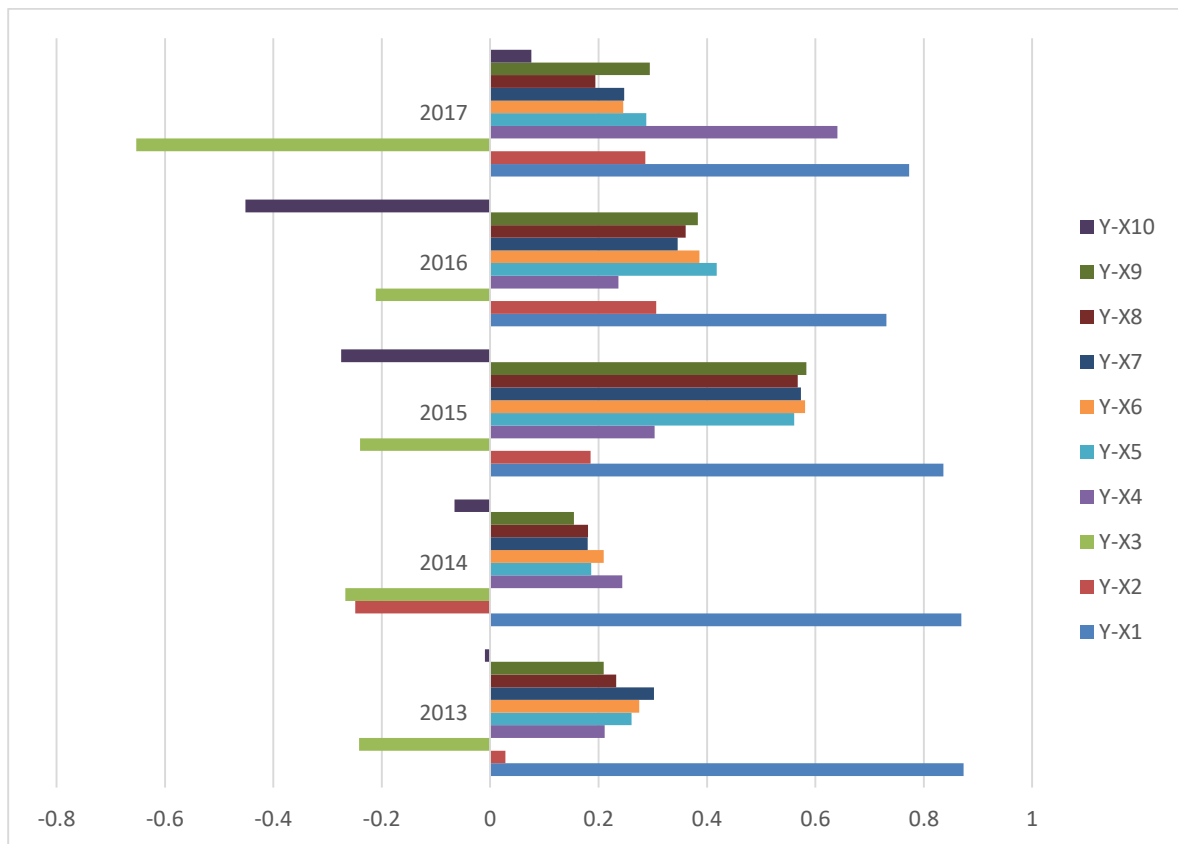
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Korelasi Variabel Penjelas

Tabel 2 menunjukkan korelasi antar variabel bebas dengan variabel terikatnya di setiap tahunnya. Berdasarkan Tabel 2 terlihat bahwa persentase keluhan sakit berkorelasi positif terhadap persentase penduduk sakit.

Tabel 2 Koefisien korelasi variabel Y dengan X

	Y-X1	Y-X2	Y-X3	Y-X4	Y-X5	Y-X6	Y-X7	Y-X8	Y-X9	Y-X10
2013	0.873	0.028	-0.241	0.211	0.261	0.275	0.302	0.232	0.209	-0.009
2014	0.869	-0.249	-0.266	0.243	0.186	0.209	0.179	0.181	0.154	-0.065
2015	0.835	0.185	-0.239	0.303	0.561	0.581	0.573	0.567	0.583	-0.274
2016	0.731	0.306	-0.210	0.236	0.417	0.386	0.345	0.361	0.383	-0.451
2017	0.773	0.286	-0.65307	0.641	0.287	0.245	0.247	0.194	0.294	0.076



Gambar 1 Koefisien korelasi antar X dengan Y

Pada Gambar 1 terlihat bahwa variabel X3 memberikan korelasi negatif terhadap variabel respon di setiap tahunnya dan X10 juga berkorelasi negatif di hampir setiap tahun sementara variabel lainnya memberikan korelasi yang positif hampir di setiap tahunnya terhadap variabel persentase penduduk sakit. Dari keempat variabel penjelas, yang memberikan pengaruh paling signifikan adalah variabel persentase keluhan sakit.

3.2. Analisis Data Panel

Pada analisis data panel spasial, dilakukan terlebih dahulu uji Breusch-Pagan untuk melihat apakah ada efek waktu dan atau individu. Jika digunakan taraf signifikansi sebesar 5% maka keputusannya dari Tabel 3 adalah terdapat efek individu pada model. Hal ini

dikarenakan oleh nilai- $p < 5\%$ sehingga tidak ada pengaruh signifikan yang diakibatkan oleh efek waktu.

Tabel 3 Hasil Uji Breusch-Pagan

Efek	χ^2	Nilai-p
Waktu dan Individu	3,94	0,1395
Waktu	0,0653	0,7983
Individu	3,8746	0,049

Selanjutnya, akan diberikan hasil pendugaan model panel pengaruh tetap, acak, dan gabungan.

Tabel 4 Hasil Pendugaan Model Pengaruh Tetap

Variabel	Koefisien	Nilai-p
X1	0,625	<0,000
X2	0,358	0,03
X3	-0,019	0,04
X4	0,005	0,03
X5	-0,009	0,82
X6	0,082	0,04
X7	-0,016	0,73
X8	-0,03	0,36
X9	-0,041	0,21
X10	-0,001	0,04
R^2		0,7932

Tabel 5 Hasil Pendugaan Model Pengaruh Acak

Variabel	Koefisien	Nilai-p
X1	0,534	<0,000
X2	0,417	0,04
X3	0,006	0,64
X4	0,007	0,61
X5	-0,066	0,14
X6	0,074	0,09
X7	0,041	0,4
X8	-0,011	0,73
X9	-0,064	0,06
X10	0,008	0,54
R^2		0,5853

Berdasarkan hasil pendugaan parameter model yang ditampilkan pada Tabel 4, Tabel 5, dan Tabel 6, terlihat bahwa pada model pengaruh tetap, variabel yang signifikan adalah variabel X1, X2, X3, X4, X6, dan X10. Pada model pengaruh acak, hanya variabel X1 dan X2 yang signifikan sedangkan untuk model pengaruh gabungan, hanya variabel X1, X2, dan X3 yang signifikan. Selanjutnya Tabel 7, 8, dan 9 menunjukkan Hasil Pendugaan Model yang hanya melibatkan variabel-variabel yang signifikan.

Tabel 6 Hasil Pendugaan Model Pengaruh Gabungan

Variabel	Koefisien	Nilai-p
X1	0,647	<0,000
X2	0,34	0,03
X3	-0,024	0,04
X4	0,001	0,92
X5	0,013	0,76
X6	0,084	0,06
X7	-0,041	0,41
X8	-0,034	0,29
X9	-0,036	0,27
X10	-0,003	0,79
R^2		0,73258

Tabel 7 Hasil Pendugaan Model Pengaruh Tetap Tanpa Melibatkan X5, X7, X8, dan X9

Variabel	Koefisien	Nilai-p
X1	0,6	<0,000
X2	0,416	0,01
X3	-0,021	0,02
X4	0,007	0,02
X6	0,084	0,03
X10	-0,003	0,03
R^2		0,74953

Tabel 8 Hasil Pendugaan Model Pengaruh Acak Melibatkan X1

Variabel	Koefisien	Nilai-p
X1	0,531	<0,000
X2	0,469	0,04
R^2		0,53861

Tabel 9 Hasil Pendugaan Model Pengaruh Gabungan Melibatkan X1, X2, dan X3

Variabel	Koefisien	Nilai-p
X1	0,629	<0,000
X2	0,332	0,02
X3	-0,022	0,03
R^2		0,716

Berdasarkan Tabel 7, Tabel 8, dan Tabel 9, penelitian ini memilih Model Pengaruh tetap karena menghasilkan R^2 yang paling besar. Selanjutnya dilakukan Uji Chow dan Uji Hausman untuk mendapatkan model terbaik.

Tabel 10 Hasil Uji Chow

F	2,2624
-----------------------	---------------

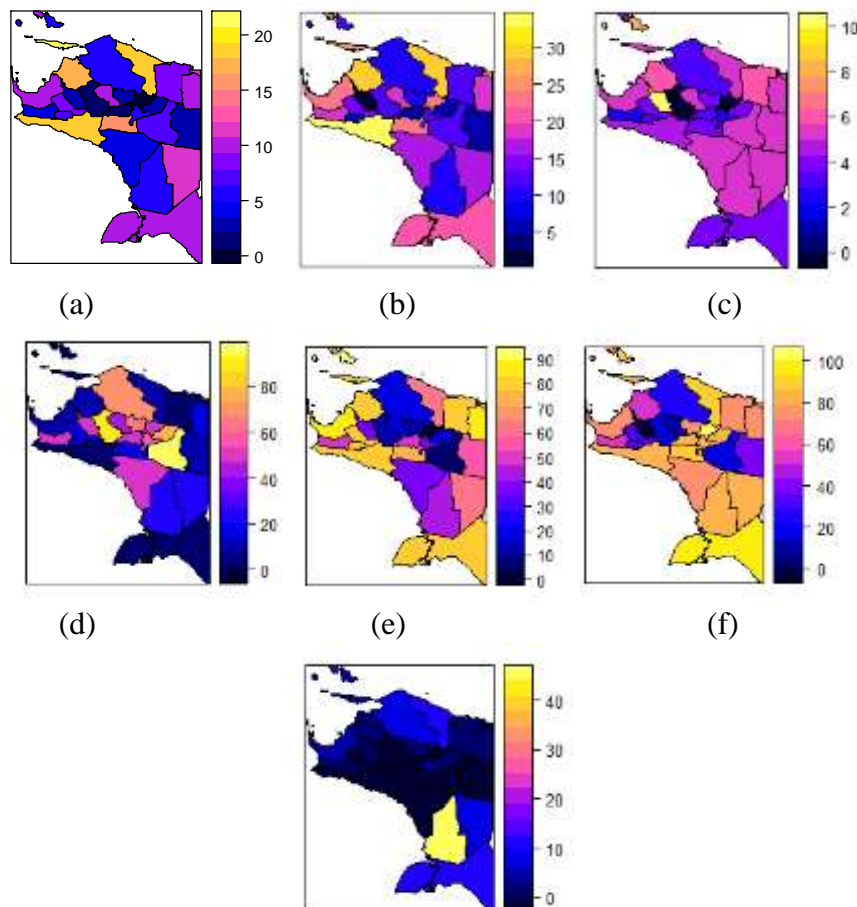
Db1	26
Db2	115
Nilai-p	0,0017
Tabel 11 Hasil Uji Hausman	
χ^2	6,7102
Db	1
Nilai-p	0,01

Berdasarkan Tabel 10 dan Tabel 11, nilai $-p < \alpha = 5\%$ maka model mengikuti model pengaruh tetap. Berdasarkan hasil uji yang telah dilakukan di atas, maka diperoleh model regresi data panel dengan pengaruh tetap sebagai berikut:

$y_{it} = 0,6 x_{1it} + 0,416x_{2it} - 0,021 x_{3it} + 0,007x_{4it} + 0,084x_{6it} - 0,003x_{10it} + \hat{\mu}_i + \varepsilon_{it}$
 dengan $R^2 = 0,74953$, artinya sebesar hampir 75% variabel-variabel bebas pada model mampu menjelaskan variasi dari variabel terikatnya.

3.3. Analisis Spasial

Peta persebaran persentase penduduk sakit, persentase keluhan kesehatan, rata-rata lama sakit, fasilitas BAB (sendiri), fasilitas BAB (bersama), persentase balita tidak imunisasi DPT, dan sumber air minum sumur terlindungi di kabupaten/kota Provinsi Papua pada tahun 2017 terlihat pada gambar berikut:



(g)

Gambar 2 Peta Provinsi Papua tahun 2014 (a) Y (b) X1 (c) X2 (d) X3 (e) X4 (f) X6 (g) X10

Pada Gambar 2 terlihat bahwa secara geografis terdapat kemiripan nilai dengan tetangga kota/kab terdekatnya. Hal ini dapat dilihat pada warna peta yang menghasilkan warna yang mirip. Ini menunjukkan bahwa nilai pengamatan suatu kab/kota tidak saling bebas melainkan terdapat dependensi spasial. Pada data dengan dependensi spasial, nilai penduga yang dihasilkan dengan metode kuadrat terkecil pada regresi spasial akan menjadi bias dan tidak konsisten. Oleh karena itu, perlu dilakukan analisis data panel spasial.

Dalam melakukan analisis data spasial, terlebih dahulu dicek apakah antarkota/kab saling bebas atau tidak dengan melakukan uji otokorelasi spasial. Sebelum melakukan uji tersebut, terlebih dahulu dicari matriks pembobot spasial. Penelitian ini menggunakan konsep invers jarak untuk mendapatkan matriks pembobot spasial. Uji otokorelasi yang digunakan adalah dengan Indeks Moran Global.

Hasil uji otokorelasi spasial dapat dilihat pada Tabel 12. Berdasarkan Tabel 12 terlihat bahwa setiap variabel, antar kota saling dependen (tidak saling bebas). Oleh karena ini, selanjutnya dilakukan analisis panel spasial.

Tabel 12 Hasil uji otokorelasi spasial

	$Z(I)$	$p - value$	Keterangan
Y	2,0653	0,0418	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif
X1	2,7863	0,008	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif
X2	4,3524	0,0331	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif
X3	2,8422	0,0022	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif
X4	4,1936	< 0,000	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif
X6	3,2374	0,000	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif
X10	1,2987	0,009	$H_1: I > 0$; Terdapat otokorelasi spasial positif

3.4. Analisis Panel Spasial

Hasil pendugaan parameter dengan model panel GSM, SAR, dan SEM dapat dilihat pada Tabel 13, Tabel 14, dan Tabel 15.

Tabel 13 Pendugaan parameter model panel GSM dengan pengaruh tetap

Variabel	Koefisien	$p - value$
Rho	0,151	0,0318
Lambda	-0,6693	0,0189
X1*	0,54	< 0,000
X2*	0,4372	0,041
X3	0,0062	0,569
X4*	0,0114	0,026
X5*	-0,0783	0,033
X6	0,0502	0,158
X7*	0,0684	0,048
X8	-0,0138	0,615
X9*	-0,0589	0,039

X10	0,0041	0,712
R^2	0,8294	

Tabel 14 Pendugaan parameter model panel SEM dengan pengaruh tetap

Variabel	Koefisien	<i>p</i> – value
Lambda	-0,4456	0,017
X1*	0,541	< 0,000
X2*	0,398	0,046
X3	0,011	0,288
X4	0,011	0,329
X5*	-0,08	0,031
X6*	0,061	0,028
X7*	0,062	0,017
X8	-0,009	0,734
X9	-0,064	0,223
X10	0,009	0,368
R^2	0,8303	

Tabel 15 Pendugaan parameter model panel SAR dengan pengaruh tetap

Variabel	Koefisien	<i>p</i> – value
Rho	0,0138	0,049
X1*	0,5344	< 0,000
X2*	0,42	0,047
X3	0,006	0,626
X4	0,007	0,55
X5*	-0,065	0,027
X6*	0,074	0,048
X7	0,041	0,327
X8	-0,012	0,686
X9*	-0,064	0,026
X10	0,008	0,528
R^2	0,8311	

Dari hasil di atas, terlihat bahwa untuk setiap model, tidak semua variabel signifikan pada taraf nyata 5%. Hasil dugaan parameter dengan hanya menyertakan variabel-variabel yang signifikan dapat dilihat pada Tabel 16, Tabel 17, dan Tabel 18.

Tabel 16 Pendugaan parameter model panel GSM pengaruh tetap dengan variabel-variabel yang signifikan

Variabel	Koefisien	<i>p</i> – value
Rho	0,253	0,033
Lambda	-0,898	0,031
X1	0,542	< 0,000
X2	0,409	0,04
X4	0,013	0,02
X5	-0,055	0,03
X7	0,083	0,018

X9	-0,055	0,02
R²	0,8242	

Tabel 17 Pendugaan parameter model panel SEM pengaruh tetap dengan variabel-variabel yang signifikan

Variabel	Koefisien	<i>p</i> – value
Lambda	-0,144	0,028
X1*	0,55	< 0,000
X2*	0,425	0,039
X5*	-0,046	0,021
X6*	0,044	0,021
X7*	0,01	0,017
R²	0,8204	

Tabel 18 Pendugaan parameter model panel SAR pengaruh tetap dengan variabel-variabel yang signifikan

Variabel	Koefisien	<i>p</i> – value
Rho	0,066	0,046
X1*	0,542	< 0,000
X2*	0,405	0,048
X5*	-0,047	0,013
X6*	0,085	0,017
X9*	-0,061	0,007
R²	0,8292	

3.5. Evaluasi Model

Hasil perhitungan pada analisis data panel spasial, didapatkan bahwa model yang terbaik adalah model spasial otoregresi (SAR pengaruh tetap dengan variabel X1, X2, X5, X6, dan X9 yang signifikan dengan taraf nyata 5% karena memiliki nilai R^2 terbesar. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 19.

Tabel 19 Evaluasi model

Model	R²
Panel Pengaruh Tetap	0,7495
Panel <i>GSM</i> Pengaruh Tetap	0,8242
Panel <i>SEM</i> Pengaruh Tetap	0,8204
Panel <i>SAR</i> Pengaruh Tetap	0,8292

Persamaan model yang terbentuk dari model pengaruh tetap dengan SAR sebagai berikut:

$$y_{it} = 0,066 \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{it} + 0,542 x_{1it} + 0,405 x_{2it} - 0,047 x_{5it} + 0,085 x_{6it} - 0,061 x_{9it} + \varepsilon_{it}$$

4. SIMPULAN

Pemodelan data kesehatan di Provinsi Papua dengan melibatkan factor spasial dapat menghasilkan model yang lebih baik dibandingkan dengan model panel biasa. Model panel SAR dengan pengaruh tetap terbukti lebih baik dari model panel biasa, model panel SEM maupun model panel GSM dengan pengaruh tetap bila dilihat dari nilai R^2 . Berdasarkan hasil diatas, faktor-faktor yang mempengaruhi persentase sakit di provinsi Papua adalah persentase keluhan kesehatan, rata-rata lama sakit, persentase balita tidak imunisasi BCG, DPT, dan HEPATITIS B.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Anggraeni, Y. 2012. *Analisis Spasial Data Panel untuk Menentukan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kemiskinan di Provinsi Sumatera Selatan*. Skripsi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Anselin, L. 2009. *Spatial Regression*. London: Sage Publications.
- Badan Pusat Statistik. 2018. *Angka Kematian Balita per 1000 Kelahiran Hidup Menurut Provinsi*. Dipetik Januari 5, 2020, dari <https://www.bps.go.id/dynamictable/2018/06/06/1457/angka-kematian-balita-per-1000-kelahiran-hidup-menurut-provinsi-2012-dan-2017.html>
- Badan Pusat Statistik. 2019. *Persentase Rumah Tangga Kumuh Perkotaan Menurut Provinsi*. Dipetik Januari 05, 2020, dari <https://www.bps.go.id/dynamictable/2019/10/04/1667/persentase-rumah-tangga-kumuh-perkotaan-40-ke-bawah-menurut-provinsi-2015-2018.html>
- Badan Pusat Statistik. 2019. *Persentase Rumah Tangga yang Memiliki Akses terhadap Layanan Sanitasi Layak dan Berkelanjutan Menurut Provinsi*. Dipetik Januari 5, 2020, dari <https://www.bps.go.id/dynamictable/2019/10/04/1665/persentase-rumah-tangga-yang-memiliki-akses-terhadap-layanan-sanitasi-layak-dan-berkelanjutan-40-bawah-menurut-provinsi-2015-2018.html>
- Badan Pusat Statistik. 2019. *Persentase Rumah Tangga yang memiliki Akses terhadap Layanan Sumber Air Minum Layak dan Berkelanjutan Menurut Provinsi*. Dipetik Januari 5, 2020, dari <https://www.bps.go.id/dynamictable/2019/10/04/1663/persentase-rumah-tangga-yang-memiliki-akses-terhadap-layanan-sumber-air-minum-layak-dan-berkelanjutan-40-bawah-menurut-provinsi-2015-2018.html>
- Baltagi, B. 2005. *Econometrics Analysis of Panel Data* (3rd ed.). England: John Wiley & Sons.
- CNN Indonesia. 2018. Catatan Kesehatan Indonesia Sepanjang 2018. Dipetik Januari 5, 2020, dari <https://www.cnnindonesia.com/gaya-hidup/20181217130400-255-354250/catatan-kesehatan-indonesia-sepanjang-2018>
- Elhorst, J. 2010. *Spatial Panel Data Models*. New York: Springer.
- Halim, S. 2008. Penentuan Harga Jual Hunian pada Apartemen di Surabaya dengan Menggunakan Metode Regresi Spasial. *Jurnal Teknik Industri*, 10(2): 151-157.
- Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2018. *Hasil Riskesdas 2018*. Dipetik Januari 5, 2020, dari http://www.kesmas.kemkes.go.id/assets/upload/dir_519d41d8cd98f00/files/Hasil-riskesdas-2018_1274.pdf
- Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2019. Program Indonesia Sehat untuk Capai Tingkat Kesehatan Tertinggi. Dipetik Januari 5, 2020, dari [187](http://sehatnegeriku.kemkes.go.id/baca/rilis-media/20190521/5530314/program-</p></div><div data-bbox=)

- indonesia-sehat-capai-tingkat-kesehatan-tertinggi/
Kumaran. 2019. 10 Years Challenge: Melihat Kondisi Kesehatan Masyarakat Indonesia. Dipetik Januari 5, 2020, dari <https://kumaran.com/kumparansains/10-years-challenge-melihat-kondisi-kesehatan-masyarakat-indonesia-1547773566224815409/full>
- Meilliana, A. 2013. Analisis Statistika Faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur dengan Menggunakan Regresi panel. *Jurnal Sains dan Seni*, 2(2): 237-242.
- Pangestika, S. 2015. *Analisis Estimasi Model Regresi Data Panel dengan Pendekatan Common Effect Model (CEM), Fixed Effect Model (FEM), dan Random Effect Model (REM)*. Skripsi, Universitas Negeri Semarang, Semarang.
- Rahayu, T. E. 2010. *Pertumbuhan dan Persebaran Penduduk Indonesia (Hasil Sensus Penduduk 2010)*. Dipetik Januari 5, 2020, dari <https://media.neliti.com/media/publications/49963-ID-pertumbuhan-danpersebaran-penduduk-indonesia.pdf>

**KEMAMPUAN AWAL KALKULUS INTEGRAL MAHASISWA
PENDIDIKAN MATEMATIKA KELAS B
UNIVERSITAS SANATA DHARMA**

Febi Sanjaya

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP USD Paingan, Maguwoharjo,
Depok, Sleman, Yogyakarta,

Email: febi@usd.ac.id

ABSTRACT

This study aimed to determine the initial ability of calculus integral for students of class B mathematics education at Sanata Dharma University. This research was descriptive with a quantitative approach using instruments in the form of essay questions to find out the initial abilities of students and questionnaires to determine the difficulties of students. The subjects of this study were students of the Sanata Dharma University Mathematics Education class B, who were taking the Integral Calculus course. The results of this study were only the initial abilities of the integration of polynomial function can be said to be good because more than 50% are correct in working on the pre test and almost no one says the difficulty in this topic. In another topic, just <10% of students were not correct in doing the pre-test and there were some who said the difficulty in this material..

Keywords: initial ability, integral calculus, context

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan awal kalkulus integral mahasiswa pendidikan matematika kelas B Universitas Sanata Dharma tahun 2018. Penelitian ini bersifat deskriptif dengan pendekatan kuantitatif menggunakan instrumen berupa soal essay untuk mengetahui kemampuan awal mahasiswa dan kuesioner untuk mengetahui kesulitan mahasiswa. Subyek dari penelitian ini adalah mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma kelas B, yang sedang menempuh mata kuliah Kalkulus Integral. Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa kemampuan awal terkait materi integral mahasiswa, hanya materi integral polinomial yang dapat dikatakan baik karena > 50% mahasiswa benar dalam mengerjakan pre tes dan hampir tidak ada yang mengatakan kesulitan pada materi ini. Selain materi tersebut < 10% mahasiswa tidak benar dalam mengerjakan pre tes dan beberapa mengatakan kesulitan pada materi ini.

Kata kunci: kemampuan awal, kalkulus integral, konteks

1. PENDAHULUAN

Sebagai salah satu Universitas Jesuit, Universitas Sanata Dharma sudah selayaknya untuk menyelenggarakan pendidikan sesuai dengan Pedagogi Ignasian. Paradigma Pedagogi Reflektif (PPR) merupakan pola pikir dalam menumbuhkembangkan pribadi peserta didik menjadi pribadi yang manusiawi (Tim Redaksi Kanisius, 2008: 39). Sesungguhnya, PPR adalah Paradigma Pedagogi Ignasian, yang mulai diperkenalkan Ignasius dari Loyola dengan kelompok religiusnya yang bernama Serikat Yesus. Karena inti pokok Paradigma Pedagogi Ignasian adalah refleksi, maka paradigma ini juga dikenal dengan nama Paradigma Pedagogi Reflektif (Subagya, 2010). Tahapan Paradigma Pedagogi Reflektif (PPR) terdiri dari siklus-siklus yang memuat konteks, pengalaman, refleksi, aksi, dan evaluasi (Gallagher dkk. dalam Suparno, 2015). Sangat penting untuk meletakkan konteks pada awal tahapan pada Paradigma Pedagogi Reflektif (PPR). Ini dikarenakan konteks sangat menentukan proses yang akan digunakan pada langkah selanjutnya dalam PPR.

Menurut Wahana (2016) konteks dalam PPR dimulai dari pengalaman hidup peserta didik. Pengalaman hidup dalam konteks peserta didik berarti hal-hal yang dimilikinya yang nantinya akan memengaruhi proses pembelajaran. Dalam hal ini konteks dapat dibagi menjadi 2 faktor, yaitu faktor akademis dan faktor sosial. Faktor akademis diantaranya adalah intelegensi peserta didik dan pengalamannya terhadap materi yang diajarkan. Sedangkan untuk faktor sosial diantaranya adalah kedewasaan peserta didik dalam menerima pelajaran, kedekatan antar siswa, dan keadaan ekonominya. Pengalaman terhadap materi yang diajarkan yang disebut di atas merupakan istilah lain dari kemampuan awal.

Kemampuan awal adalah kemampuan yang telah siswa miliki sebelum memperoleh kemampuan baru (Mukhtar, 2003). Blankenstain, et.al. (2013), Kendeou dan Broek (2007) Caillies dan Denhiere (2002) menyatakan bahwa kemampuan awal berperan signifikan bagi siswa dalam pembelajaran selanjutnya. Sebagian besar siswa memanfaatkan kemampuan awal untuk memahami pelajaran (Caillies dan Denhiere (2002), Kendeou dan Broek 2007). Lebih lanjut, Thompson dan Zamboanga (2004) menyatakan bahwa kemampuan awal penting untuk dideteksi sebagai data penyusun kebijakan, salah satunya rencana pembelajaran, demi keberhasilan siswa.

Sugilar (2013) menyatakan bahwa tercapainya tujuan pembelajaran disebabkan oleh perencanaan dan di mana peserta didik dilibatkan dalam proses berpikirnya. Hal tersebut dapat berarti bahwa perencanaan pembelajaran penting dalam melibatkan kemampuan awal siswa. Hasil penelitian Lestari (2017) diperoleh bahwa terdapat pengaruh kemampuan awal matematika terhadap hasil belajar matematika. Hevriansyah dan Megawanti (2016) juga mendapatkan hasil yang serupa yakni pada taraf signifikansi 5% terdapat pengaruh yang signifikan kemampuan awal terhadap hasil belajar matematika.

Berdasarkan pengalaman peneliti ketika mengajar, banyak mata kuliah yang sebenarnya sudah dipelajari di sekolah tetapi seakan-akan dilupakan begitu saja, salah satu mata kuliah tersebut adalah Kalkulus Integral. Padahal sebagian besar konsep sudah diperoleh mahasiswa ketika berada di SMA maupun SMK. Hal ini mengakibatkan proses pembelajaran yang cenderung lambat, dimana beberapa materi perlu diulang-ulang. Padahal, apa yang diharapkan terjadi di kelas adalah proses pembelajaran yang berjalan lancar, materi yang dapat diperdalam, dan berakhir dengan hasil yang memuaskan. Lebih lanjut, Kalkulus Integral juga akan digunakan dalam perkuliahan selanjutnya seperti mata kuliah persamaan

diferensial biasa maupun kalkulus lanjut. Hal ini didukung oleh penelitian Rejeki dan Setyaningsih (2016) yang menghasilkan adanya kontribusi signifikan dari kemampuan integral terhadap hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah persamaan differensial. Oleh karena itu penting untuk mengetahui kemampuan awal mahasiswa sehingga pembelajaran Kalkulus Integral bisa direncanakan lebih baik sehingga hasil optimal.

2. METODOLOGI

Penelitian yang digunakan yaitu penelitian deskriptif dengan pendekatan kuantitatif dan kualitatif. Penelitian ini dilaksanakan di Program Studi Pendidikan Matematika pada bulan Agustus 2018 – Januari 2019. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang mengambil mata kuliah Kalkulus Integral kelas B, yang berjumlah 45 orang. Sedangkan objek dari penelitian ini adalah kemampuan awal kalkulus integral dari subjek tersebut.

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah pengisian kuesioner dan pengerjaan tes. Kuesioner dan tes diberikan di awal perkuliahan yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan awal mahasiswa terkait integral. Soal tes yang diberikan terdiri dari 11 soal variatif. Proses menganalisis data yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Setiap mahasiswa akan kita lihat hasil dari pengerjaan tes, apakah benar, salah, atau tidak mengerjakan pada setiap materi.
2. Dari hasil tersebut akan kita deskripsikan hasilnya dengan statistik deskriptif.
3. Data kuesioner akan kita deskripsikan hasilnya dengan statistik deskriptif.
4. Hasil statistik deskriptif pada (2) dan (3) dilihat kesesuaiannya.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengambilan data, baik data tes maupun kuesioner, dilakukan pada pertemuan pertama perkuliahan. Tes yang diberikan berupa soal essay sederhana karena memang hanya untuk mengukur kemampuan awal mereka. Rincian topik soal tes adalah sebagai berikut:

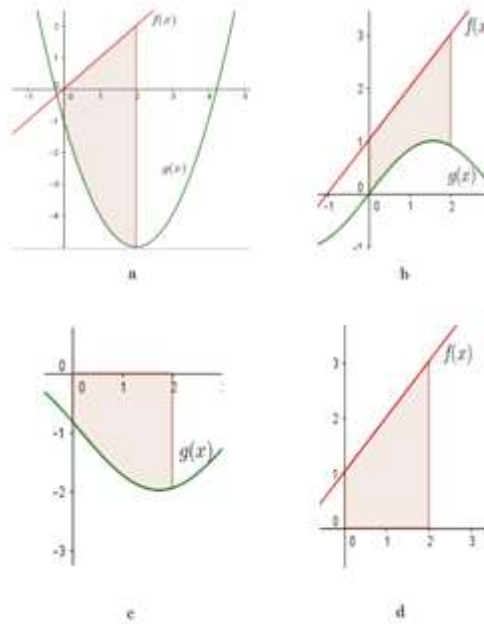
Tabel 1 Rincian Topik pada Soal

Nomor Soal	Topik
1	Integral polinomial
2	Integral trigonometri
3, 4, 5	Integral pecah rasional
6, 7	Integral substitusi
8	Integral parsial
9, 10	Penerapan luas daerah
11	Penerapan volume benda putar

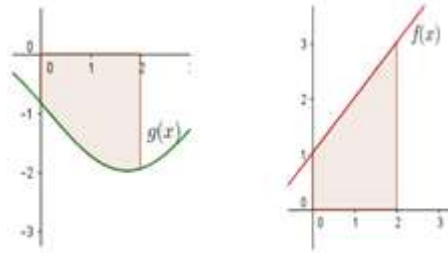
Detail soal adalah sebagai berikut:

Tentukan hasil dari integrasi berikut:

1. $\int 2x^2 + 5 dx$
2. $\int \sin x + e^x dx$
3. $\int \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} dx$
4. $\int \frac{1}{x^2-1} dx$
5. $\int \frac{1}{x^2+4} dx$
6. $\int \sin x \cos^2 x dx$
7. $\int \frac{2x}{x^2+9} dx$
8. $\int x \sin x dx$
9. Jika $\int_0^2 f(x)dx = p$ dan $\int_0^2 g(x)dx = q$ tentukan luas daerah yang diarsir dari gambar berikut :



10. Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva $f(x) = x$ dan $f(x) = x^2$!
11. Jika $\int_0^2 f(x)dx = p$ dan $\int_0^2 g(x)dx = q$ tentukan luas volume dari luasan berikut jika diputar terhadap sumbu:



Terkait kuesioner, mereka hanya diminta menuliskan topik integral yang menurut mereka sulit. Berikut adalah hasil dari kuesioner yang telah disesuaikan dengan materi soal pre tes yang diberikan.

Tabel 2 Data kesulitan terkait materi kalkulus integral

Mahasiswa	Kesulitan	Mahasiswa	Kesulitan
S01	Parsial, pecah rasional	S16	-
S02	Volume	S17	Luas, volume
S03	Trigonometri	S18	Trigonometri, Teknik, penerapan
S04	-	S19	Integral parsial
S05	Trigonometri	S20	Trigonometri, keseluruhan integral
S06	Parsial, trigonometri, penerapan	S21	Parsial, penerapan
S07	-	S22	Penerapan
S08	Trigonometri	S23	Teknik pengintegralan
S09	Sulit menerapkan rumus	S24	Parsial, trigonometri
S10	Parsial, trigonometri	S25	Trigonometri, penerapan
S11	Penerapan, pecah rasional	S26	Parsial, substitusi, luas, volume
S12	-	S27	-
S13	Trigonometri	S28	Volume
S14	Trigono, parsial	S29	-

S15	Trigonometri	S30	Penerapan
		S31	Luas dan Voume

Selanjutnya, diberikan 11 nomor soal pre tes terkait integral. Soal-soal tersebut diambil dengan pertimbangan bahwa topik dasar beserta beberapa kesalahan yang sering dilakukan di tahun-tahun sebelumnya muncul. Rincian materi pada pre tes yang diberikan dapat dilihat pada Tabel 1, sedangkan hasil pekerjaan mahasiswa dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Data hasil pekerjaan mahasiswa

No Soal	Hasil Pekerjaan	Banyaknya	Persentase	No Soal	Hasil Pekerjaan	Banyaknya	Persentase
1	Kosong	2	6,45%	9a.	Kosong	27	87,1%
	Benar	16	51,61%		Benar	2	6,45%
	Salah	13	41,94%		Salah	2	6,45%
2	Kosong	12	38,71%	9b	Kosong	28	90,32%
	Benar	3	9,68%		Benar	1	3,23%
	Salah	16	51,61%		Salah	2	6,45%
3	Kosong	15	48,39%	9c	Kosong	27	87,1%
	Benar	0	0%		Benar	1	3,23%
	Salah	16	51,61%		Salah	3	9,67%
4	Kosong	18	58,06%	9d	Kosong	29	93,54%
	Benar	-	0%		Benar	1	3,23%
	Salah	13	41,94%		Salah	1	3,23%
5	Kosong	19	61,29%	10	Kosong	29	93,54%
	Benar		0%		Benar	1	3,23%
	Salah	12	38,71%		Salah	1	3,23%
6	Kosong	24	77,42%	11a	Kosong	29	93,54%
	Benar	0	0%		Benar	1	3,23%
	Salah	7	22,58%		Salah	1	3,23%
7	Kosong	22	70,97%	11b	Kosong	29	93,54%
	Benar	1	3,23%		Benar	1	3,23%

	Salah	8	25,80%	Salah	1	3,23%
8	Kosong	23	74,19%			
	Benar	1	3,23%			
	Salah	7	22,58%			

Dari Tabel 3 terlihat bahwa hanya soal nomor 1 yang mempunyai persentase kebenaran lebih besar dari 50%. Sedangkan sisanya bahkan persentase kebenaran hanya kurang dari 10%. Hal ini menurut penulis mengindikasikan bahwa mahasiswa belum siap untuk mengikuti perkuliahan, khususnya untuk hari pertama kuliah. Padahal mereka sudah mempunyai buku pegangan yang berisi silabus perkuliahan. Hal lain yang menjadi dugaan adalah karena ini sekedar pre tes sehingga mahasiswa tidak mau berusaha lebih keras karena tidak ada nilai. Akan tetapi seharusnya hal ini ditelusuri lebih lanjut.

Selanjutnya dari data pada Tabel 2 dan Tabel 3 dilihat kesesuaiannya dengan mencermati kesulitan dari kuesioner terlebih dahulu kemudian dihubungkan dengan pekerjaan pre tes. Selain itu akan dianalisis jika terjadi ketidaksesuaian.

Tabel 4 Data ketidaksesuaian kuesioner terhadap hasil pre tes.

Mahasiswa	Kesulitan	Ketidakesuaian
S23	Teknik pengintegralan	Mahasiswa mampu mengerjakan integral paarsial. Diduga teknik yang dianggap sulit adalah substitusi dan integral pecah rasional.
S08	Trigonometri	Mahasiswa mampu mengerjakan soal integral trigonometri sederhana. Diduga integral substitusi yang dianggap sulit adalah integral trigonometri yang lebih kompleks, misal dihubungkan dengan integral parsial atau yang memerlukan rumus trigonometri.
S10	Parsial, trigonometri	Sama dengan S08
S24	Parsial, trigonometri	Sama dengan S08
S25	Trigonometri, penerapan	Sama dengan S08

Berdasarkan Tabel 4, ada ketidaksesuaian dari apa yang menjadi kesulitan mereka dari hasil kuesioner dengan hasil pada pre tes. Terkait adanya beberapa data yang menyatakan benar pada pre tes tetapi menjadi satu kesulitan pada kuesioner, peneliti merasa hal itu masih dalam jalur 'sesuai'. Hal ini dikarenakan ketika mahasiswa merasa sulit pada topik tertentu, tidak berarti bahwa soal yang dikerjakan pada topik tersebut akan selalu salah. Selain itu, peneliti menduga kesulitan yang dimaksud lebih pada soal yang lebih kompleks, misalkan melibatkan identitas trigonometri maupun kreatifitas dalam pemecahan masalah,

bukan sekedar soal rutin.

Kalkulus Integral merupakan salah satu mata kuliah penting untuk mahasiswa pendidikan matematika dikarenakan setelah mereka lulus dan menjadi guru nantinya, ada kemungkinan mereka akan mengajar materi tersebut. Selain itu mata kuliah ini nantinya akan digunakan sebagai dasar pada mata kuliah selanjutnya misalnya Kalkulus Lanjut dan Persamaan Diferensial Biasa. Akan tetapi dengan melihat hasil dari Tabel 3, dosen memiliki beban cukup berat dalam mengajar mereka. Terlihat bahwa hanya 1 topik di mana lebih besar dari 50% mahasiswa yang benar dalam mengerjakan, yaitu integral terkait polinomial. Terkait topik lain, dapat dikatakan bahwa mereka belum siap untuk belajar mata kuliah integral. Padahal sebenarnya hampir seluruh mahasiswa sudah mendapatkan topik integral di sekolah. Sebagai catatan, hanya integral pecah rasional yang dipelajari di perkuliahan tetapi tidak diajarkan di sekolah.

Blankenstain, et.al (2013), Kendeou dan Broek (2007), Caillies dan Denhiere (2002) menyatakan bahwa kemampuan awal berperan signifikan bagi siswa dalam pembelajaran selanjutnya. Secara lebih detail, hasil dari penelitian Lestari (2017) dan Hevriansyah dan Megawanti (2016) mengatakan bahwa terdapat pengaruh yang signifikan antara kemampuan awal terhadap hasil belajar matematika. Berdasarkan beberapa penelitian tersebut, peneliti meyakini bahwa jika kemampuan awalnya saja sudah tidak baik, akan sangat sulit untuk mendapatkan hasil belajar yang baik. Hasil penelitian ini berarti sangat perlu menjadi catatan dosen sehingga dapat mempersiapkan perencanaan pembelajaran dengan lebih baik lagi.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa kemampuan awal terkait materi integral mahasiswa, hanya materi integral polinomial yang dapat dikatakan baik karena lebih besar dari 50% mahasiswa benar dalam mengerjakan pre tes dan hampir tidak ada yang mengatakan kesulitan pada materi ini. Selain materi tersebut kurang dari 10% mahasiswa tidak benar dalam mengerjakan pre tes dan beberapa ada yang mengatakan kesulitan pada materi ini.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Blankenstain, et.al. 2013. Relevant Prior Knowledge Moderates the Effect of Elaboration During Small Group Discussion on Academic Achievement. *Instr Sci* 41: 729-744.
- Caillies, S dan Denhiere, G. 2002. The Effect of Prior Knowledge on Understanding From Text: Evidence from Primed Recognition. *European Journal of Cognitive Psychology*. 14 (2): 267-286.
- Hevriansyah, P., dan Megawanti, P. 2016. Pengaruh Kemampuan Awal Terhadap Hasil Belajar Matematika. *JKPM* 2(1): 37-44.
- Kendeou, P dan Broek, P. 2007. The Effect of Prior Knowledge and Text Structure on Comprehension Processes During Reading of Scientific Texts. *Memory & Cognition Psychonomic Society, Inc.* 35 (7): 1567-1577
- Lestari, W. 2017. Pengaruh Kemampuan Awal Matematika dan Motivasi Belajar Terhadap

- Hasil Belajar Matematika. *Jurnal Analisa*, 3(1): 76-84.
- Mukhtar. 2003. *Desain Pembelajaran Pendidikan Agama Islam*. Jakarta: Misaka Galiza.
- Rejeki, S., dan Setyaningsih, S. 2016. Kontribusi Kemampuan Kalkulus Differensial dan Kalkulus Integral Terhadap Hasil Belajar Mata Kuliah Persamaan Differensial. *JIPMat*, 1(1): 63-70.
- Subagya. 2010. *Paradigma Pedagogi Reflektif. Mendampingi Peserta Didik Menjadi Cerdas dan Berkarakter (terjemahan)*. Yogyakarta: Penerbit Kanisius.
- Sugilar, H. 2013. Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif dan Disposisi Matematik Siswa Madrasah Tsanawiyah Melalui Pembelajaran Generatif. *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, 2 (2)
- Suparno, P. 2015. *Pembelajaran di Perguruan Tinggi Bergaya Paradigma Pedagogi Refleksi (PPR)*. Yogyakarta: Penerbit Kanisius.
- Thompson, R. A. dan Zamboanga, B. L. 2004. Academic Aptitude and Prior Knowledge as Predictors of Student Achievement in Introduction to Psychology. *Journal of Educational Psychology*. 96(4): 778-784.
- Tim Redaksi Kanisius. 2008. *Paradigma Pedagogi Reflektif: Alternatif Solusi Menuju Idealisme Pendidikan*. Yogyakarta: Penerbit Kanisius.
- Wahana, P. 2016. Mengenal Pendekatan Paradigma Pedagogi Reflektif dalam Pendidikan Untuk Membangun Manusia yang Cerdas Dan Humanis. *Jurnal Didaktika*. 5(1).

P-ISSN 2655-3724
E-ISSN 2720-9881

JURNAL STATISTIKA DAN MATEMATIKA VOLUME 2 NOMOR 2



StatMat

Jurnal Statistika dan Matematika



StatMat

Jurnal Statistika dan Matematika
e-mail: sm@unpam.ac.id

UNPAM PRESS
Lembaga Penerbit & Publikasi



VOL. 2	NO. 2	HALAMAN 103-197	TANGERANG SELATAN JULI 2020
--------	-------	--------------------	--------------------------------