

TRIGONOMETRI SEGITIGA BOLA DALAM PENENTUAN WAKTU SALAT

TRIGONOMETRY OF THE BALL TRIANGLE IN THE DETERMINATION OF PRAYER TIME

Aisah Nur Eka Rahmawati^{*}, Yulianti Rusdiana, Ilmadi

¹⁾ Universitas Pamulang, Jl. Raya Puspiptek, Buaran, Kec. Pamulang, Kota Tangerang Selatan, Banten
15310

[*aisahrahma4@gmail.com](mailto:aisahrahma4@gmail.com)

ABSTRACT

A prayer (salat) is a form of adoration for Muslims, which is compulsory and cannot appear randomly. The time of prayer depends upon the movement of the sun. Prayer times can be determined by direct observation of the position of the sun if the weather is sunny and favorable. However, if these observations are not possible due to adverse weather conditions such as rain, the method used is to use the trigonometric function of the spherical triangle. The altitude of a place in an area leads to differences in the entry of prayer times. The sun's declination in June reduces the daylight compared to the night. This research type is literature study research using the descriptive analysis method. The data collection method shall use secondary data from the Central Bureau of Statistics (BPS) of Banten Province and the WinHisab table published by the Directorate of Islamic Affairs and Development of Syariah, Directorate-General, Community Guidance, Minister of Religious Affairs of the Republic of Indonesia. Research results indicate that the trigonometric function of the spherical triangle serves to calculate the height of the sun and the angle of time of the sun. Altitude in the highlands and lowlands results in differences in the time of Maghrib prayer, evening prayer, and sunrise. Since the province of Banten traversed by the equator, it does not feel the impact of the sun's declination. The precision of the trigonometric calculation results is a significant difference in the Maghrib, Isya, and Sunrise prayers because the Indonesian Ministry of Religion Guidance is not according to altitude.

Keywords: Spherical Triangle Trigonometry, Sun's Declination, The Height of a Place, Time Angle..

ABSTRAK

Salat merupakan ibadah umat islam yang sifatnya wajib dan tidak dapat dilakukan dalam sembarang waktu. Penentuan waktu salat berdasarkan pada pergerakan matahari. Penentuan waktu salat bisa melalui pengamatan secara langsung terhadap posisi matahari apabila cuaca cerah dan mendukung. Namun apabila pengamatan tersebut tidak dapat dilakukan karena cuaca yang tidak mendukung seperti hujan maka cara yang digunakan adalah dengan menggunakan fungsi trigonometri segitiga bola. Ketinggian tempat di suatu wilayah mengakibatkan perbedaan masuknya waktu salat dengan tempat lain serta deklinasi matahari pada bulan Juni mengakibatkan waktu siang lebih pendek dari malamnya. Penelitian ini merupakan jenis penelitian studi literatur dengan metode analisis deskriptif. Metode pengumpulan data menggunakan data sekunder bersumber dari Badan Pusat Statistik Provinsi Banten dan tabel emphemeris WinHisab yang dikeluarkan oleh Direktorat Urusan Agama Islam dan Pembinaan Syari'ah Ditjen Bimbingan Masyarakat Departemen Agama RI. Berdasarkan hasil penelitian, diketahui bahwa fungsi trigonometri segitiga bola digunakan dalam menghitung tinggi matahari

dan sudut waktu matahari. Ketinggian tempat pada dataran tinggi dan dataran rendah mengakibatkan perbedaan waktu salat maghrib, isya dan terbit matahari. Provinsi Banten dilewati oleh garis khatulistiwa sehingga tidak begitu merasakan akibat dari deklinasi matahari. Akurasi hasil perhitungan trigonometri dengan Bimas Kemenag RI terdapat perbedaan yang cukup signifikan pada salat maghrib, isya dan terbit karena pada Bimas Kemenag RI tidak didasarkan pada ketinggian tempat.

Kata kunci: Trigonometri Segitiga Bola, Deklinasi Matahari, ketinggian Tempat, Sudut Waktu

1. PENDAHULUAN

Teknik melihat posisi matahari, mengamati panjang bayangan yang terbentuk, melihat terbit dan terbenamnya matahari dalam penentuan waktu salat tidaklah menjadi suatu masalah apabila cuaca cerah, namun apabila cuaca sedang mendung atau hujan, cara tersebut tidak dapat digunakan dalam penentuan waktu salat. Melaksanakan ibadah salat tidak dapat dilakukan sembarang waktu dan memperkirakan waktu salat karena dapat mempengaruhi keabsahan salat tersebut. Penggunaan trigonometri sangat membantu penentuan awal waktu salat, tanpa melihat posisi matahari dan dapat menjadi acuan bagi kaum muslimin. Sehingga, umat islam tidak perlu bersusah payah melihat panjang bayangan suatu benda, tergelincirnya matahari, terbit dan terbenamnya matahari, hilangnya mega merah, namun dapat langsung melihat awal waktu salat berdasarkan hasil perhitungan dengan trigonometri.

Selain berdasarkan pada posisi matahari waktu salat juga dipengaruhi oleh ketinggian suatu tempat yang rata-rata terdapat dataran tinggi maupun rendah atau bagian yang berbukit. Keadaan tempat yang datar atau tinggi berpengaruh terhadap acuan ufuk masing-masing tempat. Ketinggian suatu tempat yang akan dihitung waktu salatnya menentukan waktu terbit dan terbenamnya matahari, tempat yang lebih tinggi diatas permukaan laut akan melihat matahari terbenam lebih cepat dan melihat matahari terbit lebih lama dibandingkan dengan tempat dengan ketinggian lebih rendah (Halimah, 2017). Selain posisi matahari dan ketinggian tempat, waktu salat juga dipengaruhi oleh garis lintang dan garis bujur suatu tempat, sudut waktu matahari, deklinasi matahari, tinggi matahari, Equation of Time (perata waktu), koreksi waktu daerah, dan ikhtiyat (M. Sayuti Ali, 41).

Salah satu wilayah di Indonesia dengan ketinggian tempat diatas permukaan laut yang beragam dalam daerahnya yaitu Provinsi Banten. Provinsi Banten merupakan provinsi pemekaran dari Provinsi Jawa Barat pada tahun 2000 dengan keputusan UU

No.23 Tahun 2000. Dengan ibu kota di Serang, Banten terletak diantara $5^{\circ}7'50''$ - $7^{\circ}1'11''$ LS dan $105^{\circ}1'11''$ - $106^{\circ}7'12''$ BT serta luas wilayahnya yang mencapai 9.662,92 km² terdiri dari 4 kota dan 4 kabupaten. Topografi Provinsi Banten beraneka ragam yang berkisar antara 1 – 1000 mdpl. Secara umum, wilayah Provinsi Banten merupakan dataran rendah yang umumnya terdapat didaerah bagia utara dan sebagian selatan dengan ketinggian berkisar 0 – 200 mdpl yang terletak di daerah Kota Cilegon, Kota Tangerang, Kabupaten Pandeglang dan sebagian besar Kabupaten Serang. Adapun daerah di Kabupate Lebak Tengah dan sebagian Kabupaten Pandeglang memiliki ketinggian berkisar 200 – 2000 mdpl dan daerah Lebak Timur memiliki ketinggian 500 – 2000 mdpl yang terletak di puncak Gunung Sanggabuana dan Gunung Halimun. (Banten Dalam Angka 2019).

Dengan ketinggian tempat yang berbeda mengakibatkan pula waktu salat tiap daerah di provinsi banten pun berbeda-beda. Ketinggian tempat dari permukaan laut menentukan waktu kapan terbit dan terbenamnya matahari. Tempat yang berada tinggi di atas permukaan laut akan lebih awal menyaksikan matahari terbit serta lebih akhir melihat matahari terbenam dibandingkan dengan tempat yang lebih rendah (Halimah, 2017).

Selain ketinggian tempat, pergerakan matahari setiap harinya menjadi acuan dalam menentukan awal waktu salat kehidupan manusia di bumi yang telah ditentukan oleh syar'i. Sudut waktu matahari, garis lintang, garis bujur, deklinasi matahari, equation of time, tinggi matahari, tinggi tempat, koreksi waktu daerah, dan ikhtiyat mempengaruhi waktu salat disetiap daerah. Ketinggian tempat yang beragam di Provinsi Banten mengakibatkan perbedaan waktu salat disetiap daerahnya. Semakin tinggi tempat tersebut maka akan semakin rendah kerendahan ufuk, akan terjadi perbedaan antara si pengamat di daerah yang lebih rendah dan tinggi. Hal tersebut akan mempengaruhi awal waktu salat terutama pada salat maghrib. Selain ketinggian tempat, deklinasi matahari juga mempengaruhi awal waktu salat. Nilai deklinasi setiap tahunnya umumnya konstan, pada bulan juni nilai deklinasi mencapai titik balik maksimum positif yang mengakibatkan daerah bumi yang beradi di sebelah selatan khatulistiwa seperti Provinsi Banten akan mengalami waktu siang yang lebih pendek dibandingkan waktu malamnya.

Pada beberapa penelitian terdahulu yang dilakukan oleh penelitian (Rojak, Hayatudin, & Yunus, 2017) dengan judul penelitian Koreksi Ketinggian tempat terhadap fikih waktu salat dengan studi kasus analisis jadwal waktu salat Kota Bandung, Jurnal

tersebut menyatakan bahwa ketinggian tempat disuatu wilayah mempengaruhi awal waktu salat wajib terutama dalam waktu salat maghrib dan waktu terbitnya matahari. Dalam penelitian ini terdapat studi kasus di Kota Bandung dengan ketinggian tempat yang beragam seperti di Provinsi Banten. Meskipun tidak terdapat penjabaran rumus yang digunakan namun dalam penelitian ini menjabarkan faktor ketinggian tempat yang berpengaruh terhadap waktu salat maghrib dan terbit matahari. Dengan kesimpulan selisih waktu antara salat maghrib dan terbit matahari yang menggunakan data ketinggian tempat dengan tidak adalah sekitar 3 menit. Penelitian oleh Novi Arijatul Mufidoh dengan judul Sistem Hisab Awal Waktu Salat Program Website Bimbingan Masyarakat Islam Kemenag RI, pada penelitian ini Novi membandingkan sistem perhitungan waktu salat buku Slamet Hambali dengan Program jadwal waktu salat Kemenag RI dan Accurate Time. Pada penelitian Novi terdapat studi kasus di Kota Bandung juga seperti pada penelitian Rojak, Hayatudin dan Yunus. Namun pada penelitian Novi hasil perhitungan pada sistem Slamet Hambali dibandingkan pada Program Website Bimas Kemenag RI dan Accurate Time. Dengan kesimpulan terdapat perbedaan waktu maghrib dan terbit matahari, perhitungan sistem Slamet Hambali dengan program website Kemenag RI selisih 3-4 menit, namun apabila dibandingkan dengan Accurate Time selisihnya adalah 7-9 menit. Sedangkan pada (Khoiri, 2017), (Hidayat, 2018), (Masruhan, 2017) dalam penentuan awal waktu salat wajib dengan rumus trigonometri. Namun, tidak terdapat bukti bagaimana rumus tersebut terbentuk serta penelitian masih bersifat umum untuk wilayah di seluruh Indonesia tanpa memperhatikan ketinggian suatu daerah tersebut diatas permukaan laut.

Berdasarkan uraian diatas maka peneliti menganggap perlu melakukan penelitian mengenai “Trigonometri Segitiga Bola dalam Penentuan Waktu Salat di Provinsi Banten”.

2. METODOLOGI

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah Studi Literatur. Sedangkan variabel penelitian yang digunakan adalah Garis Lintang (φ); Garis Bujur (λ); Deklinasi Matahari (δ); Equation of Time (e); Sudut waktu Matahari (t); Tinggi Matahari (h); Tinggi Tempat (m); Kerendahan Ufuk (dip); Refraksi (ref); Semi Diameter Matahari (SD); Ikhtiyat; dan Koreksi Waktu Daerah (kwd). Data yang digunakan adalah data sekunder, selain menggunakan kitab tafsir yang relevan dengan penelitian ini, penulis juga

menggunakan data-data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Provinsi Banten seperti data garis lintang dan garis bujur, serta ketinggian suatu tempat. Data deklinasi matahari, equation of time dan sei diameter matahari yang diperoleh dari tabel ephemeric WinHisab yang dikeluarkan oleh Direktorat Urusan Agama Islam dan Pembinaan Syariah Ditjen Bimbingan Masyarakat Departemen Agama RI. Analisis data dilakukan menggunakan metode analisis deskriptif analitik, yaitu metode pemecahan suatu masalah dengan mengumpulkan data penelitian untuk menghasilkan sebuah pemaparan yang kemudian diinterpretasikan secara detail (Suryabrata, 2013).

Trigonometri segitiga bola dapat digunakan dalam menentukan waktu salat dengan rumus rumus segitiga bola menggunakan sudut yang dibentuk dari dua titik yang berada di atas bumi. Keberadaan bumi yang mendekati bentuk bola memudahkan penentuan dalam perhitungan jarak sudut suatu tempat. Trigonometri bola (Suryabrata, 2013) membahas sudut-sudut segitiga yang diaplikasikan pada bidang bola, serta berkaitan dengan posisi bumi, bulan, matahari. Saat ini trigonometri segitiga bola banyak digunakan dalam perhitungan arah kiblat, awal bulan qamariyah dan waktu salat.

2.1. Rumus Waktu Salat

Rumus fungsi trigonometri yang digunakan dalam mencari waktu salat fardhu umumnya sama berdasarkan sistem Slamet Hambali. Hanya saja yang membedakan rumus waktu salat satu dengan lainnya adalah sudut waktu matahari, ketinggian matahari, ketinggian tempat, garis lintang dan bujur tempat serta deklinasi matahari.

2.1.1. Salat Zuhur

Waktu salat zuhur dimulai sejak matahari tergelincir, sesaat setelah matahari mencapai titik kulminasi dalam peredaran hariannya sampai tiba waktu Asar (Pedoman Hisab Muhammadiyah, 50)

Rumus :

$$\text{Zuhur} = MP + kwd + i = 12 - e + kwd + i \text{ (Rahmadani, 2018)}$$

2.1.2. Salat Asar

Waktu salat Asar dimulai ketika panjang bayang-bayang suatu benda sama dengan bendanya ditambah dengan bendanya sampai tibanya waktu maghrib. Untuk waktu salat asar sendiri dapat dihitung dengan Menentukan deklinasi matahari (δ), Equation of Time (e), Lintang tempat (ϕ), Bujur tempat (λ) dan ikhtiyat (i).

- Mencari koreksi waktu daerah (kwd) dengan rumus

$$Kwd = \frac{bujur\ daerah - \lambda}{15} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari tinggi matahari waktu asar dengan rumus

$$Cot\ h = [\varphi - \delta] + 1 \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari Sudut waktu matahari dengan rumus

$$Cos\ t = -\tan\ \varphi \times \tan\ \delta + \frac{\sin}{\cos\ \varphi \times \cos\ \delta} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari waktu salat asar dengan rumus :

$$Asar = 12 - e + \frac{t}{15} + kwd + i \text{ (Rahmadani, 2018)}$$

2.1.3. Salat Maghrib

Waktu salat Maghrib dimulai sejak matahari tiba sampai tiba waktu Isya.

- Menentukan deklinasi matahari (δ), Equation of Time (e), Lintang tempat (φ), Bujur tempat (λ), ketinggian tempat, tinggi matahari (h), semi diameter matahari (SD), Refraksi (Ref) dan ikhtiyat (i).

- Mencari koreksi waktu daerah (kwd) dengan rumus

$$kwd = \frac{Bujur\ daerah - \lambda}{15} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari kerendahan ufuk (Dip) dengan rumus

$$Dip = 1.93 \sqrt{h} \text{ (Kementrian Agama RI, 2013)}$$

- Mencari nilai tinggi matahari

$$h = -(SD + Dip + Ref) \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari Sudut waktu matahari dengan rumus

$$Cos\ t = -\tan\ \varphi \times \tan\ \delta + \frac{\sin\ h}{\cos\ \varphi \times \cos\ \delta} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari waktu salat maghrib dengan rumus :

$$Maghrib = 12 - e + \frac{t}{15} + kwd + i \text{ (Rahmadani, 2018)}$$

2.1.4. Salat Isya

Waktu isya dimulai sejak hilang mega merah sampai separuh malam (ada juga yang menyatakan akhir salat isya adalah terbit fajar). Untuk waktu salat isya sendiri dapat dihitung dengan :

- Menentukan deklinasi matahari (δ), Equation of Time (e), Lintang tempat (φ), Bujur tempat (λ), tinggi matahari (h) dan ikhtiyat (i).
- Mencari koreksi waktu daerah (kwd) dengan rumus

$$kwd = \frac{Bujur\ daerah - \lambda}{15} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari Sudut waktu matahari dengan rumus

$$\cos t = -\tan \varphi \times \tan \delta + \frac{\sin h}{\cos \varphi \times \cos \delta} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari waktu salat isya dengan rumus :

$$Isya = 12 - e + \frac{t}{15} + kwd + i \text{ (Rahmadani, 2018)}$$

2.1.5. Salat Subuh

Waktu subuh dimulai sejak terbit fajar sampai terbit matahari. Rumus yang digunakan dalam menentukan waktu salat Subuh adalah :

- Menentukan deklinasi matahari (δ), Equation of Time (e), Lintang tempat (φ), Bujur tempat (λ), tinggi matahari (h), dan ikhtiyat (i).
- Mencari koreksi waktu daerah (kwd) dengan rumus

$$kwd = \frac{bujur\ daerah - \lambda}{15} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari Sudut waktu matahari dengan rumus

$$\cos t = -\tan \varphi \times \tan \delta + \frac{\sin h}{\cos \varphi \times \cos \delta} \text{ (Khoiri, 2017)}$$

- Mencari waktu salat subuh dengan rumus :

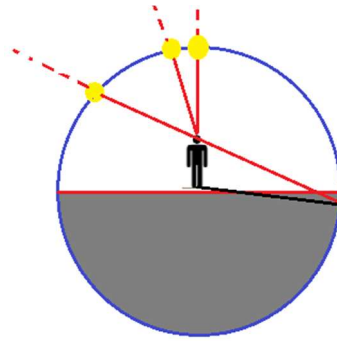
$$Subuh = 12 - e - \frac{t}{15} + kwd + i \text{ (Rahmadani, 2018)}$$

3. PEMBAHASAN

3.1. Tinggi Matahari

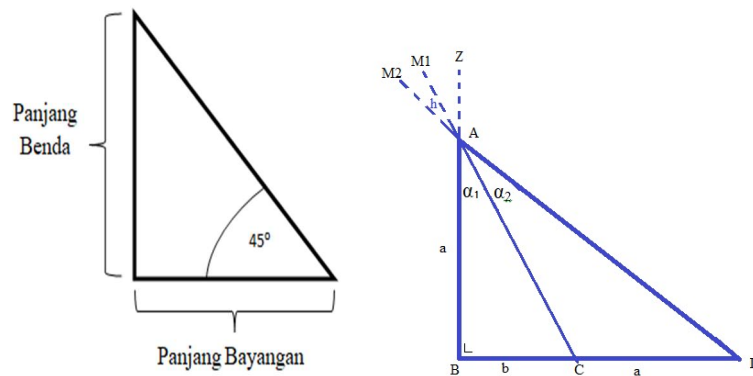
3.1.1. Tinggi Matahari Waktu Asar

Dalam rumus mencari tinggi asar digunakan fungsi trigonometri tangen karena bayang-bayang matahari ketika awal waktu salat asar yaitu ketika panjang bayang-bayang matahari sama dengan panjang benda. Berdasarkan Jurnal Arino Bimo Sado (2015), tinggi matahari waktu salat dapat dihitung dengan menggunakan rumus $Coth = \tan[\varphi - \delta] + 1$.



Gambar 1. Tinggi matahari waktu Asar.

Berdasarkan gambar 1, ketika panjang benda dan bayangan sama maka mencari siku-siku pada ketinggian awal waktu asar tidak lebih dari 45° sehingga gambar yang terbentuk adalah : $ZM_2 = (90 - h)$



Gambar 2. Sudut siku-siku tinggi matahari waktu Asar.

Berdasarkan gambar 2, maka dapat diketahui :

AB = panjang benda

BC = Panjang bayangan benda ketika matahari berkulmunasi

CD = Panjang bayangan yang panjang nya sama dengan AB

D = Sudut tinggi matahari

Z = Zenith

M = Posisi matahari ketika berkulmunasi

Sehingga :

$$\alpha_1 = \angle BAC$$

$$\alpha_2 = \angle CAD$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \angle BAD$$

$$AB = CD = a$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} = \frac{BC}{AC} : \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AB} = \frac{b}{a}$$

$$\text{karena } \tan \angle ZAM_1 = \tan \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{b}{a}$$

$$\text{maka } \tan \angle ZAM_2 = \tan \angle BAD = \tan(\alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{BD}{AB} \\ &= \frac{BC + CD}{AB} \\ &= \frac{b + a}{a} \\ &= \frac{b}{a} + 1 \\ &= \tan ZAM_1 + 1 \\ &= \tan zm + 1 \end{aligned}$$

$$\tan \angle ZAM_2 = \tan zm + 1$$

$$\tan h = \tan zm + 1$$

$$\tan(90^\circ - h) = \tan zm + 1$$

$$\text{Coth} = \tan zm + 1$$

$$\text{Coth} = \tan|\varphi - \delta| + 1$$

$$\tan h = \frac{1}{\text{Cotan} h}$$

$$\tan h = \frac{1}{\tan|\varphi - \delta| + 1}$$

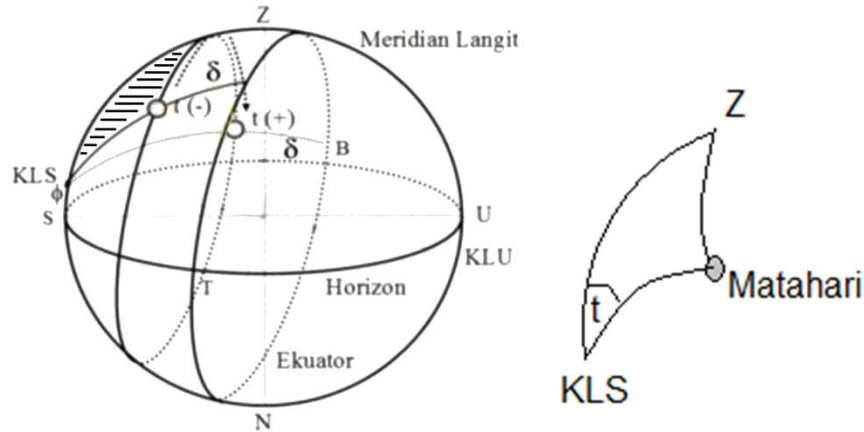
$$h = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\tan|\varphi - \delta| + 1} \right)$$

Berdasarkan hasil perhitungan tersebut maka, tinggi matahari ketika waktu asar dapat di hitung dengan menggunakan rumus $h = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\tan[\varphi - \delta] + 1} \right)$

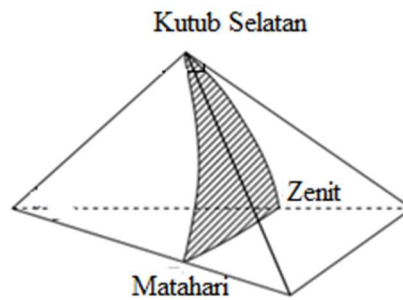
3.2. Sudut Waktu Matahari

Sudut waktu matahari merupakan busur sepanjang lingkaran harian matahari yang dihitung dari titik kulmunasi atas sampai matahari berada. Besar sudut waktu matahari (t)

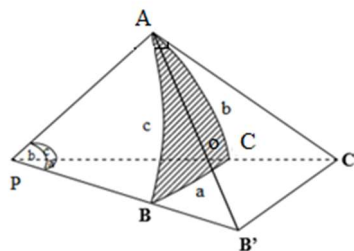
berkisar dari 0° hingga 180°. Berdasarkan Jurnal Ahmad Khoiri 2017, sudut waktu matahari dapat dihitung dengan menggunakan rumus $\cos t = \frac{\sin \delta}{\cos \delta \cos \varphi} - \tan \delta \tan \varphi$.



Berdasarkan gambar diatas, apabila di proyeksikan dan di putar 90° searah jarum maka :



Misalkan titik A merupakan Kutub Selatan, titik B merupakan Matahari dan titik C adalah Zenit maka :



Perhatikan segitiga bola ABC, dengan sudut-sudut BPC, APB, APC yang besarnya a, b, c. Karena sudut tersebut berhadapan dengan sisi a, dan c maka dari titik A dibuat garis singgung pada busur AB dan AC yang memotong PB' di B dan PC' di C, menurut rumus cosinus segitiga bidang datar didapat :

$$B'C'^2 = B'P^2 + C'P^2 - 2 B'P C'P \cos a \dots\dots\dots(1)$$

$$B'C'^2 = C'A^2 + B'A^2 - 2 C'A B'A \cos A \dots\dots\dots(2)$$

Dengan permisalan :

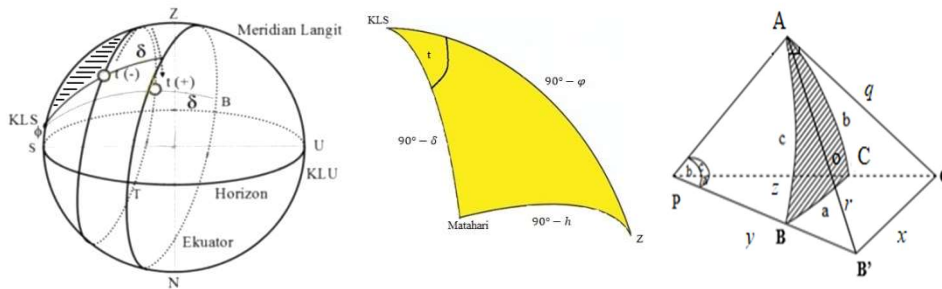
x : Panjang $B'C'$

y : Panjang $B'P$

z : Panjang $C'P$

q : Panjang $C'A$

r : Panjang $B'A$



$$\angle a = (90^\circ - h)$$

$$\angle b = (90^\circ - \delta)$$

$$\angle c = (90^\circ - \varphi)$$

$$\angle A = t$$

Karena radius dianggap = 1, dan titik segitiga bola (sferis) tegak lurus dengan titik pusat bola (O), maka dapat diterapkan aturan trigonometri segitiga siku-siku pada bidang datar, sehingga diperoleh :

$$\cos b = \frac{1}{y}$$

$$y = \sec b$$

$$\cos c = \frac{1}{z} \dots\dots\dots(3)$$

$$z = \sec c$$

$$\tan b = r$$

$$\tan c = q$$

Substitusi persamaan 3 ke persamaan 1 dan 2

$$x^2 = y^2 + z^2 - 2yz \cos a$$

$$\Leftrightarrow y^2 + z^2 - 2yz \cos a = q^2 + r^2 - 2qr \cos A$$

$$\Leftrightarrow \sec^2 b + \sec^2 c - 2 \sec b \cdot \sec c \cdot \cos a$$

$$= \tan^2 c + \tan^2 b - 2 \tan c \cdot \tan b \cos A$$

$$\Leftrightarrow \sec^2 b - \tan^2 b + \sec^2 c - \tan^2 c - 2 \sec b \cdot \sec c \cos a = -2 \tan c \cdot \tan b \cos A$$

$$\Leftrightarrow 1 + \tan^2 b - \tan^2 b + 1 + \tan^2 c - \tan^2 c - 2 \sec b \cdot \sec c \cos a = -2 \tan c \cdot \tan b \cos A$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2 \sec b \cdot \sec c \cdot \cos a = -2 \tan c \cdot \tan b \cdot \cos A$$

$$\Leftrightarrow -2 \sec b \cdot \sec c \cdot \cos a = -2 - 2 \tan c \cdot \tan b \cdot \cos A$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2 \sec b \cdot \sec c \cdot \cos a}{-2} = \frac{-2 - 2 \tan c \cdot \tan b \cdot \cos A}{-2}$$

$$\Leftrightarrow \sec b \cdot \sec c \cdot \cos a = 1 + \tan c \cdot \tan b \cdot \cos A$$

$$\Leftrightarrow \cos(a) = \frac{1 + \tan(c) \tan(b) \cos(A)}{\sec(b) \sec(c)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(a) = \frac{1}{\sec(b) \sec(c)} + \frac{\tan(c) \tan(b) \cos(A)}{\sec(b) \sec(c)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(a) = \cos(b) \cos(c) + \sin(b) \sin(c) \cos(A)$$

$$\Leftrightarrow \cos(A) = \frac{\cos(a) - \cos(b) \cos(c)}{\sin(b) \sin(c)}$$

$$\Leftrightarrow \cos t = \frac{\cos(90^\circ - h) - \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - \varphi)}{\sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - \varphi)}$$

$$\Leftrightarrow \cos t = \frac{\sin h - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi}$$

$$\Leftrightarrow \cos t = \frac{\sin h}{\cos \delta \cos \varphi} - \frac{\sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi}$$

$$\Leftrightarrow \cos t = \frac{\sin h}{\cos \delta \cos \varphi} - \tan \delta \tan \varphi$$

$$\Leftrightarrow t = \cos^{-1} \left(\frac{\sin h}{\cos \delta \cos \varphi} - \tan \delta \tan \varphi \right)$$

Berdasarkan hasil perhitungan tersebut, sudut waktu matahari dapat di hitung dengan menggunakan rumus $t = \cos^{-1} \left(\frac{\sin h}{\cos \delta \cos \varphi} - \tan \delta \tan \varphi \right)$

3.3. Waktu Salat

Hasil Perhitungan waktu salat dataran tinggi dan dataran rendah di Provinsi Banten diambil sampel pada tanggal 1 Juni 2020 disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 1. Waktu Salat Dataran Tinggi dan Dataran Rendah

Wilayah	Kabupaten/ Kota	Subuh	Zuhur	Asar	Maghrib	Isya	Terbit
Dataran Tinggi	Kab. Pandeglang	4:40	11:57	15:18	17:53	19:04	5:54
	Kab. Lebak	4:39	11:55	15:16	17:52	19:01	5:52
	Kota Cilegon	4:40	11:58	15:19	17:54	19:04	5:56
	Kab. Serang	4:39	11:56	15:17	17:50	19:02	5:56
Dataran Rendah	Kab. Tangerang	4:38	11:56	15:17	17:50	19:03	5:56
	Kota Serang	4:38	11:57	15:18	17:51	19:04	5:56
	Kota Tangerang	4:37	11:54	15:15	17:49	19:02	5:54
	Kota Tangerang Selatan	4:39	11:56	15:17	17:49	19:02	5:56

Berdasarkan tabel di atas, waktu salat masing-masing daerah pada dataran tinggi relatif sama begitu pula pada dataran rendah. Perbedaan waktu salat terjadi pada masing-masing daerah pada wilayah dataran tinggi dan dataran rendah karena perbedaan garis lintang dan bujur pada tempat tersebut. Untuk waktu salat subuh, zuhur, asar dan isya pada dataran tinggi maupun dataran rendah perbedaan terjadi karena perbedaan garis lintang dan garis bujur. Namun untuk salat maghrib dan terbitnya matahari, perbedaan waktu tersebut terjadi selain karena perbedaan bujur dan lintang tempat, juga disebabkan oleh ketinggian tempat.

Pada Kabupaten Pandeglang dengan Kabupaten Serang misalnya, terdapat perbedaan waktu maghrib 3 menit dan terbit matahari selisih 2 menit, Kota Serang mengalami waktu maghrib lebih awal dan terbit matahari lebih lambat dari Kabupaten Pandeglang, dikarenakan perbedaan ketinggian tempat yang mengakibatkan kerendahan ufuk matahari dalam terbit dan terbenam. Pada dataran tinggi akan memasuki waktu maghrib lebih lambat dari dataran rendah, dan matahari terbit lebih cepat dari dataran rendah.

Pada bulan Juni, posisi matahari berada di bagian utara khatulistiwa, deklinasi matahari mencapai titik maksimum positif, hal ini menyebabkan daerah yang berada di bagian bumi selatan khatulistiwa akan mengalami waktu siang yang lebih pendek dari waktu malamnya.

Tabel 2. Panjang waktu siang

Wilayah	Kabupaten/ Kota	Maghrib	Terbit	Lama Siang
Dataran Tinggi	Kab Pandeglang	17:53	5:54	11 Jam 59 Menit
	Kab. Lebak	17:52	5:52	12 jam
Dataran Rendah	Kota Cilegon	17:54	5:56	11 jam 58 menit
	Kab. Serang	17:50	5:56	11 jam 54 menit
	Kab. Tangerang	17:50	5:56	11 jam 54 menit
	Kota Serang	17:51	5:56	11 jam 55 menit
	Kota Tangerang	17:49	5:54	11 jam 55 menit
	Kota Tangerang Selatan	17:49	5:56	11 jam 53 menit

Provinsi Banten berada pada bagian bumi selatan khatulistiwa, sehingga akan mengalami waktu siang lebih pendek dari malamnya. Namun, karena Provinsi Banten merupakan Provinsi yang dilewati oleh garis khatulistiwa, maka tidak begitu merasakan akibat dari deklinasi matahari. Hal tersebut dapat terlihat pada tabel diatas, lama siang pada kabupaten/kota di Provinsi Banten mengalami siang yang lebih lama dari malamnya. Pada dataran rendah lama siang berkisar antara 11 jam 53 menit sampai dengan 11 jam 55 menit hanya selisih 5 menit dari waktu malamnya. Sedangkan dataran tinggi, perbedaan dengan waktu malamnya sangat tipis berkisar 0-2 menit saja. Hal ini dikarenakan ketinggian tempat dan kerendahan ufuk yang terlihat pada dataran tinggi dan dataran rendah.

3.4. Akurasi hisab awal waktu salat

Akurasi hisab awal waktu salat yang dihitung menggunakan rumus trigonometri dengan website jadwal waktu salat Bimas Kemenag, disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 3. Perbandingan Akurasi antara Kab. Pandeglang, Kab. Lebak, dan Kota Cilegon

Waktu	Kab. Pandeglang		Kab. Lebak		Kota Cilegon	
	Selisih	Ket	Selisih	Ket	Selisih	Ket
Subuh	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Zuhur	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman

Asar	1-2 menit	Aman	1-2 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Maghrib	2-3 menit	Lebih Lambat	2-3 menit	Lebih Lambat	0-1 menit	Aman
Isya	2-3 menit	Lebih Lambat	2-3 menit	Lebih Lambat	0 menit	Aman
Terbit	4 menit	Lebih Cepat	4 menit	Lebih Cepat	0-1 menit	Aman

Tabel 4. Perbandingan Akurasi antara Kab. Serang, Kab. Tangerang, dan Kota Serang

Waktu	Kab. Serang		Kab. Tangerang		Kota Serang	
	Selisih	Ket	Selisih	Ket	Selisih	Ket
Subuh	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Zuhur	1-2 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Asar	1-2 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Maghrib	0-1 menit	Aman	1-2 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Isya	1-2 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Terbit	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman

Tabel 4. Perbandingan Akurasi antara Kota Tangerang dan Kota Tangerang Selatan

Waktu	Kota Tangerang		Kota Tangerang Selatan	
	Selisih	Keterangan	Selisih	Keterangan
Subuh	0-1 menit	Aman	2 menit	Aman
Zuhur	0-1 menit	Aman	1 menit	Aman
Asar	0-1 menit	Aman	1-2 menit	Aman
Maghrib	1-2 menit	Aman	1-2 menit	Aman
Isya	0-1 menit	Aman	0-1 menit	Aman
Terbit	0-1 menit	Aman	1-2 menit	Aman

Berdasarkan tabel diatas, selisih waktu antara perhitungan dengan fungsi trigonometri dan jadwal salat yang diterbitkan oleh Kemenag pada dataran tinggi Kab. Pandeglang dan Kab. Lebak terlihat perbedaan cukup signifikan pada waktu salat maghrib, salat isya dan terbit matahari hal itu karena perhitungan pada Kemenag RI tidak

didasarkan pada ketinggian tempat. Sedangkan pada dataran rendah perbedaan waktu salat masuk dalam kategori aman karena selisih tersebut tidak melampaui batas ikhtiyat 1-2 menit. Selain perbedaan tempat, titik acuan garis lintang dan bujur yang digunakan oleh Kemenag dan penulis berbeda. Kemenag menggunakan data dari BIG (Badan Informasi Geospasial) sedangkan penulis menggunakan data dari Badan Pusat Statistik.

4. SIMPULAN

Bagian ini memuat kesimpulan hasil penelitian terkait dengan pertanyaan penelitian. Bagian ini juga ditambahkan saran. Beberapa hal yang harus diperhatikan dalam manuscript JPM.

- Fungsi trigonometri segitiga bola digunakan dalam perhitungan tinggi matahari waktu salat asar serta sudut waktu matahari, yaitu :

$$\text{Tinggi matahari waktu salat asar : } h = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\tan[\varphi - \delta] + 1} \right)$$

$$\text{Sudut waktu matahari : } t = \cos^{-1} \left(\frac{\sin h}{\cos \delta \cos \varphi} - \tan \delta \tan \varphi \right)$$

Perhitungan awal waktu salat dapat dihitung dengan rumus:

$$\text{Waktu Salat} = 12 - e + \frac{t}{15} + kwd + i$$

- Hasil Perhitungan waktu salat maghrib dan terbitnya matahari pada dataran tinggi dan dataran rendah disebabkan karena perbedaan ketinggian tempat. Pada dataran tinggi akan memasuki waktu maghrib lebih lambat dari dataran rendah, dan matahari terbit lebih cepat dari dataran rendah. Deklinasi matahari bulan Juni, berada di bagian utara khatulistiwa, deklinasi matahari mencapai titik maksimum positif, hal ini menyebabkan daerah yang berada di bagian bumi selatan khatulistiwa akan mengalami waktu siang yang lebih pendek dari waktu malamnya. Provinsi Banten berada pada bagian bumi selatan khatulistiwa, sehingga akan mengalami waktu siang lebih pendek dari malamnya. Namun, karena Provinsi Banten merupakan Provinsi yang dilewati oleh garis khatulistiwa, maka tidak begitu merasakan akibat dari deklinasi matahari. Hal itu dapat terlihat pada dataran rendah lama siang berkisar antara 11 jam 53 menit sampai dengan 11 jam 55 menit hanya selisih 5 menit dari waktu malamnya. Sedangkan dataran tinggi, perbedaan dengan waktu malamnya sangat tipis berkisar 0-2 menit saja.

Akurasi perhitungan fungsi trigonometri dengan website Bimas Kemenag RI pada dataran rendah masuk dalam kategori aman yang tidak melampaui batas ikhtiyat 1 – 2 menit begitu pula waktu salat pada dataran tinggi kecuali waktu maghrib dan isya terdapat selisih 3 menit dan terbit matahari 4 menit, karena waktu maghrib, isya dan terbit matahari pada dataran tinggi didasarkan pada ketinggian tempat sedangkan Kemenag RI tidak didasarkan pada ketinggian

5. DAFTAR PUSTAKA

- Anugrah, R. (2012). *Mekanika Benda Langit*. Yogyakarta: Jurusan Fisika FMIPA UGM.
- Bumimoro. (2011). *Paket Instruksi Ilmu Segitiga Bola*. Markas Besar Angkatan Laut Akademi.
- Djam'an, S. (2013). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta.
- Hambali, S. (2011). *Ilmu Falak I Penentuan Awal Waktu Salat & Arah Kiblat Seluruh Dunia*. Semarang: Program Pascasarjana IAIN Walisongo.
- Ikhwandito, A. (2011). *Paket Instruksi Ilmu segitiga Bola*. Bumimoro: Markas Besar Angkatan Laut Akademi.
- Indonesia, D. A. (2006). *al-Qur'an Dan terjemahannya*. Surabaya: Pustaka Agung Harapan.
- Ismail. (n.d.). *Kedudukan Matahari Pada Awal Waktu Salat dalam Perspektif Hukum Islam dan Ilmu Falak*. STAIN Malikussaleh Lhoksumawe.
- Jamil, D. A. (2009). *Ilmu Falak (Teori dan Aplikasi) Awal Qiblat, Awal Waktu, dan Awal Tahun (Hisab Kontemporer)*. Jakarta: Amzah.
- Masruhan. (2017). *Akurasi Hisab Waktu Salat Dalam Buku Ephemeris Hisab Rukyat 2017*. UIN Walisongo.
- Masruhan. (2017). *Akurasi Hisab Waktu Salat Dalam Buku Ephemeris Hisab Rukyat 2017*. UIN Walisongo.
- Fadholi, A. (2013). *Analisis Komparasi Perhitungan Waktu Salat dalam Teori Geosentrik dan Geodetik*. Thesis Program Pascasarjana IAIN Walisongo Semarang.
- Khudzoifah, Y. (2011). *Formulasi Penentuan Awal Waktu Shalat yang Ideal (Analisis Terhadap Urgensi Ketinggian Tempat dan Penggunaan Ikhtiyat Untuk*

- Mengatasi Urgensi Ketinggian Tempat dalam Formulasi Penentuan Awal Waktu Salat). Semarang: Skripsi Sarjana Fakultas Syariah IAIN Walisongo Semarang.
- Ardiansyah, M. F. (2017). Implementasi Titik Koordinat Tengah Kabupaten atau Kota dalam Perhitungan Jadwal Waktu Shalat. *Jurnal Al-Ahkam*.
- H. Abbas Padil. (2016). Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tataordinat : Bola Langit dan Peredaran Matahari. *Journal UIN Alauddin*.
- Hambali, S. (2011). Ilmu Falak. Semarang: Program Pasca Sarjana IAIN Walisongo Semarang.
- Khoiri, A. (2017). PENENTUAN AWAL WAKTU SHALAT FARDHU DENGAN PEREDARAN MATAHARI . *Jurnal Kajian Pendidikan Sains*.
- Ma'rifat Iman, Tricahyonol, & Fira Mariza. (2018). Pelatihan Perhitungan Arah Qiblat dan Awal Waktu Salat Sesuai Standar Kementerian Agama Republik Indonesia di Kabupaten Batang Jawa Tengah. *Jurnal SOLMA*.
- Hidayat, M. (2018). Penyebab Perbedaan Hasil Perhitungan Jadwal Waktu Salat di Sumatera Utara. *Astronomi Islam dan Ilmu-ilmu Berkaitan*, 9.
- Badan Hisab Rukyat Departemen Agama. (1981). Almanak Hisab Rukyat. Jakarta: Proyek Pembinaan Badan Peradilan Agama.
- Banten, B. I. (2019). Banten Dalam Angka 2019. Banten: Badan Pusat Statistik Provinsi Banten.
- Departemen Pendidikan Nasional. (2008). Kamus Besar Bahasa Indonesia Pusat Bahasa . Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Kementrian Agama RI . (1994). Pedoman Penentuan Jadwal Waktu Shalat Sepanjang Masa.
- Kementrian Agama RI. (2013). Hisab Rukyat.
- Halimah, S. N. (2017). Eprints Walisongo. Retrieved February 17, 2020, from Eprints Walisongo: (<http://eprints.walisongo.ac.id/7798/1/132611062.pdf>)