P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 164 - 174

PERHITUNGAN PELUANG BERTAHAN PERUSAHAAN ASURANSI DENGAN MENGGUNAKAN MODEL RESIKO KLASIK

Nunung Kusdaniyama[1*], Nina Valentika[2], Dewi Purnama Sari[3], Irfani Azis[4]

[1,2,3,4]Program Studi Matematika, FMIPA-Universitas Pamulang
*Email: dosen02373@unpam.ac.id

ABSTRACT

Life Insurance Company determines the claim and premium price based on customer's age and corresponding life tables. By establishing the probability of the total premium income and claim to pay, which is assumed satisfying the Poisson distribution, the life insurance company's survival probability can be determined every year, whether determined independence every year or cumulative by time. The calculation of the amount of premium and the amount of claim is the Actuarial Present Value (APV) of the premium and claim, which is the expected value based on the life table and calculated at the beginning of time (now). The result show that life insurance company being in surplus condition almost every time, except in the last customer's years the first year for one which accept customers only at age $x = 0$ *(case-1). The ways to reduce the deficit probability of life insurance company at the first year are: add the premium loading (case-2), add the initial fund (case-3), combine add the initial fund and add the premium loading (case-4) or add amount of the customers at age* $x \neq 0$ *(case-5).*
Keywords: Chance of Survival, Classic Risk Model

ABSTRAK

Perusahaan asuransi jiwa menentukan besarnya premi dan uang pertanggungan berdasarkan usia nasabah dan mengikuti tabel hayat. Dengan menetapkan besarnya peluang menerima total pendapatan premium dan membayarkan semua uang pertanggungan, yang dianggap memenuhi sebaran Poisson, peluang bertahan perusahaan asuransi jiwa dapat ditentukan setiap tahun, baik berdasarkan perhitungan per tahun maupun berdasarkan perhitungan secara akumulatif dari tahun-tahun sebelumnya. Perhitungan besarnya premi dan besarnya klaim adalah dengan *Actuarial Present Value* (APV) dari premi dan klaim, yaitu nilai harapan berdasarkan tabel hayat dan dihitung pada awal waktu (kini). Hasil perhitungan dalam penelitian ini menunjukkan bahwa perusahaan asuransi jiwa berada dalam kondisi surplus sepanjang tahun, kecuali pada tahun pertama dan tahun-tahun terakhir untuk perusahaan yang hanya mempunyai nasabah dengan usia saat kontrak $x = 0$ (kasus-1). Beberapa cara mengurangi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi jiwa yang dapat dilakukan adalah: memberikan tambahan biaya premi (kasus-2), menambahkan modal awal perusahaan (kasus-3), mengkombinasikan penambahan biaya premi dan penambahan modal (kasus-4) atau menambahkan jumlah nasabah dengan usia saat kontrak $x \neq 0$ (kasus-5).
Kata kunci: Peluang Bertahan, Model Resiko Klasik

1. PENDAHULUAN

Tabel hayat menggambarkan sejarah hidup kelompok penduduk yang dimulai dengan kelahiran pada waktu yang sama dan kemudian perlahan-lahan berkurang karena kematian

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 165 - 174

hingga tak ada satu pun yang tertinggal (Siegel & Swanson, 2004). Tabel hayat biasanya digunakan oleh perusahaan asuransi untuk menentukan besarnya premi dan besarnya klaim. Meskipun besarnya premi telah dihitung sebanding dengan besarnya klaim, pada suatu waktu tertentu perusahaan asuransi berpeluang tidak mampu membayar semua klaim. Hal ini terjadi karena besarnya penerimaan premi dan besarnya klaim yang harus dibayar merupakan peubah acak dan mengikuti proses stokastik. Pada penelitian ini dikaji peluang surplus atau peluang bangkrut perusahaan asuransi menggunakan proses surplus yang dikemukakan oleh Bowers et al. (1997) sebagai $U(t) = u + c(t) - S(t)$, di mana u menyatakan besarnya surplus saat $t = 0$, $c(t)$ menyatakan jumlah premi yang masuk sampai waktu t dan $S(t)$ menyatakan total klaim yang harus dibayar sampai waktu t. Jika $U(t) > 0$ berarti perusahaan asuransi dalam keadaan surplus dan jika $U(t) < 0$ berarti dalam keadaan bangkrut.

Dengan menentukan sebaran sisa usia T_i berdasarkan tabel hayat, dapat dihitung besarnya penerimaan premi $c(t)$ yang dinyatakan sebagai $c(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i,\ \ X_i > 0$ untuk $i = 1, 2, 3, \cdots, N(t)$, di mana X_i menyatakan nilai premi ke$-i$ dan besarnya klaim yang harus dibayar sebagai $S(t) = \sum_{j=1}^{M(t)} Y_j,\ \ Y_j > 0$ untuk $j = 1, 2, 3, \ \cdots, M(t)$. Kemudian dengan menentukan sebaran penerimaan premi dan pembayaran klaim dapat dihitung besarnya peluang surplus atau peluang kebangkrutan suatu perusahaan asuransi jiwa.

2. METODOLOGI

Asuransi adalah suatu perjanjian antara dua pihak, yaitu pihak penanggung (perusahaan asuransi) dan tertanggung (nasabah). Perusahaan asuransi mengeluarkan polis (kesepakatan) yang di dalamnya terdapat kewajiban masing-masing pihak. Tertanggung mempunyai kewajiban membayar premi pada perusahaan asuransi, sedangkan penanggung memberikan benefit kepada pemegang polis sebagai pengganti kerugian yang dialami tertanggung. Asuransi terdiri atas dua jenis, yaitu asuransi kerugian dan asuransi jiwa (Bowers *et al.*,1997).

Beberapa definisi tentang peubah acak, fungsi sebaran, peluang, nilai harapan, proses stokastik dan anuitas peneliti gunakan sebagai dasar dalam menggunakan proses surplus perusahaan asuransi $\boldsymbol{U(t) = u + c(t) - S(t)}$, di mana $\boldsymbol{U(t), u, c(t)}$ dan $\boldsymbol{S(t)}$ berturut-turut menyatakan besarnya surplus pada waktu $\boldsymbol{t}$, surplus pada waktu $\boldsymbol{0}$, jumlah premi yang masuk

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 166 - 174

sampai waktu t dan total klaim yang harus dibayar sampai waktu t untuk menghitung peluang surplus sebuah perusahaan asuransi.

Dalam suatu percobaan sering kali dilakukan pengulangan yang dilakukan dalam kondisi yang sama. Semua kemungkinan hasil yang muncul diketahui, tetapi hasil pada percobaan berikutnya tidak dapat diduga dengan tepat. Percobaan semacam ini disebut percobaan acak (Hogg *et al*, 2005). Himpunan dari semua kemungkinan hasil dari suatu percobaan acak disebut ruang contoh, dinotasikan dengan Ω. Suatu kejadian $\boldsymbol{A}$ adalah himpunan bagian dari Ω. Medan-$\boldsymbol{\sigma}$ adalah suatu himpunan $\digamma$ yang anggotanya terdiri atas himpunan bagian dari ruang contoh Ω, yang memenuhi kondisi: (1) $\emptyset \in \digamma$, (2) Jika $\boldsymbol{A} \in \digamma$, maka $\boldsymbol{A^C} \in \digamma$ dan (3) Jika $\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \cdots \in \digamma$, maka $\bigcup_{\boldsymbol{i=1}}^{\infty} \boldsymbol{A_i} \in \digamma$. Misalkan $\mathcal{F}$ adalah medan-$\boldsymbol{\sigma}$ dari ruang contoh Ω. Ukuran peluang $\boldsymbol{P}$ adalah suatu fungsi $\boldsymbol{P}: \digamma \to [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$ pada $(\Omega, \digamma)$ yang memenuhi: (1) $\emptyset \in \digamma$, (2) Jika $\boldsymbol{A} \in \digamma$, maka $\boldsymbol{A^C} \in \digamma$ dan (3) Jika $\boldsymbol{A_1}, \boldsymbol{A_2}, \cdots \in \digamma$, maka $\bigcup_{\boldsymbol{i=1}}^{\infty} \boldsymbol{A_i} \in \digamma$.(Grimmett & Stirzaker, 2001).

Misalkan $\mathcal{F}$ adalah medan-$\boldsymbol{\sigma}$ dari ruang contoh Ω. Suatu peubah acak X adalah suatu fungsi $X : \Omega \to \boldsymbol{\mathcal{R}}$ dengan sifat $\{\boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\epsilon} \Omega : \boldsymbol{X}(\boldsymbol{\omega}) \leq \boldsymbol{x}\} \boldsymbol{\epsilon} \digamma$ untuk setiap $\boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\mathcal{R}}$. Peubah acak $\boldsymbol{X}$ dikatakan diskret jika nilainya hanya pada himpunan bagian yang terhitung dari $\boldsymbol{R}$. Fungsi sebaran dari suatu peubah acak $\boldsymbol{X}$ adalah suatu fungsi $\boldsymbol{F} : \boldsymbol{\mathcal{R}} \to [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$ yang dinyatakan sebagai $\boldsymbol{F_X}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{X} < \boldsymbol{x})$. Misalkan $\boldsymbol{S}$ adalah himpunan nilai dari barisan peubah acak, maka $\boldsymbol{S}$ disebut ruang state (Grimmett & Stirzaker, 2001). Selanjutnya Hogg *et al* (2005) menyatakan bahwa suatu peubah acak $\boldsymbol{X}$ dikatakan menyebar Poisson dengan parameter $\boldsymbol{\lambda} > \boldsymbol{0}$, jika memiliki fungsi massa peluang :

$$p_X(x; \lambda) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} & , x = 0, 1, 2, \ldots \\ 0 & , x \text{ selainnya.} \end{cases}$$

Jika $\boldsymbol{X}$ adalah peubah acak diskret dengan fungsi massa peluang $\boldsymbol{p_X}(\boldsymbol{x})$, maka nilai harapan dari $\boldsymbol{X}$, yang dinotasikan dengan $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X})$, adalah $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{X}) = \sum_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{p_X}(\boldsymbol{x})$, asalkan jumlah tersebut konvergen mutlak (Hogg *et al.*, 2005). Misalkan $\boldsymbol{M_X}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{e^{tX}})$ untuk suatu peubah acak $\boldsymbol{X}$. Jika $\boldsymbol{M_X}(\boldsymbol{t})$ terdefinisikan untuk semua nilai $\boldsymbol{t}$ pada suatu interval $(-\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta})$, $\boldsymbol{\delta} > \boldsymbol{0}$, maka $\boldsymbol{M_X}(\boldsymbol{t})$ disebut fungsi pembangkit momen dari $\boldsymbol{X}$ (Ghahramani, 2005). Proses Stokastik (*stochastic process*) $\boldsymbol{X} = \{\boldsymbol{X}(\boldsymbol{t}); \boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T}\}$ yang terdefinisi pada ruang peluang $\{\Omega, \digamma, \boldsymbol{P}\}$ adalah suatu himpunan dari peubah acak yang memetakan ruang contoh Ω ke ruang state S (Ross, 2007).

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 167 - 174

Nilai sekarang dari barisan pembayaran sebesar satu satuan yang dilakukan pada waktu ke 1,..., $\lfloor\bar{\xi}\rfloor$ didefinisikan dengan notasi $a_{\bar{\xi}|}$ sebagai: $a_{\bar{\xi}|} = \sum_{j=1}^{\lfloor\bar{\xi}\rfloor} v(0,j)$ dimana $v(0,j)$ adalah faktor diskon: yaitu, nilai sekarang $(t = 0)$ dari besarnya pembayaran dilakukan pada waktu j. Misalkan sisa usia individu-individu $T_1,...,T_n$ semua menyebar sebagai $T_{x0}(t_0)$ maka nilai tunai dari pembayaran anuitas ke-i, dengan notasi $a_{\overline{T_i}|}$ didefinisikan sebagai: $V = \sum_{i=1}^{n} a_{\overline{T_i}|}$ (Denuit & Ester, 2009).

Misalkan P dan B berturut-turut menyatakan besarnya premi tahunan dan besarnya klaim, maka persamaan dasar yang menghubungkan P dan B adalah:

$$P\,\ddot{a}_x = (1+\theta)\,B\,A_x$$

di mana $\ddot{a}_x = v^0 \cdot {}_0p_x + v^1 \cdot {}_1p_x + v^2 \cdot {}_2p_x + \cdots + v^{99} \cdot {}_{99}p_x + v^{100} \cdot {}_{100}p_x$ dan $A_x = v^1 \cdot {}_0p_x \cdot q_x + v^2 \cdot {}_1p_x \cdot q_{x+1} + \cdots + v^{100} \cdot {}_{99}p_x \cdot q_{x+99} + v^{101} \cdot {}_{100}p_x \cdot q_{x+100}$ dengan θ menyatakan besarnya tambahan biaya premi, v^i faktor diskon, ${}_jp_x$ peluang hidup nasabah berusia x tahun sampai $(x+j)$ tahun dan q_{x+j} peluang nasabah berusia x tahun meninggal pada usia $(x+j)$ tahun.

Pada proses surplus perusahaan asuransi $U(t) = u + c(t) - S(t)$, besarnya $c(t)$ dan $S(t)$ diasumsikan mengikuti proses stokhastik, yaitu $c(t) = \sum_{i=0}^{N(t)} X_i,\ X_i > 0$ dan $S(t) = \sum_{j=0}^{M(t)} Y_j,\ Y_j > 0$. Artinya banyaknya premi dan banyaknya klaim setiap tahun merupakan peubah acak yang hanya diketahui nilai harapannya. Banyaknya premi pada suatu waktu tergantung pada jumlah nasabah yang hidup pada tahun tersebut dan banyaknya klaim tergantung pada jumlah nasabah yang mati pada tahun sebelumnya.

Perhitungan besarnya premi dan besarnya klaim adalah dengan *Actuarial Present Value (APV)* dari premi dan klaim, yaitu nilai harapan berdasarkan tabel hayat dan dihitung pada awal waktu (kini). Dua asumsi yang digunakan adalah:

(1) Besarnya premi P untuk setiap orang sama, yaitu satu satuan. Dalam aplikasinya cukup dihitung besarnya rasio.

(2) Besarnya suku bunga tahunan adalah tetap, yaitu $r = 5\%$. Dengan demikian tingkat diskon per tahun juga tetap sebesar $v = 0{,}9328$.

Dengan menggunakan asumsi seperti di atas, maka persamaan yang digunakan untuk menentukan besarnya klaim adalah $\ddot{a}_x = (1+\theta)B\,A_x$, $\ddot{a}_x = \sum_{i=0}^{99} v^i \cdot {}_ip_x$ dan $A_x = \sum_{i=0}^{99} v^{i+1} \cdot {}_ip_x \cdot q_i$ di mana B menyatakan besarnya klaim yang dibayarkan pada akhir tahun

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 168 - 174

tahun, θ sebagai biaya tambahan premi dan $v = \frac{1}{(1+r)}$. Untuk mendapatkan besarnya benefit (B) digunakan beberapa fungsi komutasi, yaitu:

- $D_x = v^x . l_x$
- $N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \cdots + D_\omega$,
- $C_x = v^{x+1} . (l_x - l_{x+1}) = v^{x+1} . d_x$
- $M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_\omega$,

di mana ω merupakan usia tertua versi perusahaan asuransi. Dengan demikian, besarnya klaim untuk nasabah yang terdaftar pada umur x tahun dihitung sebagai berikut:

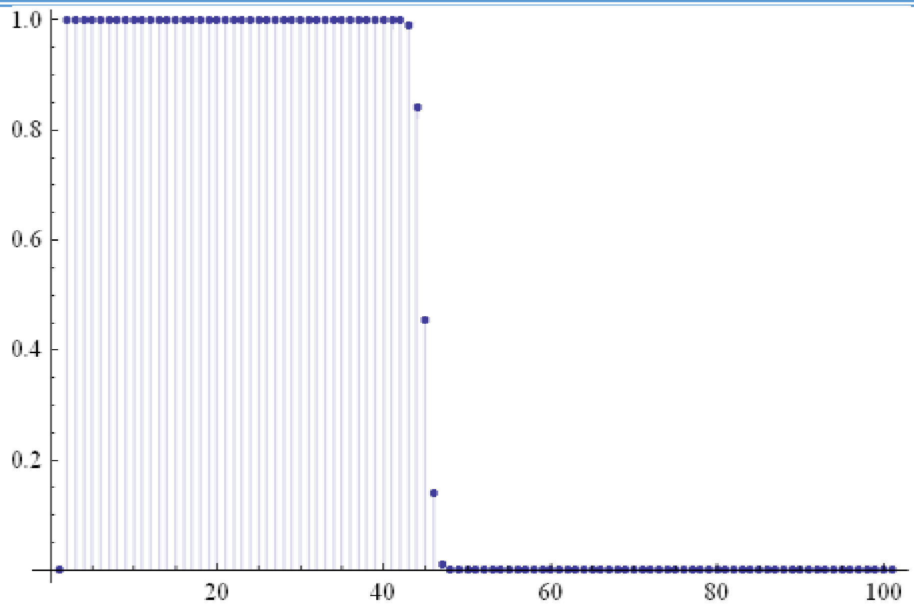
$$\frac{N_x}{(1+\theta)M_x}.$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel hayat digunakan oleh perusahaan asuransi jiwa untuk menghitung peluang nasabah meninggal pada setiap tahun dengan asumsi menyebar Poisson sebagai d_x.Perhitungan peluang surplus perusahaan asuransi jiwa dibuat dengan membandingkan perhitungan antara nilai harapan pada tabel hayat dengan syarat keadaan surplus. Dalam penelitian ini dibahas untuk 5 kasus, yaitu: kasus-1 ($x = 0, u = 0$ dan $\theta = 0$), kasus-2 (x = 0, u=0 dan $\theta \neq 0$), kasus-3 ($x = 0, u \neq 0$ dan $\theta = 0$), kasus-4 ($x = 0, u \neq 0$ dan $\theta = 0{,}1$) dan kasus-5 ($x = 1, u = 0$ dan $\theta = 0$).

1. Kasus x = 0, $u = 0$ dan $\theta = 0$

Untuk tahun pertama nilai harapan $N(t) = l_0 = 100.000$, nilai harapan M(t) = d0 = 229 dan benefit $B = 715{,}869$. Karena pembayaran klaim dilakukan pada akhir tahun, jika K_0 menyatakan peubah acak banyaknya klaim pada akhir tahun pertama, maka peluang surplus pada akhir tahun pertama adalah sebesar $P\left(K_0 < \frac{l_0}{B.v}\right) = P(K_0 < 146{,}6749)$. Jika K_0 menyebar Poisson dengan laju $d_0 = 229$ maka $P(K_0 < 146{,}6749) = \sum_{i=0}^{146} \frac{e^{-229}229^i}{i!} =$ $0.0000025717648939888 21$. Nilai ini menunjukkan bahwa peluang surplus mendekati nol, jika usia nasabah 0 tahun ($x = 0$), tanpa modal awal ($u = 0$) dan tanpa tambahan premi ($\theta = 0$). Perusahaan berpeluang bangkrut pada tahun pertama dan tahun-tahun usia nasabah lebih dari 45 tahun. Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-1 ($x = 0, u = 0, \theta = 0$) disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1 Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-1 ($x = 0, u = 0, \theta = 0$)

Selanjutnya, untuk mengurangi peluang kebangkrutan pada tahun pertama dapat dilakukan beberapa cara, di antaranya adalah dengan menetapkan $\theta \neq 0$ atau $u \neq 0$.

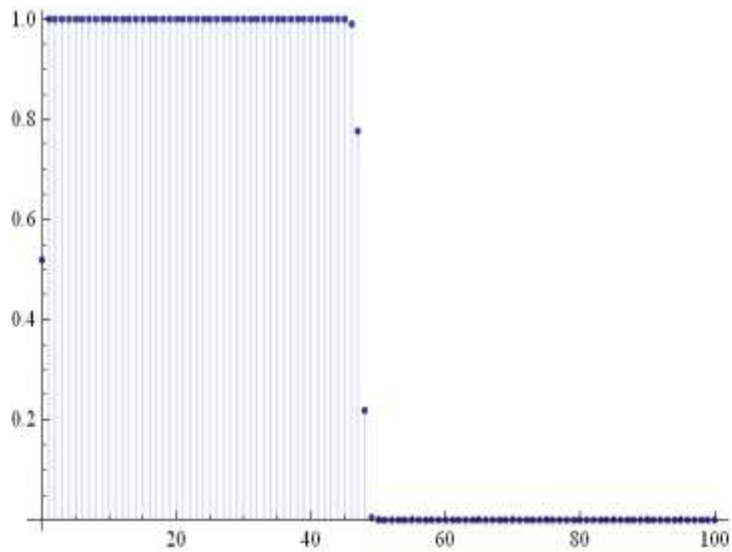
2. Kasus x = 0, $u = 0$ dan $\theta \neq 0$

Untuk tahun pertama nilai harapan $N(t) = l_0 = 100.000$, nilai harapan $M(t) = d_0 = 229$ dan benefit $B = \frac{N_0}{(1+\theta).M_0} = \frac{175,869}{1+\theta}$. Karena $\theta \neq 0$ dipilih untuk mencegah peluang kebangkrutan pada tahun pertama, maka besarnya θ ditentukan dengan syarat $l_0 \geq K_0.B.v$ diperoleh nilai $\theta \geq 0{,}42492$. Jika ditetapkan $\theta = 0{,}42492$ dan K_0 menyatakan peubah acak banyaknya klaim pada tahun pertama, maka $P\left(K_0 < \frac{l_0.(1+\theta)M_0}{N_0.v}\right) = P(K_0 < d_0) = 0{,}5$. Selanjutnya dihitung peluang surplus pada tahun kedua, ketiga dan seterusnya dengan asumsi sebaran banyaknya klaim pada setiap tahun bebas dan besarnya surplus pada setiap tahun tidak diakumulasikan sebagai modal awal tahun berikutnya. Jika K_i menyatakan peubah acak banyaknya klaim pada tahun ke-i dan k_i banyaknya klaim yang membuat perusahaan bangkrut pada tahun ke-$i+1$, maka peluang surplus pada tahun ke-$i+1$ sebesar $P\left(K_i < \frac{l_i.(1+\theta)M_0}{N_0.v}\right) = P(K_i < k_i)$.

Hasil dari perhitungannya menunjukan bahwa dari tahun pertama sampai dengan tahun ke-46 peluang surplus perusahaan asuransi hampir 100%, peluang surplus pada tahun ke-47 dan tahun ke-48 berturut-turut sebesar 77,67% dan 21,77%. Sedangkan peluang surplus dari

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 170 - 174

tahun ke-49 sampai dengan tahun ke-100 berangsur-angsur menuju nol. Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-2 $(u = 0, \theta = 0{,}42492)$ disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2 Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-2 $(\boldsymbol{u = 0, \theta = 0,42492})$

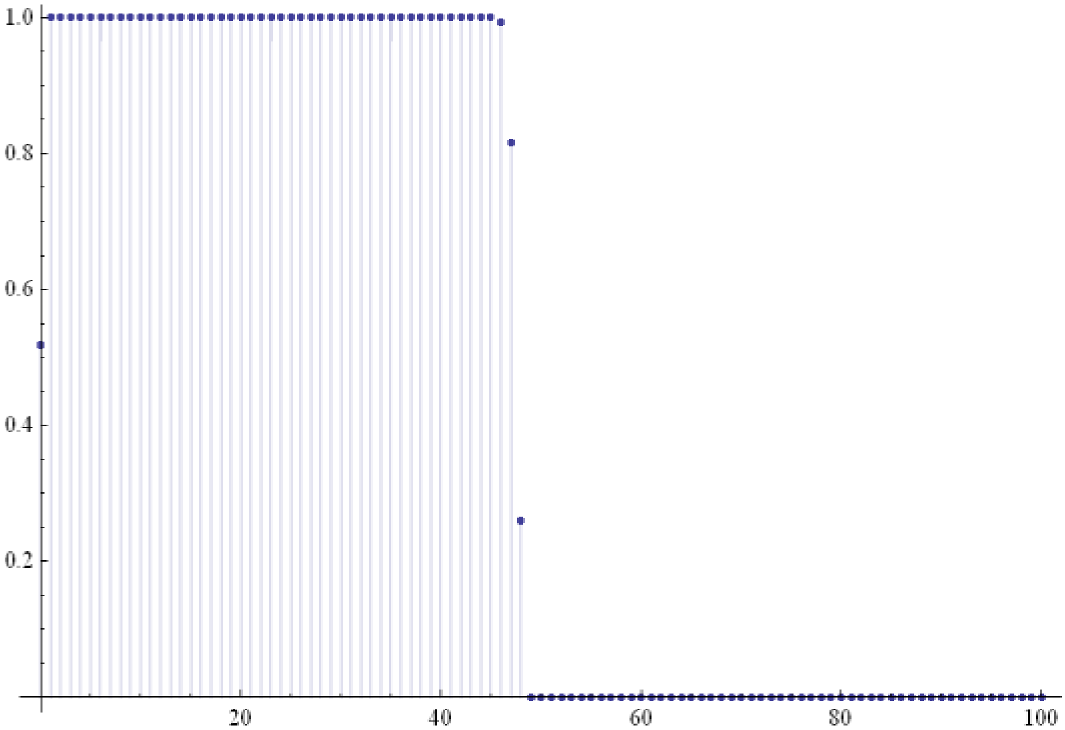
3. Kasus x = 0, $\boldsymbol{u \neq 0}$ dan $\boldsymbol{\theta = 0}$

Untuk tahun pertama $N(t) = l_0 = 100.000, M(t) = K_0$ dengan nilai harapan $M(t) = d_0 = 229$ dan benefit $B = 715{,}869$. Karena $u \neq 0$ dipilih untuk mencegah peluang kebangkrutan pada tahun pertama, maka besarnya u ditentukan dengan $u + l_0 \geq d_0.B.v$ sehingga diperoleh $u \geq 42492{,}02$. Jika ditetapkan $u = 42492{,}02$ dan K_0 menyatakan peubah acak banyaknya klaim pada tahun pertama, maka peluang surplus pada tahun pertama sebesar $P\left(K_0 < \frac{(u+ l_0)M_0}{N_0.v}\right) = P(K_0 < d_0) = 0{,}5$. Selanjutnya dihitung peluang surplus pada tahun kedua, ketiga dan seterusnya dengan asumsi sebaran banyaknya klaim pada setiap tahun bebas dan besarnya surplus pada setiap tahun tidak diakumulasikan sebagai modal awal tahun berikutnya.

Hasil dari perhitungannya menunjukan bahwa dari tahun pertama sampai dengan tahun ke-46 peluang surplus perusahaan asuransi hampir 100%, peluang surplus pada tahun ke-47 dan tahun ke-48 berturut-turut sebesar 81,65% dan 26,07%. Sedangkan peluang surplus dari tahun ke-49 sampai dengan tahun ke-100 berangsur-angsur menuju nol. Grafik Peluang

StatMat
Jurnal Statistika dan Matematika
P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 171 - 174

Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-3 ($x = 0, u = 42492{,}02;\ \theta = 0$) disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3 Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-3 ($\boldsymbol{x = 0, u = 42492{,}02;\ \theta = 0}$)

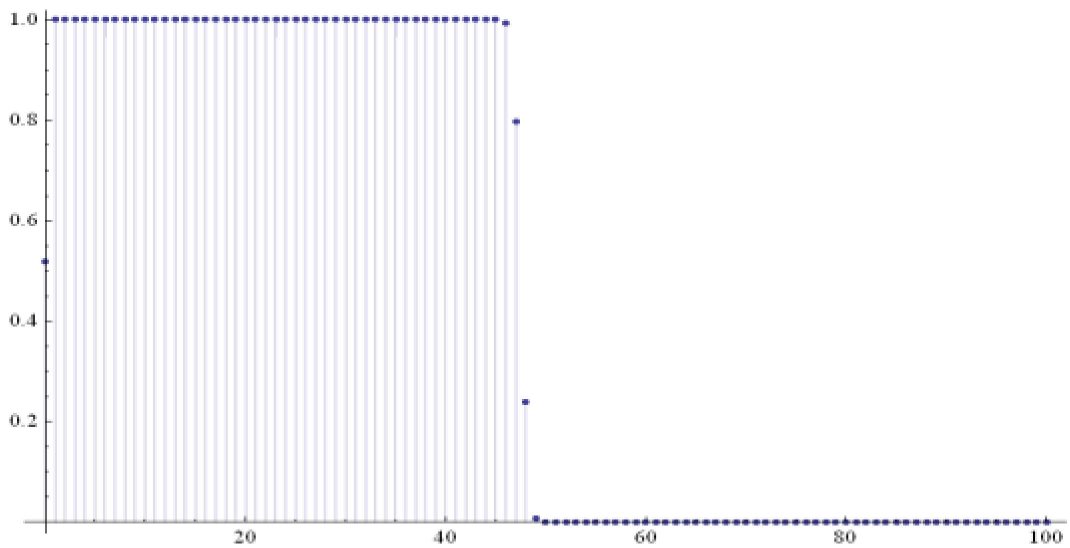
4. Kasus x = 0, $\boldsymbol{u \neq 0}$ dan $\boldsymbol{\theta \neq 0}$

Untuk tahun pertama $N(t) = l_0 = 100.000, M(t) = K_0$ dengan nilai harapan $M(t) = d_0 = 229$ dan benefit $B = \frac{N_0}{(1+\theta).M_0} = \frac{175{,}869}{1+\theta}$. Karena $u \neq 0$ dan $\theta \neq 0$ dipilih untuk mencegah peluang kebangkrutan pada tahun pertama, maka besarnya u dan θ ditentukan, yaitu: $u + l_0 \geq d_0.B.v$ atau $u + l_0 \geq \frac{d_0.N_0.v}{(1+\theta)M_0}$ yaitu $(u + l_0)(1+\theta) \geq \frac{d_0.N_0.v}{M_0}$. Jika ditetapkan pasangan nilai (θ, u) dan K_0 menyatakan peubah acak banyaknya klaim pada tahun pertama, maka peluang surplus pada tahun pertama sebesar $P\left(K_0 < \frac{(u+l_0).(1+\theta)M_0}{N_0.v}\right) = P(K_0 < d_0) = 0{,}5$. Selanjutnya dihitung peluang surplus pada tahun kedua, ketiga dan seterusnya dengan asumsi sebaran banyaknya klaim pada setiap tahun bebas dan besarnya surplus pada setiap tahun tidak diakumulasikan sebagai modal awal tahun berikutnya. Dengan demikian besarnya u dan θ yang dipilih untuk mengurangi

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 172 - 174

peluang kebangkrutan pada tahun pertama merupakan pasangan nilai yang saling terkait. Dalam penelitian ini akan dihitung peluang surplus perusahaan untuk $(u, 10\%)$.

Dengan menetapkan θ sebesar 10% maka diperoleh besarnya benefit $B = 650{,}79$ dan $u + l_0 = 650{,}79\, d_0 . v$ berakibat $u = 650{,}79\, d_0 . v - l_0 = 29538{,}2.$ Hasil dari perhitungannya menunjukan bahwa dari tahun pertama sampai dengan tahun ke-46 peluang surplus perusahaan asuransi hampir 100%, peluang surplus pada tahun ke-47 dan tahun ke-48 berturut-turut sebesar 79,72% dan 23,87%. Sedangkan peluang surplus dari tahun ke-49 sampai dengan tahun ke-100 berangsur-angsur menuju nol. Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-4 ($x = 0, u = 29538{,}2; \theta = 10\%$) disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4 Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-4 ($\boldsymbol{x = 0, u = 29538{,}2; \theta = 10\%}$)

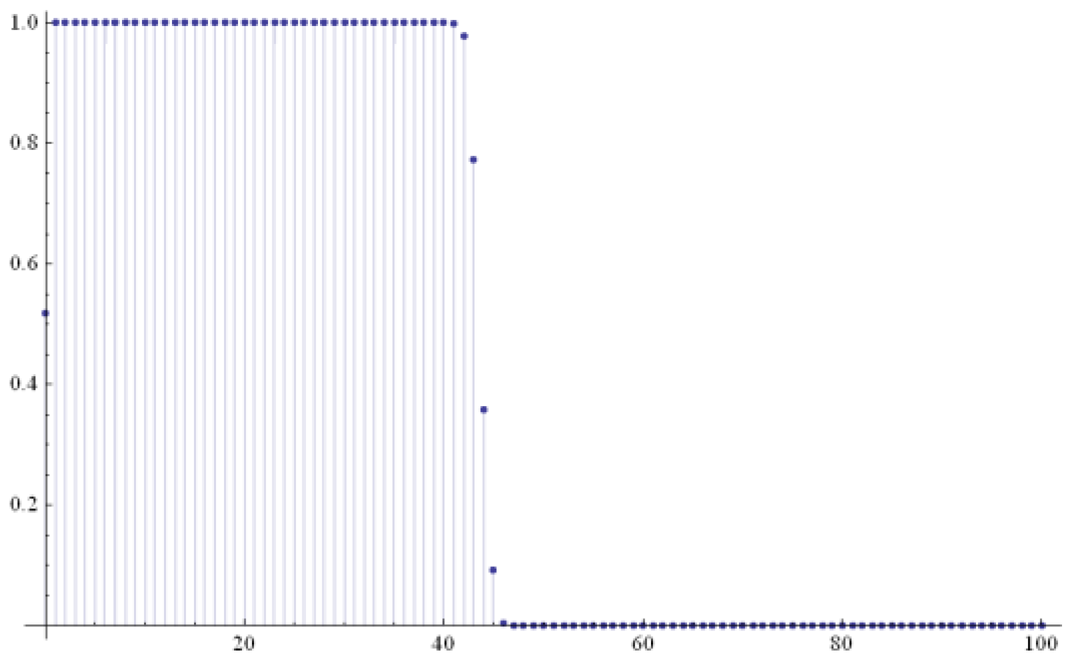
5. Kasus x = 1, $u = 0$ dan $\theta = 0$

Besarnya premi dan besarnya klaim akan berbeda jika nasabah saat terdaftar berumur satu tahun, yaitu: $P\, \ddot{a}_1 = (1+\theta)B\, A_1$ dengan $\ddot{a}_1 = \sum_{i=0}^{99} v^i ._i\, p_1$ dan $A_1 = \sum_{i=0}^{99} v^{i+1} ._i\, p_1 . q_{i+1}$. Untuk suku bunga tahunan yang besarnya tetap sebesar 5%, maka $v = \frac{1}{1{,}05} = 0{,}95238.$ Dan dengan fungsi komutasi untuk suku bunga tetap 5% per tahun dapat dihitung besarnya benefit, yaitu: $B = \frac{N_1}{(1+\theta)M_1}$ di mana $\theta = 0$ menyatakan bahwa tidak ada tambahan biaya premi.

Jika $\theta = 0$ maka $B = 731{,}8986$. Artinya setiap nasabah yang meninggal akan mendapatkan benefit sebesar 731,8986 satuan. Selanjutnya, jika k_x menyatakan batas

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 173 - 174

maksimum setiap tahun yang membuat perusahaan berada dalam keadaan surplus, maka dengan menggunakan sebaran Poisson diperoleh $P(K_x < k_x) = \sum_{i=0}^{k_x} \frac{e^{-d_x}.{d_x}^i}{i!}$, $P\left(K_1 < \frac{l_1.M_1}{N_1.v}\right) = P(K_1 < k_1)$, $P\left(K_2 < \frac{l_2.M_1}{N_1.v}\right) = P(K_2 < k_2), \cdots$, dan seterusnya $P\left(K_i < \frac{l_i.M_1}{N_1.v}\right) = P(K_i < k_i)$. Hasil dari perhitungannya menunjukan bahwa dari tahun pertama sampai dengan tahun ke-41 peluang surplus perusahaan asuransi hampir 100%, peluang surplus pada tahun ke-42, tahun ke-43, tahun ke-44 dan tahun ke-45 berturut-turut sebesar 97,85%, 77,23%, 35,88% dan 9,2%. Sedangkan peluang surplus dari tahun ke-46 sampai dengan tahun ke-100 berangsur-angsur menuju nol. Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-7 $(x = 1; u = 0; \theta = 0)$ disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5 Grafik Peluang Surplus Setiap Tahun untuk Kasus-7 $(x = 1; u = 0; \theta = 0)$

Dengan membandingkan hasil-hasil perhitungan surplus perusahaan asuransi jiwa untuk $x = 0$, maka untuk $x = 1$, peluang surplus perusahaan akan lebih besar, sejak dari tahun pertama. Hal ini terjadi karena tingkat kematian pada usia $x = 0$ sangat besar.

4. SIMPULAN

Peluang kebangkrutan perusahaan asuransi jiwa semakin besar jika semakin banyak nasabah dengan usia pada laju kematian yang tinggi, misalnya usia nasabah 0 tahun. Ada

P-ISSN: 2655-3724 E-ISSN: 2720-9881
STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika), Vol. 3, No. 2, July 2021
Artikel ke-8, halaman 174 - 174

beberapa cara-cara mengurangi peluang kebangkrutan perusahaan asuransi jiwa selain menjaga akumulasi modal setiap tahun, yaitu: menyiapkan modal awal yang besar, menaikkan biaya premi, memperbanyak nasabah pada usia dengan laju kematian yang rendah dan kombinasi dari cara-cara tersebut.

5. DAFTAR PUSTAKA

Bowers NL., Gerber HU., Hickman JC., Jones DA., Nesbit CJ. (1997). Actuarial Mathematics. Illinois: The society of Actuaries.

Denuit M., Frostig E. (2009). Life Insurance: Mathematics with Random Life Tables. *North American Actuarial Journal.* 13(3), 339-355.

Ghahramani S. (2005). Fundamental of Probability with Stochastic Processes. Ed. ke-3. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Grimmett GR and Stirzaker DR. (2001). Probability and Random Processes. Ed ke-3. Oxford (GB): Oxford University Press Inc.

Hogg RV, Craig AT, Mc Kean JW. (2005). Introduction to Mathematical Statistics. Ed. ke-5. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Ross SM. (2007). Stochastic Processes. Ed.ke-2. John Willey & Sons.

Siegel JS, Swanson DA. (2004). The Methods and Materials of Demography. USA: Elsevier Inc.