

ANALISIS MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE DI KOTA KEFAMENANU

Eva Binsasi¹, Elinora Naikteas Bano¹, Cecilia Novianti Salsinha²

¹Program Studi Matematika Fakultas Pertanian Unimor Indonesia

Email: iranaikteas@gmail.com

²Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Pendidikan Unimor Indonesia

ABSTRACT

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is disease still flourishing in people lives. Basic argument of DHF is bite of the Aedes Aegypti mosquito, may also be argument by Aedes Albopictus mosquito. All this time, many deterrence creation already however there are always who identified as infected with DHF. This is caused by climate, including temperature, humidity, rainfall and rainy days. Dengue fever is shown go by flu that attack baby children and adults and may be fateful. The symptoms go on 2 to 7 days. The view of this study was to analyze the model of the spread of DHF in Kefamenanu City. This study was conducted at the City Hospital of Kefamenanu data for 3 years, from 2017 and 2019. The model analysis, then searching for fixed points, basic reproduction numbers, stability analysis of fixed points and simulations. Study simulation show that the increasing rate of infected mosquitoes (I_M) will cause the \mathcal{R}_0 number to increase, so that the rate of disease spread in the population will increase. Therefore, the rate of mosquito infection (I_M) needs to be reduced so that the spread of DHF in the population has a very small chance.

Keywords: Dengue haemorrhagic fever, stability, mode

ABSTRAK

Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) adalah salah satu penyakit yang masih berkembang dalam kehidupan masyarakat. Penyebab utama penyebaran penyakit DBD adalah gigitan dari nyamuk *Aedes Aegypti*, bisa juga disebabkan oleh nyamuk *Aedes Albopictus*. Selama ini sudah banyak dilakukan pencegahan tetapi masih ada yang teridentifikasi terinfeksi penyakit DBD. Hal ini disebabkan oleh iklim, di antaranya suhu, kelembaban udara dan curah hujan. Penyakit DBD ditunjukkan melalui gejala flu yang menyerang bayi, anak-anak dan orang dewasa dan bisa berakibat fatal. Gejala ini berlangsung selama 2 sampai 7 hari. Tujuan dari penelitian ini adalah merekonstruksi model penyebaran penyakit DBD di Kota Kefamenanu berdasarkan data yang di ambil dari RSUD Kota Kefamenanu pada tahun 2017 sampai tahun 2019, dari model kemudian dilakukan pencarian titik tetap, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan terhadap titik tetap dan simulasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin meningkatnya laju nyamuk terinfeksi (I_M) akan menyebabkan bilangan \mathcal{R}_0 semakin meningkat sehingga laju penyebaran penyakit dalam populasi akan semakin meningkat. Oleh karena itu laju nyamuk infeksi (I_M) perlu dikurangi agar penyebaran penyakit DBD memiliki peluang yang sangat kecil.

Kata kunci: Demam berdarah dengue, kestabilan, model

1. PENDAHULUAN

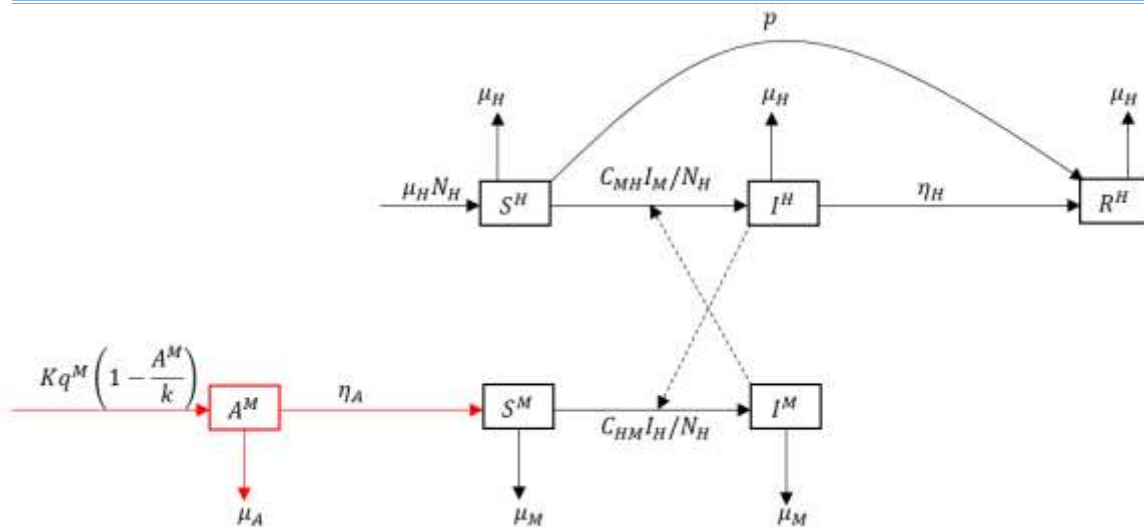
Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) adalah salah satu penyakit yang masih berkembang dalam kehidupan masyarakat, dimana setiap tahunnya di tempat-tempat perawatan masih ada data pasien yang terinfeksi penyakit DBD. Penyebab utama penyakit DBD adalah gigitan dari nyamuk *Aedes Aegypti* betina. Tingkat infeksi paling tinggi terjadi saat siang hari yang berkembang biak di dalam rumah-rumah. Penyakit DDB bisa juga

disebabkan oleh nyamuk *Aedes Albopictus* yang hidupnya di hutan atau di pinggir kota (WHO, 2018).

Kota Kefamenanu adalah salah satu daerah di Kabupaten Timor Tengah Utara (TTU) propinsi Nusa Tenggara Timur yang iklimnya diklasifikasikan sebagai iklim tropis, dan dikenal adanya dua musim yakni musim kemarau dan musim hujan (BPS, 2008). Pada musim hujan salah satu hewan yang berkembang cukup baik adalah nyamuk. Hal ini dikarenakan tanah yang lembab dan banyak genangan-genangan air yang terjadi dimana-mana serta kurangnya kesadaran masyarakat dalam memelihara kebersihan lingkungan sekitar. Oleh karena itu, menjadi tempat yang nyaman bagi hidupnya jentik-jentik nyamuk yang akhirnya akan menjadi nyamuk dewasa yang siap menyebarkan virus *dengue* kapan saja. Selama ini dari pihak pemerintah setempat dalam hal ini Dinas Kesehatan Kabupaten TTU di Kota Kefamenanu telah melakukan tindakan pencegahan berupa melakukan *fogging* (pengasapan) dan pemberian kelambu-kelambu gratis namun hingga saat ini jumlah penderita DBD meningkat dari waktu ke waktu dan pada tahun 2019 telah mencapai 43 kasus. Hal ini juga disebabkan karena jumlah obat yang tersedia sangat terbatas, sehingga *fogging* hanya dilakukan pada daerah-daerah yang sudah terdapat pasien yang teridentifikasi penderita DBD. Salah satu cara untuk mengurangi resiko penyebaran penyakit DBD adalah menggunakan vaksin dan penggunaan obat-obatan. Vaksin yang diberikan bukan untuk menutup secara permanen pada penyakit yang di cegah tapi hanya untuk menghentikan penyebaran penyakit yang terjadi di masyarakat (WHO, 2017), sehingga meskipun sudah mahal tapi hanya bertahan saat situasi endemik berlangsung.

Pemodelan matematika telah banyak digunakan untuk mengidentifikasi dan menganalisis dinamika penyebaran penyakit. (Ndi, dkk. 2018). Salah satu formulasi bentuk umum dari model matematika penyebaran penyakit yaitu bentuk model matematika deterministik (de Vries, dkk. 2006). Oleh Karena itu, penerapan model matematika memiliki peran penting dalam berbagai bidang ilmu. Permasalahan yang ada dalam lingkungan kehidupan dapat ditransformasikan dalam model matematika dengan menggunakan beberapa asumsi. Dari model matematika yang ada selanjutnya dapat dianalisis perilaku-perilaku di dalamnya yang kemudian dapat digunakan untuk menanggulangi resiko penyebaran penyakit DBD. Seperti yang dijelaskan oleh Berdasarkan uraian tersebut, maka perlu dibuat analisis model penyebaran penyakit *dengue* di Kota Kefamenanu. Analisis model yang dibuat akan merujuk pada model yang diperkenalkan (Derouich dkk., 2003) kemudian menambahkan salah satu strategi pengendalian penyakit yang diperkenalkan oleh (Rodrigues dkk., 2013) yaitu dengan menambahkan kondisi populasi akuatik nyamuk. Fase akuatik sangat berpengaruh terhadap jumlah populasi nyamuk dewasa. Strategi akuatik nyamuk diberikan untuk mengurangi banyaknya telur yang dihasilkan setiap kelas sejak dini, sehingga dapat menekan jumlah nyamuk dewasa yang rentan terinfeksi terhadap virus *dengue*. Sehingga dapat menekan pasien DBD yang akan berkunjung ke rumah sakit yang sudah pasti akan membutuhkan biaya dan waktu yang tidak sedikit. Dari model rekonstruksi ini akan dilakukan pencarian titik tetap, bilangan reproduksi dasar dan simulasi untuk melihat sejauh mana penyebaran penyakit berkembang dalam populasi.

Diasumsikan model rekonstruksi penyebaran penyakit Demam Berdarah *Dengue* di Kota Kefamenanu secara skematis digambarkan dalam diagram kompartemen pada Gambar 1, dengan (\rightarrow) menyatakan perpindahan individu.



Gambar 1 Model penyebaran penyakit Demam Berdarah Dengue

Pada model, populasi manusia dibagi menjadi 3 kelas, yaitu:

- Kelas manusia rentan S^H (*Susceptible*) yaitu manusia yang belum terkena virus di dalam tubuhnya, sehingga bebas terkena virus kapan saja.
- Kelas manusia terinfeksi I^H (*Infected*) yaitu manusia yang sudah terkena virus di dalam tubuhnya dan kapan saja dapat menularkannya.
- Kelas manusia sembuh R^H (*Recovered*) yaitu manusia yang sudah kebal terhadap penyakit dan dapat kembali rentan apabila kekebalan tubuhnya menurun.

Populasi nyamuk dibagi menjadi 3 kelas, yaitu:

- Kelas nyamuk akuatik A^M (*Aquatik*) yaitu fase akuatik berupa telur, larva dan pupa.
- Kelas nyamuk rentan S^M (*Susceptible*) yaitu nyamuk yang belum terkena virus di dalam tubuhnya.
- Kelas nyamuk terinfeksi I^M (*Infected*) yaitu nyamuk yang sudah terkena virus di dalam tubuhnya dan kapan saja dapat menularkannya.

Menurut (Derouich *dkk.*, 2003) kemudian menambahkan salah satu strategi pengendalian penyakit yang diperkenalkan oleh (Rodrigues *dkk.*, 2013) yaitu dengan menambahkan kondisi populasi akuatik nyamuk, diperoleh sistem persamaan diferensial yang diformulasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS^H}{dt} &= \mu_H N_H - \left(\mu_H + p + \frac{C_{MH} I^M}{N_H} \right) S^H, \\
 \frac{dI^H}{dt} &= \left(\frac{C_{MH} I^M}{N_H} \right) S^H - (\mu_H + \eta_H) I^H, \\
 \frac{dR^H}{dt} &= p S^H + \eta_H I^H - \mu_H R^H, \\
 \frac{dA^M}{dt} &= Kq^M \left(1 - \frac{A^M}{k} \right) (S^M + I^M) - (\eta_A + \mu_A) A^M, \\
 \frac{dS^M}{dt} &= \eta_A A^M - \left(\mu_M + \frac{C_{HM} I^H}{N_H} \right) S^M, \\
 \frac{dI^M}{dt} &= \left(\frac{C_{HM} I^H}{N_H} \right) S^M - \mu_M I^M.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Asumsikan bahwa total populasi manusia (N_H) dan populasi nyamuk (N_M) konstan sehingga $N_H = S^H + I^H + R^H$ dan $N_M = S^M + I^M$.

2. METODOLOGI

Penelitian ini dilakukan di RSUD Kefamenanu dan data di ambil dari tahun 2017 sampai tahun 2019. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah diawali dengan studi pustaka tentang model SIR yang menjadi model utama dalam model epidemiologi. Seperti yang dijelaskan oleh (Sanusi, 2016) yang mengatakan bahwa sebelum telaah pustaka, terlebih dahulu secara pasti mengetahui sumber mana informasi ilmiah itu akan diperoleh. Tujuan utamanya yaitu untuk menentukan model matematika untuk dinamika penyebaran penyakit Demam Berdarah Dengue di Kota Kefamenanu, merekonstruksi model dan melakukan analisis kestabilan terhadap model dan melakukan simulasi. Untuk membantu dalam melakukan analisis secara numerik dan simulasi menggunakan *Wolfram Mathematica 10.0*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Deskripsi kejadian DBD.

Kejadian DBD di RSUD Kefamenanu Kabupaten Timor Tengah Utara dari tahun 2017 sampai tahun 2019 sudah mencapai 43 kasus dengan rincian dapat dilihat pada Tabel 1:

Tabel 1 Data Pasien Terinfeksi DBD di Kefamenanu

Kasus	0-6 hr		7-28 hr		28hr-1th		1-4th		5-14th		15-24th		24-44th		44-64th		>65th		LK	PR	Kasus Baru	Total
	L	P	L	P	L	P	L	P	L	P	L	P	L	P	L	P						
DBD	0	0	0	0	1	0	4	0	7	6	1	3	1	4	1	0	0	0	15	14	29	43

Kasus DBD pada tahun 2019 terjadi peningkatan yang signifikan, dan terbanyak pada usia 5-14 tahun. Semakin meningkatnya kasus DBD di kabupaten Timor Tengah Utara disebabkan karena kurangnya kesadaran masyarakat akan pentingnya kebersihan lingkungan sekitar tempat tinggal, dimana masih terdapat genangan-genangan air sehingga menjadi tempat yang baik untuk hidupnya jentik-jentik nyamuk.

Beberapa nilai parameter yang digunakan dalam model merupakan data real yang diperoleh dari RSUD Kefamenanu Tahun 2017 sampai Tahun 2019. Karena kurangnya data di daerah Kefamenanu, maka parameter lainnya diambil dari penelitian sebelumnya dari kota Kupang karena memiliki kesamaan waktu curah hujan dengan kota Kefamenanu dan berada di dalam wilayah NTT. Parameter lainnya merupakan rata-rata asumsi dari beberapa nilai parameter yang telah dilakukan oleh penelitian-penelitian sebelumnya.

Tabel 2 Parameter Model yang Ditunjukkan pada Gambar 1

Simbol	Keterangan	Nilai Parameter	Sumber
P_{HM}	Peluang penularan dari manusia terinfeksi ke nyamuk rentan	0.48	Asumsi
P_{MH}	Peluang penularan dari nyamuk terinfeksi ke manusia rentan	0.48	Asumsi
b_s	Rata-rata gigitan nyamuk rentan per hari	0.6	Asumsi
b_i	Rata-rata gigitan nyamuk terinfeksi per hari	0.9	Asumsi
μ_H	Rata-rata kelahiran manusia dianggap sama dengan laju kematian per hari	$1/(66.45 * 365)$	Data RSUD Kefamenanu
μ_M	Rata-rata kelahiran nyamuk dianggap sama dengan laju kematian per hari	0.1	Rahmawati, E.
C_{HM}	Efektivitas penularan dari nyamuk rentan dapat terinfeksi per hari	0.3	Asumsi

C_{MH}	Efektivitas penularan dari manusia rentan dapat terinfeksi per hari	0.3	Asumsi
η_H	Proporsi manusia terinfeksi yang sembuh karena pengaruh kekebalan alami dalam tubuhnya per hari	0.5	Asumsi
p	Proporsi manusia yang diberi pengobatan, vaksinasi dan manusia yang memiliki kekebalan alami di dalam tubuhnya	[0 – 0.75]	Asumsi
K	Proporsi nyamuk betina menetas dari semua telur	(5 – 10)	Asumsi
q^m	Banyaknya telur yang dihasilkan dari masing-masing kelas nyamuk perkapita	[0 – 6]	Asumsi
k	Daya dukung lingkungan nyamuk	6 – 9	Rahmawati, E.
η_A	Laju transisi nyamuk dari larva ke nyamuk dewasa	0.1	Rahmawati, E.
μ_A	Laju kematian nyamuk akuatik	0.1	Rahmawati, E.

3.2. Titik Tetap

Menurut (Ndii, 2018), titik tetap dari sistem persamaan (1), diperoleh dengan syarat: $\frac{dS^H}{dt} = 0, \frac{dI^H}{dt} = 0, \frac{dR^H}{dt} = 0, \frac{dA^M}{dt} = 0, \frac{dS^M}{dt} = 0$ dan $\frac{dI^M}{dt} = 0$, sehingga menghasilkan dua titik tetap, yaitu:

Titik tetap tanpa penyakit:

$$T^1(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) \quad (2)$$

$$S^H = \frac{N_H \mu_H}{p + \mu_H}, I^H = 0, R^H = \frac{N_H p}{p + \mu_H}, A^M = k - \frac{k(\eta_A + \mu_A)\mu_M}{K \eta_A q^M},$$

$$S^M = -\frac{k(\eta_A + \mu_A)}{K q^M} + \frac{k\eta_A}{\mu_M}, I^M = 0.$$

dan titik tetap dengan penyakit:

$$T^2(S^{H*}, I^{H*}, R^{H*}, A^{M*}, S^{M*}, I^{M*}) \quad (3)$$

dengan

$$S^{H*} = \frac{KN_H^2 q^M \mu_M (C_{HM} \mu_H + (\eta_H + \mu_H) \mu_M)}{C_{HM} (KN_H q^M (p + \mu_H) \mu_M + C_{MH} (K \eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A) \mu_M))},$$

$$I^{H*} = -\frac{N_H (KN_H q^M (p + \mu_H) (\eta_H + \mu_H) \mu_M^2 + C_{HM} C_{MH} \mu_H k (-K \eta_A q^M + (\eta_A + \mu_A) \mu_M))}{C_{HM} (\eta_H + \mu_H) (KN_H q^M (p + \mu_H) \mu_M + C_{MH} k (K \eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A) \mu_M))},$$

$$R^{H*} = \frac{N_H (KN_H q^M (\eta_H + \mu_H) \mu_M (C_{HM} p + (p - \mu_H) \mu_M) + C_{HM} C_{MH} \eta_H k (K \eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A) \mu_M))}{C_{HM} (\eta_H + \mu_H) (KN_H q^M (p + \mu_H) \mu_M + C_{MH} k (K \eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A) \mu_M))},$$

$$A^{M*} = k - \frac{k(\eta_A + \mu_A)\mu_M}{K \eta_A q^M},$$

$$S^{M*} = \frac{(\eta_H + \mu_H) (KN_H q^M (p + \mu_H) \mu_M + C_{MH} k (K \eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A) \mu_M))}{C_{MH} k q^M (C_{HM} \mu_H + (\eta_H + \mu_H) \mu_M)}$$

$$I^{M*} = \frac{-KN_H q^M (p + \mu_H) (\eta_H + \mu_H) \mu_M^2 + C_{HM} C_{MH} \mu_H k (K \eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A) \mu_M)}{C_{MH} k q^M \mu_M (C_{HM} \mu_H + (\eta_H + \mu_H) \mu_M)}$$

Titik tetap T^1 merupakan kondisi ketika $I^H = 0$, dan $I^M = 0$ yaitu tidak terdapat penyakit dalam populasi. Titik tetap T^2 merupakan kondisi ketika terdapat penyakit di dalam populasi.

3.3. Analisis Kestabilan Titik Tetap

a. Kestabilan Titik Tetap Tanpa Penyakit (T^1)

Misalkan persamaan(1) ditulis dalam bentuk:

$$\begin{aligned}
 f_1(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) &= \mu_H N_H - \left(\mu_H + p + \frac{C_{MH} I^M}{N_h} \right) S^H, \\
 f_2(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) &= \left(\frac{C_{MH} I^M}{N_h} \right) S^H - (\mu_H + \eta_H) I^H, \\
 f_3(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) &= p S^H + \eta_H I^H - \mu_H R^H, \\
 f_4(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) &= K q^M \left(1 - \frac{A^M}{k} \right) (S^M + I^M) - (\eta_A + \mu_A) A^M, \\
 f_5(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) &= \eta_A A^M - \left(\mu_M + \frac{C_{HM} I^H}{N_H} \right) S^M, \\
 f_6(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M) &= \left(\frac{C_{HM} I^H}{N_H} \right) S^M - \mu_M I^M.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Berdasarkan (Tu, 2012), penentuan kestabilan di sekitar titik tetap tanpa penyakit T^1 , terlebih dahulu dilakukan pelinearan terhadap persamaan (4), sehingga diperoleh matriks Jacobi.

$$J_{T^1} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & a_2 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & a_5 \\ a_6 & a_7 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_9 & a_{10} & a_{11} \\ 0 & a_{12} & 0 & a_{13} & a_{14} & 0 \\ 0 & a_{15} & 0 & 0 & 0 & a_{16} \end{pmatrix},$$

dengan:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -p - \mu_H; & a_8 &= -\frac{K \eta_A q^M}{\mu_M}; & a_{12} &= \eta_A; \\
 a_2 &= -\frac{C_{MH} \mu_H}{p + \mu_H}; & a_9 &= \frac{(\eta_A + \mu_A) \mu_M}{\eta_A}; & a_{13} &= -\mu_M; \\
 a_3 &= -\mu_H - \eta_H; & a_{10} &= \frac{(\eta_A + \mu_A) \mu_M}{\eta_A}; & a_{14} &= \\
 a_4 &= \frac{C_{MH} \mu_H}{p + \mu_H}; & a_{11} &= & \frac{C_{HM} \left(-\frac{k(\eta_A + \mu_A)}{K q^M} + \frac{k \eta_A}{\mu_M} \right)}{N_H}; \\
 a_5 &= p; & & & a_{15} &= -\mu_M. \\
 a_6 &= \eta_H; & & & & \\
 a_7 &= -\mu_H; & & & &
 \end{aligned}$$

Selanjutnya nilai eigen diperoleh dengan menentukan $\det(J_{T^1} - \lambda)$ didapatkan persamaan karakteristik:

$$(a_1 - \lambda)(-a_7 + \lambda)(a_{15} a_3 - a_{14} a_4 - (a_{15} + a_3) \lambda + \lambda^2)(a_{13} a_8 - a_{12} a_9 - (a_{13} + a_8) \lambda + \lambda^2) = 0 \tag{5}$$

Dengan mensubstitusikan nilai-nilai parameter pada Tabel 1 diperoleh titik tetap $T^1 = 401000, 0, 0, 7.94667, 7.94667, 0$ dan nilai eigen berikut: $\lambda_1 = -60.003, \lambda_2 = -0.100229, \lambda_3 = -0.096661, \lambda_4 = -0.0892119, \lambda_5 = -0.0000412299, \lambda_6 = -0.0000412299$.

b. Kestabilan Titik Tetap dengan Penyakit (T^2)

Penentuan kestabilan dari titik tetap dengan penyakit $T^2 = (S^{H*}, I^{H*}, R^{H*}, A^{M*}, S^{M*}, I^{M*})$ digunakan pelinearan pada persamaan (5) di sekitar titik tetap T^2 , didapatkan matriks Jacobi:

$$J_{T^2} = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & 0 & b_3 \\ b_4 & b_5 & 0 & 0 & 0 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{10} & b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{13} & 0 & b_{14} & b_{15} & 0 \\ 0 & b_{16} & 0 & 0 & b_{17} & b_{18} \end{pmatrix},$$

dengan,

$$b_1 = \frac{-C_{HM}\mu_H(KN_{Hq}^M(p+\mu_H)\mu_M + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M))}{KN_{Hq}^M\mu_M(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)};$$

$$b_2 = -\frac{C_{MH}KN_{Hq}^M\mu_M(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)}{C_{HM}(KN_{Hq}^M(p+\mu_H)\mu_M + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M))};$$

$$b_3 = \frac{-KN_{Hq}^M(\eta_H + \mu_H)(p+\mu_H)\mu_M^2 + C_{HM}C_{MH}k\mu_H(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M)}{KN_{Hq}^M\mu_M(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)}; \quad b_4 = -\eta_H - \mu_H;$$

$$b_5 = \frac{C_{MH}KN_{Hq}^M\mu_M(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)}{C_{HM}(KN_{Hq}^M(p+\mu_H) + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M))};$$

$$b_6 = p; \quad b_{10} = \frac{(\eta_A + \mu_A)\mu_M}{\eta_A};$$

$$b_7 = \eta_H; \quad b_{11} = \frac{(\eta_A + \mu_A)\mu_M}{\eta_A};$$

$$b_8 = -\mu_H;$$

$$b_9 = -\frac{K\eta_A q^M}{\mu_M};$$

$$b_{12} = -\frac{C_{HM}(\eta_H + \mu_H)(KN_{Hq}^M(p+\mu_H)\mu_M + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M))}{C_{MH}KN_{Hq}^M(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)}; \quad b_{13} = \eta_A;$$

$$b_{14} = -\frac{C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M)(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)}{(\eta_H + \mu_H)(KN_{Hq}^M(p+\mu_H)\mu_M + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M))};$$

$$b_{15} = \frac{C_{HM}(\eta_H + \mu_H)(KN_{Hq}^M(p+\mu_H)\mu_M + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M))}{C_{MH}KN_{Hq}^M(C_{HM}\mu_H + (\eta_H + \mu_H)\mu_M)};$$

$$b_{16} = -\frac{KN_{Hq}^M(p+\mu_H)(\eta_H + \mu_H)\mu_M^2 + C_{HM}C_{MH}k\mu_H(-K\eta_A q^M + (\eta_A + \mu_A)\mu_M)}{(\eta_H + \mu_H)(KN_{Hq}^M(p+\mu_H)\mu_M) + C_{MH}k(K\eta_A q^M - (\eta_A + \mu_A)\mu_M)}; \quad b_{17} = -\mu_M.$$

Nilai eigen matriks J_{T^2} diperoleh dengan menentukan $\det(J_{T^2} - \lambda)$ didapatkan persamaan karakteristik:

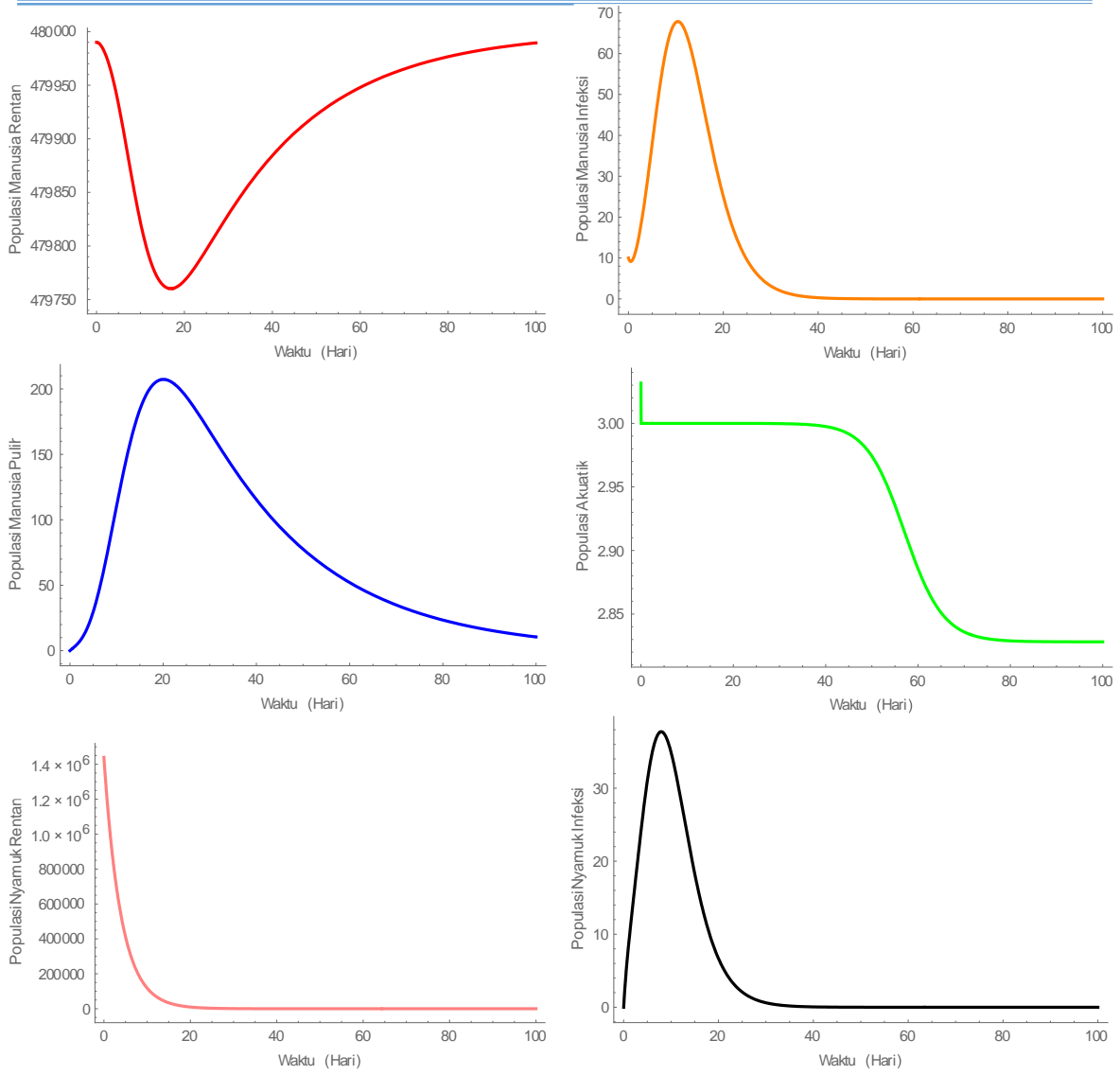
$$\lambda^6 + c_1\lambda^5 + c_2\lambda^4 + c_3\lambda^3 + c_4\lambda^2 + c_5\lambda + c_6 = 0, \quad (6)$$

Dengan mensubstitusikan nilai-nilai parameter pada Tabel 1 diperoleh titik tetap $T^2 = 2.50519 \times 10^8, -115.298, 2.50003 \times 10^8, 7.93333, 46.14333, -38.21$ dan nilai eigen berikut: $\lambda_1 = -24.0008, \lambda_2 = -0.154543, \lambda_3 = -0.0991632, \lambda_4 = -0.000049741, \lambda_5 = -0.0000412299, \lambda_6 = 0.0479586.$

3.4. Simulasi Numerik

a. Model Model SIR-ASI

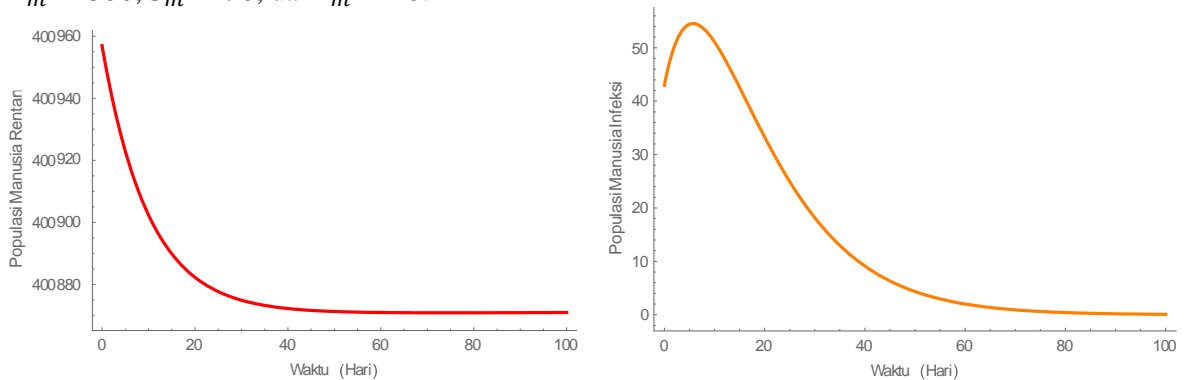
Simulasi yang dilakukan menggunakan *Wolfram Mathematica 10.0*. Menggunakan data dari penelitian sebelumnya yaitu (Derouich, 2003) dan (Rodrigues, 2013). Dengan nilai awal kondisi yang digunakan yaitu: $S_h = 479890, I_h = 10, R_h = 200, A_m = 500, S_m = 900,$ dan $I_m = 2.$

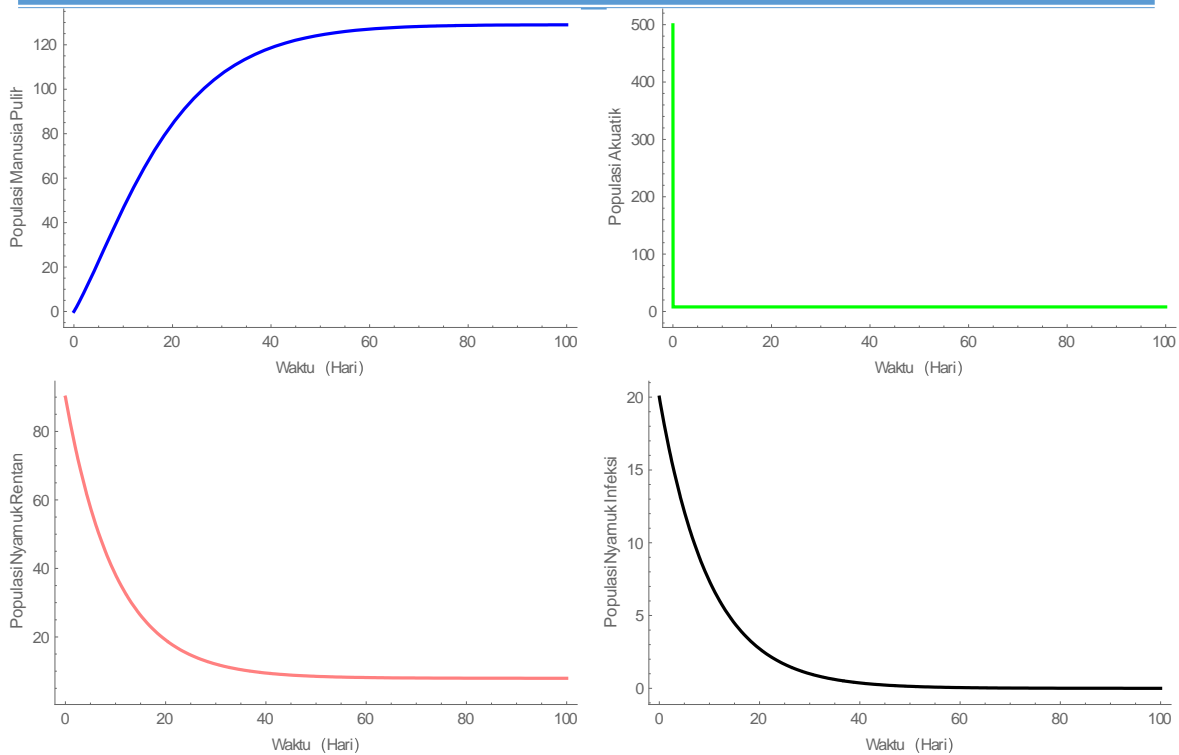


Gambar 2 model SIR-ASI

b. Model SIR-ASI di Kefamenanu

Simulasi yang dilakukan menggunakan *Wolfram Mathematica 10.0*. Menggunakan data pada Tabel 1. Dengan nilai awal kondisi yang digunakan yaitu: $S_h = 400957$, $I_h = 43$, $R_h = 0$, $A_m = 500$, $S_m = 90$, dan $I_m = 20$.





Gambar 3 model SIR-ASI Kota Kefamenanu

c. Bilangan Reproduksi Dasar (\mathcal{R}_0)

(Van Den Driessche, 2017) menjelaskan bahwa bilangan reproduksi dasar ditentukan menggunakan *the next generation matrix* G yang didefinisikan sebagai:

$$G = FV^{-1}, \tag{7}$$

dengan

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \frac{C_{MH}S_H}{N_H} \\ \frac{C_{HM}S_M}{N_H} & 0 \end{pmatrix},$$

dan

$$V = \begin{pmatrix} (\eta_H + \mu_H) & 0 \\ 0 & \mu_M \end{pmatrix},$$

sehingga dari matriks F dan V dengan mensubstitusikan titik tetap T^1 diperoleh matriks G seperti pada persamaan (7). Selanjutnya ditentukan nilai eigen dari matriks G . Berdasarkan analisis yang dilakukan diperoleh nilai eigen dominan dari matriks G , yaitu:

$$\mathcal{R}_0 = \frac{C_{MH}I_M}{\mu_M N_H} S_H,$$

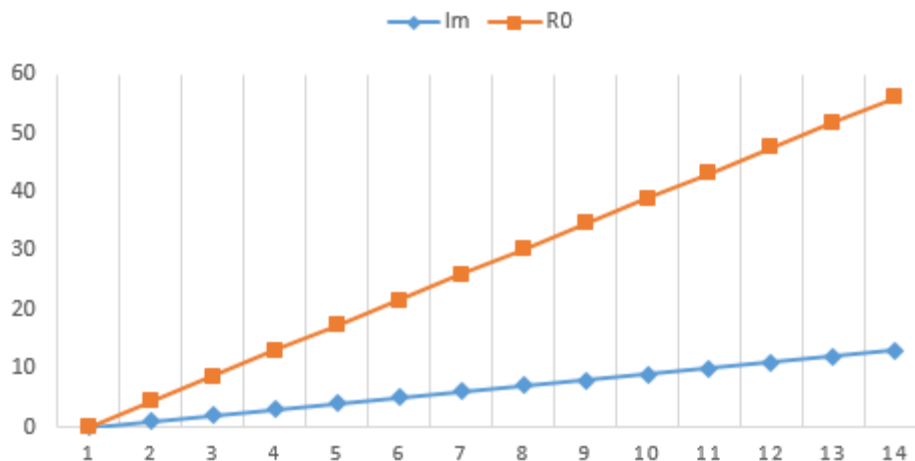
Sehingga nilai \mathcal{R}_0 akan bergantung pada populasi terinfeksi.

d. Pengaruh Laju Nyamuk yang Terinfeksi (I_M).

Terdapat beberapa nilai I_M yang diamati, Nilai I_M dipilih karena sangat berpengaruh dalam populasi. Sementara nilai parameter lainnya dapat dilihat pada Tabel 1. Nilai \mathcal{R}_0 pada saat nilai I_m ditingkatkan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Nilai \mathcal{R}_0 dengan parameter I_M ditingkatkan

I_M	Nilai \mathcal{R}_0
0	0
1	4.32
2	8.64
3	12.96



Gambar 4 pengaruh laju nyamuk yang terinfeksi (I_M)

Gambar 3 menunjukkan laju pertumbuhan populasi manusia rentan (S_H), populasi manusia terinfeksi (I_H), populasi manusia yang sembuh (R_H), populasi akuatik nyamuk (A_M), populasi nyamuk rentan (S_M), dan populasi nyamuk terinfeksi (I_M) di daerah Kefamenanu Grafik menunjukkan bahwa populasi manusia rentan akan meningkat dan stabil pada titik tetap 401000, populasi manusia terinfeksi akan meningkat pada hari ke 10 kemudian menurun dan stabil pada titik tetap 0, populasi manusia yang sembuh akan meningkat stabil pada titik tetap 120, populasi nyamuk yang rentan akan menurun dan stabil pada titik tetap 7.94667, populasi akuatik nyamuk akan menurun dan stabil pada titik tetap 7.94667, dan populasi nyamuk terinfeksi akan menurun dan stabil pada titik tetap 0,

Pada persamaan (7) dan nilai I_M yang di amati jika laju I_M semakin meningkat maka nilai \mathcal{R}_0 akan semakin meningkat, sehingga laju perkembangan penyakit dalam populasi akan semakin meningkat. Jika populasi nyamuk terinfeksi dikurangi dalam lingkungan masyarakat maka akan menurunkan populasi nyamuk terinfeksi (I_M), sehingga penyebaran penyakit dalam populasi pun akan semakin menurun.

Untuk menghindari agar tidak terjadinya peningkatan populasi nyamuk terinfeksi dalam masyarakat, akan menjadi tugas dan tanggung jawab masyarakat Kota Kefamenanu, serta pihak-pihak yang terkait agar selalu memperhatikan kondisi kesehatan lingkungan sekitar agar tidak terjadi peningkatan nyamuk yang terinfeksi (I_M).

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil yang dilakukan, untuk daerah Kota Kefamenanu dengan model rekontruksi yang di analisis, terdapat 2 titik tetap yaitu titik tetap $T^1(S^H, I^H, R^H, A^M, S^M, I^M)$ dan titik tetap $T^2(S^{H*}, I^{H*}, R^{H*}, A^{M*}, S^{M*}, I^{M*})$.

Simulasi yang dilakukan dengan memperhatikan bilangan \mathcal{R}_0 , yaitu apabila laju I_M semakin meningkat maka nilai \mathcal{R}_0 akan semakin meningkat sehingga laju perkembangan

penyakit dalam populasi akan semakin meningkat. Jika populasi nyamuk terinfeksi di kurangi dalam lingkungan masyarakat maka akan menurunkan populasi nyamuk terinfeksi (I_M), sehingga penyebaran penyakit dalam populasi pun akan semakin menurun.

5. DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik Kabupaten TTU. (2008). Timor Tengah Utara dalam Angka 2008: Kefamenanu: BPS Kabupaten Timor Tengah Utara.
- de Vries, G., Hillen, T., Lewis, M., Schönfisch, B., Muller, J. (2006). A Course in Mathematical Biology: Quantitative Modeling with Mathematical and Computational Methods. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Derouich, M., Boutayeb, A. & Twizell, E. (2003). A model of dengue fever. *BioMedical Engineering OnLine*, 2(1): 4.
- Van den Driessche, P. (2017). Reproduction numbers of infectious disease models. *Infectious Disease Modelling*, 2(3): 288–303.
- Rodrigues, H.S., Monteiro, M.T.T. & Torres, D.F.M. (2013). Vaccination models and optimal control strategies to dengue. *Mathematical Biosciences*, 1–12.
- Sanusi, A. (2016). *Metode Penelitian Bisnis*, Jakarta: Salemba Empat
- Tu, P. N. (2012). *Dynamical systems: an introduction with applications in economics and biology*. Springer Science & Business Media.
- Ndii, M. Z., Fourita, Y. M., Blegur, M. A., Pangaribuan, R. M. (2018). Analisis Sensitivitas Model Matematika Penyebaran Penyakit dengan Vaksinasi. Universitas Padjajaran: Jurnal Matematika Integratif
- Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit*. Yogyakarta: DEEPBUBLISH.
- Rahmawati, E., Br Tarigan, L. (2012). Kajian resiko penularan demam berdarah dengue pada sekolah dasardi Kecamatan Oebobo dan Kecamatan Kota Raja, Kota Kupang, tahun 2012. *Jurnal Info Kesehatan*. <https://jurnal.poltekeskupang.ac.id/>
- WHO. (2017). Embrace the facts about vaccines, not the myths. *Media Center WHO*. Tersedia di <http://www.who.int/news-room/commentaries/detail/embrace-the-facts-about-vaccines-not-the-myths>.
- WHO. (2018). Dengue: Immunization, Vaccines and Biologicals. *Media Center WHO*. Tersedia di <http://www.who.int/immunization/diseases/dengue/en/>.